



Νευρωνικά Δίκτυα και Ευφυή Υπολογιστικά Συστήματα

ΑΣΑΦΗΣ ΛΟΓΙΚΗ - ΑΣΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Ασαφής Λογική - Ασαφή συστήματα

2

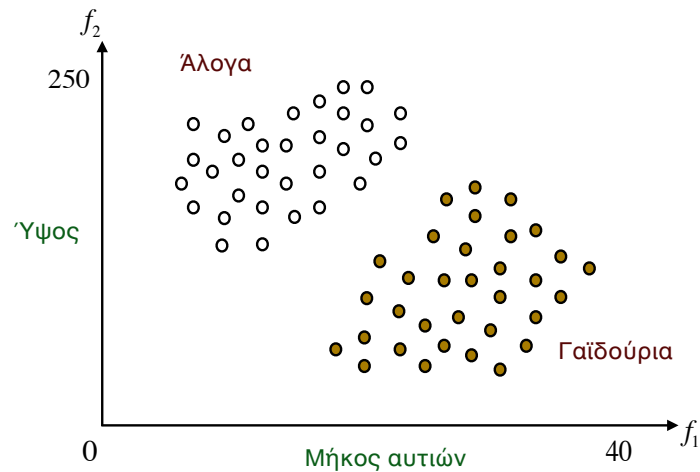
L.A. Zadeh, "Fuzzy sets", *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.

"...imprecisely defined sets play an important role in human thinking, particularly in the domains of pattern recognition, communication of information and abstraction."



Ταξινόμηση

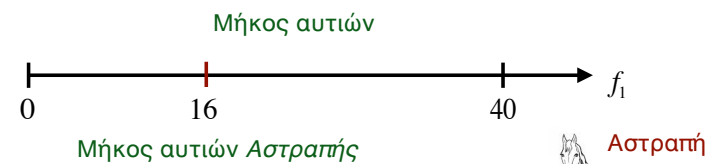
3



Τιμές χαρακτηριστικών

4

- ΑΝ ένα ζώο έχει μικρό μήκος αυτιών και μεγάλο ύψος ΤΟΤΕ είναι άλογο



- Έχει η Αστραπή μικρό μήκος αυτιών;
- Ποια είναι η τιμή αληθείας του γεγονότος

Μικρό_μήκος_αυτιών(Αστραπή)



Ασαφή σύνολα



5

- Συλλογή αντικειμένων - Υπερσύνολο αναφοράς

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

- Ασαφές υποσύνολο

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\}$$

όπου $\mu_A(x)$ μία συνάρτηση που παίρνει τιμές στο $[0,1]$ και ονομάζεται *συνάρτηση συμμετοχής*

