

**Nota: Responder a cada questão (1, 2, 3 e 4) em folhas de exame separadas.**

1. [4 valores] Numa corrida de contra relógio pede-se aos atletas que consigam acumular o mais rápido possível 20 créditos, fazendo o percurso que lhes aprouver, e regressando depois ao ponto de partida. Os créditos podem ser obtidos em postos de controlo distribuídos num terreno, sendo que cada corredor só pode passar num posto de controlo uma vez. Para vencer a corrida, não é necessário passar por todos os postos de controlo: basta acumular pelo menos o número de créditos necessário. Só nessa altura se pode regressar ao ponto de partida.

A tabela mostra o tempo (igual para todos os corredores) necessário para percorrer a distância entre pontos do terreno. O ponto de partida é *S* e os postos são *P1* a *P5*. Os valores não são simétricos (o terreno tem inclinações). As regras da corrida indicam que determinados postos não podem ser visitados consecutivamente (indicados com '--' na tabela). Junto aos postos destino está indicado o número de créditos obtido numa passagem por esse posto.

|        |           | destino  |                   |                   |                    |                   |                   |
|--------|-----------|----------|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
|        |           | <i>S</i> | <i>P1</i><br>(4c) | <i>P2</i><br>(3c) | <i>P3</i><br>(10c) | <i>P4</i><br>(7c) | <i>P5</i><br>(4c) |
| origem | <i>S</i>  | --       | 2                 | 6                 | 5                  | --                | --                |
|        | <i>P1</i> | 5        | --                | 10                | --                 | 12                | --                |
|        | <i>P2</i> | --       | 4                 | --                | --                 | 11                | 11                |
|        | <i>P3</i> | 11       | --                | --                | --                 | 14                | 3                 |
|        | <i>P4</i> | 10       | --                | --                | 14                 | --                | 8                 |
|        | <i>P5</i> | --       | 5                 | 4                 | 8                  | --                | --                |

- a) Indique duas soluções diferentes que poderiam ser encontradas pela estratégia de pesquisa primeiro em largura. Justifique.

A estratégia de pesquisa primeiro em largura encontrará sempre as soluções mais curtas primeiro. Para este problema, isso significa que encontrará as soluções com um menor número de postos de controlo visitados, uma vez que esta pesquisa, sendo "cega", não tem em conta os custos do caminho. Serão encontradas soluções que contenham os postos *P3* e *P4* (e que sejam válidas de acordo com as regras do jogo), pois a soma dos créditos obtidos nestes dois postos com um qualquer outro posto dá pelo menos os 20 créditos requeridos. Esta característica não acontece com nenhum outro par de postos.

Duas soluções encontradas seriam, por exemplo, *S-P1-P4-P3-S* e *S-P2-P4-P3-S*, ambas com profundidade 4.

- b) Ao aplicar a estratégia de pesquisa  $A^*$ , definiu-se a seguinte função heurística, onde  $x$  indica a posição atual do corredor,  $c$  é o número de créditos atual,  $T$  representa o tempo entre 2 pontos indicado na tabela,  $S$  é o ponto de partida e  $P_i$  é um posto de controlo ( $i \in [1,5]$ ):

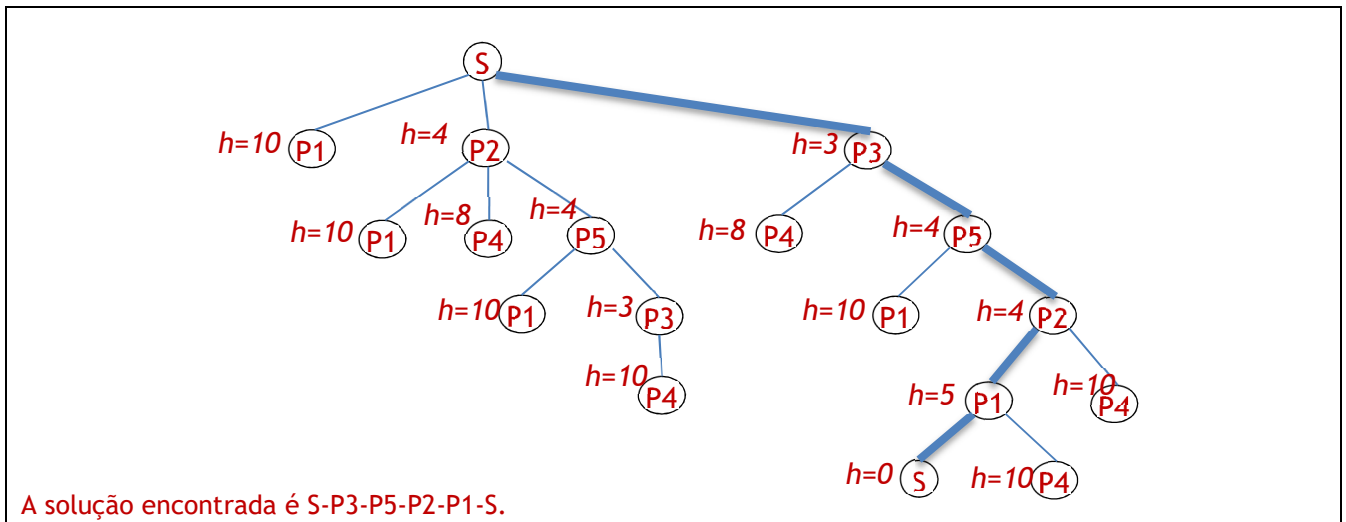
$$h(x, c) = \begin{cases} 0, & \text{se } c \geq 20 \text{ e } x = S \\ T(x, S), & \text{se } c \geq 20 \text{ e há ligação entre } x \text{ e } S \\ \min_i T(x, P_i), & \text{senão} \end{cases}$$