συμβολίζεται απλά με $A(x)$

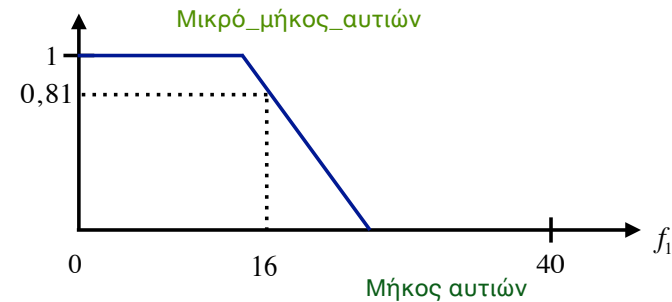
- Ασαφές δυναμοσύνολο

$F(X)$ το σύνολο όλων των ασαφών συνόλων του X

Ασαφή σύνολα και κατηγορήματα



6



Μικρό_μήκος_αυτιών(Αστραπή)=0,81

Ασαφής διαμέριση



7

- Υπερσύνολο αναφοράς

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

- Ασαφής διαμέριση, ορισμένη στο X

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

A_i ασαφή υποσύνολα του X

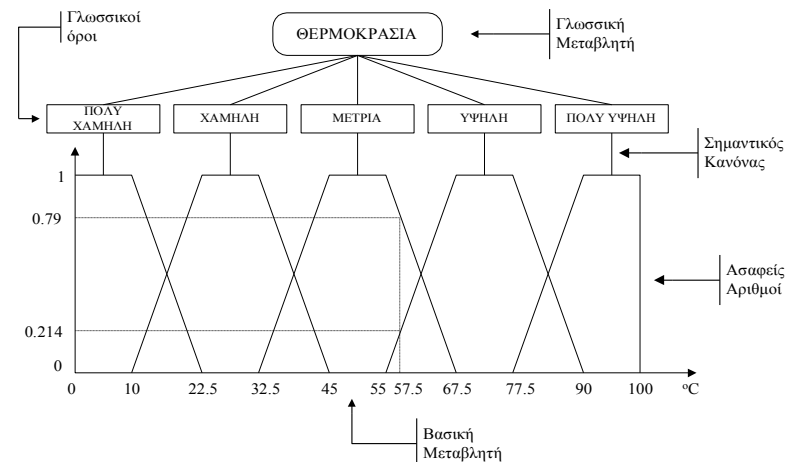
$$A_i \neq A_j, \forall i, j \in \mathbb{N}_n (i \neq j) \quad 0 < \sum_{k=1}^m A_i(x_k) < m, \forall i \in \mathbb{N}_n$$

A_i κλάσεις της ασαφούς διαμέρισης A

Γλωσσικές μεταβλητές



8



Ασαφής συλλογιστική



9

- Κανόνας βάσης γνώσης
ΑΝ ένα ζώο έχει μικρό μήκος αυτιών και μεγάλο ύψος
ΤΟΤΕ είναι άλογο
- Αν κάποιο ζώο έχει μικρό μήκος αυτιών σε βαθμό 0,82 και
μεγάλο ύψος σε βαθμό 0,75 κατά πόσο ισχύει ότι είναι άλογο,
με βάση τον παραπάνω κανόνα;
- Βασικοί λογικοί τελεστές (για συλλογιστική με κανόνες)
Συμπλήρωμα
Τομή
Ένωση
Συνεπαγωγή

Επέκταση λογικών τελεστών



10

- Οριακές συνθήκες
Για τις τιμές αληθείας 0 και 1 να ισχύουν ότι ισχύει και
με τους κλασικούς λογικούς τελεστές
- Μορφή συναρτήσεων
Μονότονες, κυρτές κλπ
- Διατήρηση λογικών ιδιοτήτων
De Morgan, προσεταιριστική, αντιμεταθετική

Ασαφές συμπλήρωμα



11

- Τελεστής συμπληρώματος
 $\bar{A} = c(A(x))$
- Ιδιότητες τελεστή

Οριακές συνθήκες	$c(0) = 1$ $c(1) = 0$
Μονοτονία	$\forall a, b \in [0, 1], a \leq b \Rightarrow c(a) \leq c(b)$
Συνέχεια	c συνεχής
Ενέλιξη	$c(c(a)) = a$

Ασαφές συμπλήρωμα



12

- Τελεστές συμπληρωμάτων

Σύννηθες συμπλήρωμα

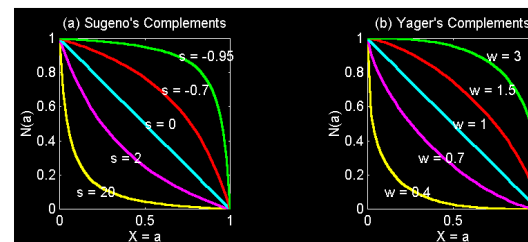
$$\bar{A}(x) = 1 - A(x)$$

Συμπλήρωμα Yager

$$\bar{A}(x) = (1 - A(x)^w)^{\frac{1}{w}}$$

Συμπλήρωμα Sugeno

$$\bar{A}(x) = \frac{1 - A(x)}{1 + sA(x)}$$



Ασαφής τομή



13

- Τελεστής τομής - τριγωνική νόρμα

$$A(x) \wedge B(x) = t(A(x), B(x))$$

- Ιδιότητες τελεστή

Οριακές συνθήκες $t(a, 1) = a$

Μονοτονία $\forall a, b, d \in [0, 1], b \leq d \Rightarrow t(a, b) \leq t(a, d)$