Esta heurística é, em geral, admissível e consistente? Justifique.

A função heurística apresentada é admissível, pois nunca sobre-estima o custo de chegar à solução. Apresenta um valor de 0 nos estados finais, onde o corredor tem pelo menos 20 créditos e está no ponto *S*. Dá o custo real na situação em que o corredor, tendo já os créditos necessários, tem ligação direta entre o posto atual e o ponto *S*. Em todos os outros casos dá a distância mínima para os postos de controlo alcançáveis diretamente do posto atual: o custo real será sempre maior do que este valor, pois à ligação a tomar de seguida (cujo valor é igual ou maior do que o valor heurístico) é sempre necessário somar depois pelo menos o regresso ao ponto *S*.

A função heurística é também consistente. Pela explicação acima, isto é trivialmente verdade para os dois primeiros ramos da função. Para o caso geral, como o próximo passo é sempre maior ou igual do que o valor heurístico, o custo desse passo mais o valor da função heurística no nó seguinte será sempre maior. Logo, a função heurística assegura um comportamento monótono da função  $f=g+h$ .

- c) Determine a solução encontrada pela estratégia de **pesquisa gulosa (greedy)**, quando utiliza a heurística definida na alínea anterior. Apresente igualmente a árvore de pesquisa.

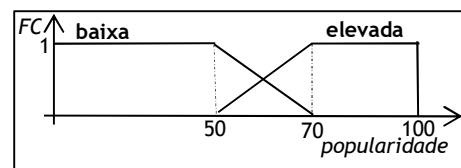


2. [4 valores] Considere uma versão muito simplificada do jogo Sudoku, que inclui uma matriz de 3x3. O objetivo do jogo é preencher as células da matriz com três algarismos diferentes (1, 2, 3), de forma que não exista nenhum algarismo repetido em qualquer linha e coluna. Pretende-se aplicar Algoritmos Genéticos na resolução deste jogo. A figura seguinte apresenta a matriz inicial do jogo (jogo) e a população inicial constituída por 4 indivíduos i, ii, iii e iv.

|  |   |    |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--|---|----|-----|----|--|--|--|--|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <table><tr><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table> |   | 2  |     |    |  |  |  |  |  | <table><tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr></table> | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | <table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr></table> | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | <table><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr></table> | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | <table><tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr></table> | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 |
|  | 2 |    |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  |   |    |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  |   |    |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | 2 | 2  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1  | 1 | 1  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | 3 | 3  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1  | 2 | 3  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1  | 2 | 3  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1  | 2 | 3  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1  | 2 | 2  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | 3 | 3  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | 1 | 1  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2  | 2 | 3  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3  | 3 | 1  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1  | 1 | 2  |     |    |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| jogo   | i | ii | iii | iv |  |  |  |  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

- Proponha uma estrutura para a representação do indivíduo, explicando. Exemplifique com a representação do indivíduo iv da população inicial.
  - Proponha uma função de adaptação (descrição textual). Calcule os valores de adaptação dos indivíduos da população inicial.
  - No processo de seleção dos indivíduos a utilizar na formação da geração seguinte, é usada uma política elitista (só para o melhor). Considere que foram gerados os seguintes números aleatórios (entre 0 e 1): 0.66 / 0.32 / 0.84. Apresente o resultado deste processo de seleção. Explique.
  - Calcule a 2ª geração da população, explicando todas as suas opções. Sugira uma estratégia de cruzamento. A probabilidade de cruzamento é 75% e foram gerados os números aleatórios: 0.25 / 0.44 / 0.81. A probabilidade de mutação é 2% e só no 14º número aleatório surgiu um inferior a 0.02.
3. [4 valores] Um sistema baseado em conhecimento é usado para a classificação de filmes (bom/mau), possuindo o seguinte conjunto de regras:
- Se número de filmes > 7 e popularidade elevada então é bom ator (FC=0,8)
  - Se recebeu algum prémio então é bom ator (FC=0,7)
  - Se número de filmes > 10 e popularidade baixa então é mau ator (FC=0,8)
  - Se ator\_principal é bom ator e audiência média > 70% então é bom filme (FC=0,8)
  - Se ator\_principal é mau ator ou audiência média < 50% então é mau filme (FC=1)

O ator principal do filme **FilmeABC** já participou em 15 outros filmes e recebeu 2 prémios. De acordo com um estudo efetuado para o efeito, o índice de popularidade deste ator é de 65 (escala de 0 a 100). O conceito *popularidade* é descrito pelo conjunto difuso da figura ao lado. Desde que está em exibição, a audiência média do filme **FilmeABC** é de 75%.



- a) Pelo conjunto de regras apresentado, qual o fator de certeza com que classifica (bom e/ou mau) o filme **FilmeABC**? Apresente todos os cálculos que efetuar.

índice\_popularidade = 65 -> popularidade elevada (0,75)

popularidade baixa (0,25)

bom ator (R1) :  $\min(1; 0,75) * 0,8 = 0,6$

bom ator (R2) :  $1 * 0,7 = 0,7$

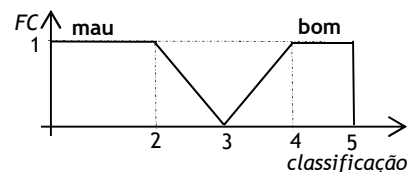
bom ator (R1 e R2):  $0,6 + 0,7 * (1 - 0,6) = 0,88$

mau ator (R3) :  $\min(1; 0,25) * 0,8 = 0,2$

bom filme (R4) :  $\min(0,88; 1) * 0,8 = 0,704 \approx 0,7$

mau filme (R5) :  $\max(0,2; 0) * 1 = 0,2$

- b) É usual a classificação de um filme ser efetuada numa escala de 0 a 5. A figura ao lado apresenta a função de pertinência do conjunto difuso *classificação*. Com que valor classifica, nesta escala de 0 a 5, o filme **FilmeABC**? Apresente todos os cálculos que efetuar.



mau filme ->  $(0-1)/(3-2) = (0-0,2)/(3-x1)$

$3-x1 = 0,2 \rightarrow x1 = 3-0,2 = 2,8$

bom filme ->  $(0-1)/(3-4) = (0-0,7)/(3-x2)$

$3-x2 = -0,7 \rightarrow x2 = 3,7$

$A1 = (2,8-0) * 0,2 = 0,56$      $Xc1 = (2,8)/2 = 1,4$

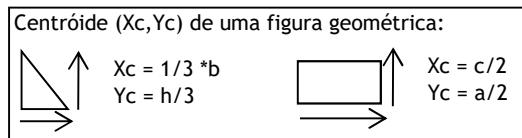
$A2 = (3-2,8) * 0,2/2 = 0,02$      $Xc2 = (3-2,8)/3 + 2,8 = 2,866$

$A3 = (3,7-3) * 0,7/2 = 0,245$      $Xc3 = (3,7-3)*2/3 + 3 = 3,4667$

$A4 = (5-3,7) * 0,7 = 0,91$      $Xc4 = (5-3,7)/2 + 3,7 = 4,35$

$Xc = (1,4 * 0,56 + 2,866 * 0,02 + 3,4667 * 0,245 + 4,35 * 0,91) / (0,56 + 0,02 + 0,245 + 0,91) = 3,25$

- c) Sabe-se que o sistema implementado efetua inferência de regras por encadeamento inverso. Explique em que consiste este mecanismo de inferência.



4. [8 valores] Responda a seis (6) das seguintes sete (7) questões (cada uma em 5-10 linhas).

- a) Explique, usando a respetiva fórmula, o efeito da variação do parâmetro temperatura no algoritmo “arrefecimento simulado”.