Αντιμεταθετικότητα $\forall a, b \in [0, 1], t(a, b) = t(b, a)$

Προσεταιριστικότητα $\forall a, b, d \in [0, 1], t(a, t(b, d)) = t(t(a, b), d)$

Συνέχεια Όταν είναι συνεχής λέγεται Αρχιμήδεια

Ασαφής τομή



14

- Τριγωνικές νόρμες

Συνήθης τομή

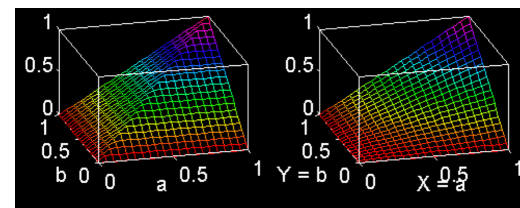
$$t(a, b) = \min(a, b)$$

Αλγεβρικό γινόμενο

$$t(a, b) = ab$$

Γινόμενο Hamacher

$$t(a, b) = \frac{ab}{a + b - ab}$$



Ασαφής ένωση



15

- Τελεστής ένωσης - τριγωνική συννόρμα

$$A(x) \vee B(x) = u(A(x), B(x))$$

- Ιδιότητες τελεστή

Οριακές συνθήκες $u(a, 0) = 0$

Μονοτονία $\forall a, b, d \in [0, 1], b \leq d \Rightarrow u(a, b) \leq u(a, d)$

Αντιμεταθετικότητα $\forall a, b \in [0, 1], u(a, b) = u(b, a)$

Προσεταιριστικότητα $\forall a, b, d \in [0, 1], u(a, u(b, d)) = u(u(a, b), d)$

Συνέχεια Όταν είναι συνεχής λέγεται Αρχιμήδεια

Ασαφής ένωση



16

- Τριγωνικές συννόρμες

Συνήθης ένωση

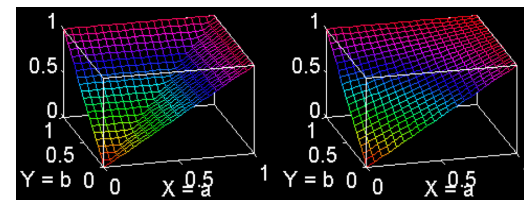
$$u(a, b) = \max(a, b)$$

Αλγεβρικό άθροισμα

$$t(a, b) = ab$$

Άθροισμα Hamacher

$$t(a, b) = \frac{a + b - 2ab}{1 - ab}$$



Ασαφής συνεπαγωγή



17

- Τελεστής συνεπαγωγής - s-implication

$$J(a,b) = u(c(a),b)$$

- Τελεστής συνεπαγωγής - r-implication

$$J(a,b) = \sup\{x \in [0,1] : t(a,x) \leq b\}$$

Ιδιότητες ασαφών λογικών τελεστών



18

- Κανόνες De Morgan

$$c(t(a,b)) = u(c(a),c(b))$$

$$c(u(a,b)) = t(c(a),c(b))$$

$\langle c,t,u \rangle$ δυϊκή τριάδα

?

- Αρχές αποκλειόμενου μέσου

$$u(a,c(a)) = 1$$

$$t(a,c(a)) = 0$$

- Τρόπος του θέτειν (modus ponens)

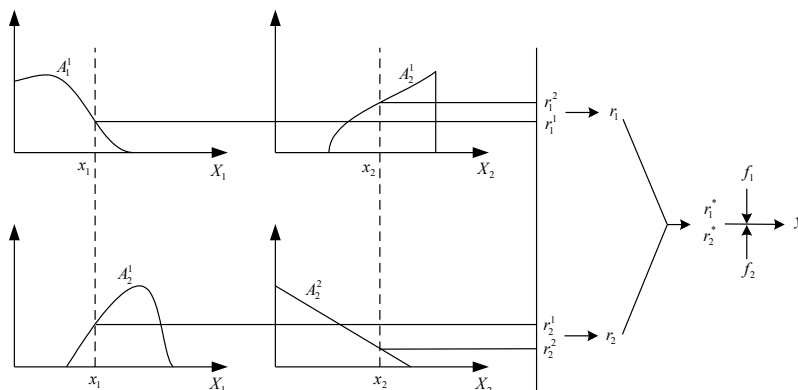
$$t(a,J(a,b)) = b \quad J(t(a,J(a,b)),b) = 1$$

Ασαφής συλλογιστική



19

Εξαγωγή συμπερασμάτων



Ασαφή έμπειρα συστήματα



20

Αρχιτεκτονική