O parâmetro “temperatura” entra na expressão da probabilidade  $e^{-\Delta E/T}$  para a escolha de um estado próximo que não se aproxime da solução. Ou seja  $1/e^{\Delta E/T}$

Ora quando T é muito grande (tendendo para infinito) o valor tende para 1. Ou seja se se iniciar a pesquisa com um valor alto há muitas probabilidades de se escolher um estado próximo que se afaste da solução, permitindo assim, no início, vários caminhos possíveis. Mas à medida que o valor de T vai diminuindo, o cociente do expoente tende para infinito e a probabilidade tende para 0. Ou seja, para o fim da exploração vai diminuindo drasticamente a probabilidade de se mudar o passo para a solução afastando-nos dela.

- b) Explique as vantagens do algoritmo de pesquisa de soluções por Aprofundamento Progressivo (*Iterative Deepening*).

A principal vantagem é permitir guardar soluções parciais que possam ser usadas se o tempo de pesquisa terminar, e continuar a aprofundar a árvore de pesquisa caso o tempo disponível assim o permita.

Além disso, a pesquisa para cada profundidade da árvore, embora sendo realizada para todos os ramos, é feita no sistema “primeiro em profundidade” para cada uma das iterações permitindo assim poupar memória.

- c) Explique as vantagens do algoritmo IDA\* (*Iterative Deepening A\**) sobre o A\*.

O algoritmo A\* tem o problema de gastar muita memória, além de tempo que não sabemos se dispomos.

O IDA\* permite que em cada iteração possamos dispor de uma solução possível a usar caso não haja mais tempo. Também permite gastar menos memória dado usar para cada iteração um processo “primeiro em profundidade” em vez de “primeiro em largura”. No entanto, no IDA\*, ao contrário do AP, cada iteração não para em um nível de profundidade n mas sim quando cada ramo atinge um determinado custo (a árvore pode ter ramos com profundidades diferentes).

- d) A aplicação do algoritmo *minimax* em jogos complexos permite obter decisões mesmo que imperfeitas. Explique porquê e em que ponto da modelação do problema se pode diminuir essa imperfeição.

A aplicação do minimax em jogos complexos requer a utilização de uma profundidade limite, pois a árvore de pesquisa é tipicamente demasiado grande. Utilizando uma função de avaliação apropriada, é possível mesmo assim obter decisões que, sendo baseadas em estimativas, permitem tomar uma decisão no tabuleiro atual. As decisões são tão mais perfeitas quanto melhor for a função heurística utilizada para avaliar os estados no limite de profundidade.

- e) Dos alunos de IA, 80 têm idade menor que 21 anos (m21), 15 entre 21 e 25 (21e25) e 5 maior que 25 (M25). Sabe-se ainda que 85 moram na cidade (cid) e os restantes fora da cidade (fc). Calcule qual a informação média para identificar nesta população a que classe etária pertence um aluno. Calcule a Informação de separação relativa ao atributo morada.

Informação média:

$$-0.8 \cdot \log_2(0.8) - 0.15 \cdot \log_2(0.15) - 0.05 \cdot \log_2(0.05) = 0.88$$

Informação de separação:

$$-(0.85 \cdot \log_2(0.85) + 0.15 \cdot \log_2(0.15)) = 0.61$$

- f) Explique qual o efeito do operador “-->” na descrição de DCGs (em Prolog).

O interpretador/compilador de prolog trata internamente o operador incorporado “-->” sabendo que ele é aplicado nas DCGs (Definite Clause Grammars) para receber um conjunto de palavras, “consumir” algumas que estejam de acordo com o significado da cláusula, e passar para o sub-objetivo seguinte a diferença entre o que entrou e o que é “consumido”. Para isso, adiciona sempre ao functor, dois argumentos, um de entrada de uma lista e outro de saída do que resta dessa lista depois de retiradas as palavras reconhecidas (consumidas).

- g) Explique qual é, e porquê, o valor que se propaga da camada  $n$  de saída de uma rede neuronal para a camada  $n-1$ .

O valor que se propaga das saídas para a última camada intermédia é função dos erros na saída.

$$\delta s_k = s_k * (1-s_k) * (d_k - s_k)$$

Que tem uma explicação analítica (através da derivada do erro) e uma intuitiva que aqui damos.

$(d_k - s_k)$  é o erro na saída pois  $d_k$  seria a saída esperada.

Mas dado que a função de transferência é normalmente uma sigmóide, variações nos extremos da curva (portanto para valores próximos de 0 ou 1) tem consequências na saída irrelevantes e daí que, na expressão, um dos factores seja próximo de zero fazendo que  $\delta s_k$  também o seja.

Só nos casos mais intermédios é que a sigmóide tem um andamento que origina com que pequenos erros levem a maiores alterações na saída. Ora para esses casos os factores do  $\delta s_k$  dão valores que fazem com que o que se retropropaga seja relevante e contribuirá para a progressiva correcção do erro na saída.