

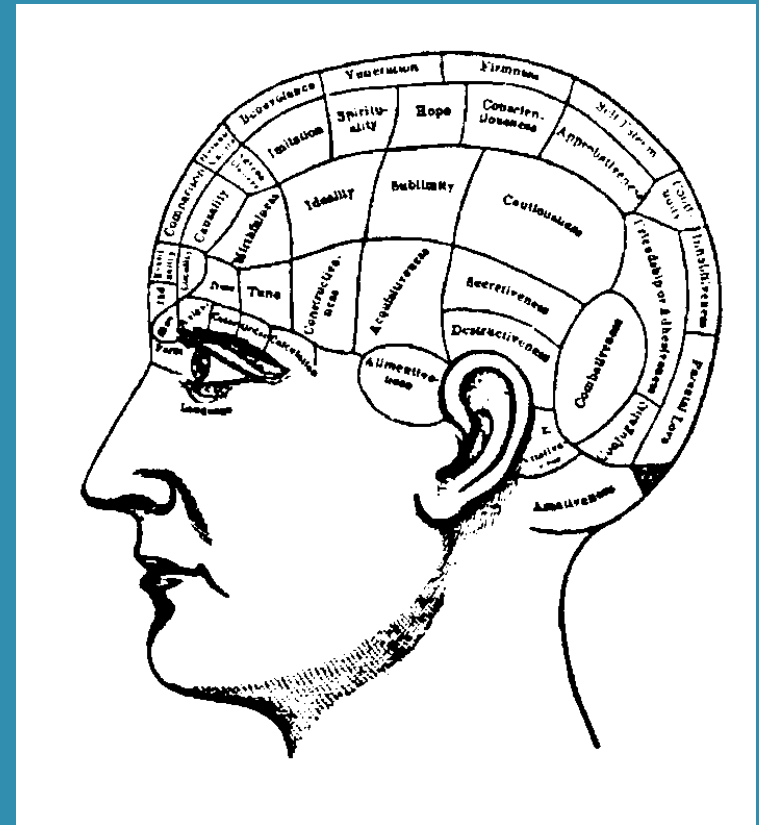


Ανταγωνιστική μάθηση



Αυτο-οργάνωση: βιολογικά πρότυπα

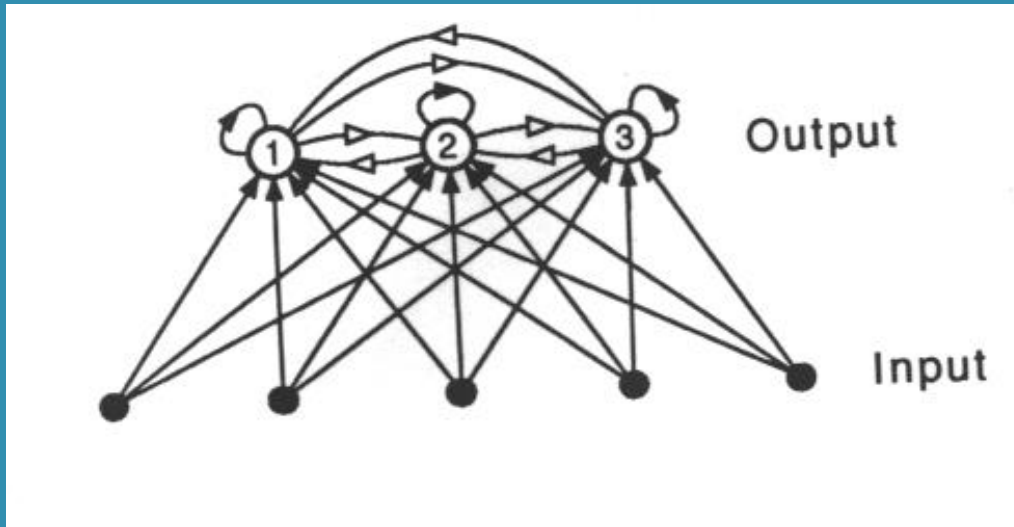
- Τοπικότητα λειτουργιών
- Γεωμετρική διάταξη νευρώνων



Μάθηση χωρίς επίβλεψη (Unsupervised learning)

- Μη επιγεγραμμένα (unlabelled) δεδομένα
- Ομαδοποίηση (clustering)
 - Όμοιες είσοδοι πρέπει να ανήκουν στην ίδια ομάδα.
 - Οι ομάδες προσδιορίζονται από το δίκτυο βάσει συσχετίσεων των δεδομένων εισόδου.
- Αυτο-οργάνωση
- Κωδικοποίηση και συμπίεση δεδομένων \Rightarrow Κβαντισμός διανύσματος (vector quantization)
- Χάρτες χαρακτηριστικών (feature maps)
- Ανάλυση δεδομένων – data mining

Δίκτυα ανταγωνιστικής μάθησης



N : αριθμός
προτύπων εισόδου
 n : διάσταση εισόδου
 M : αριθμός
νευρώνων εξόδου
(ομάδων)

Επίπεδο εισόδου: Πρόσθια τροφοδότηση
Επίπεδο εξόδου: Ανταγωνιστικό επίπεδο

Δίκτυα ανταγωνιστικής μάθησης

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΟΙ ΝΕΥΡΩΝΕΣ

“Winner-take-all” units (WTA)



“Grandmother” cells

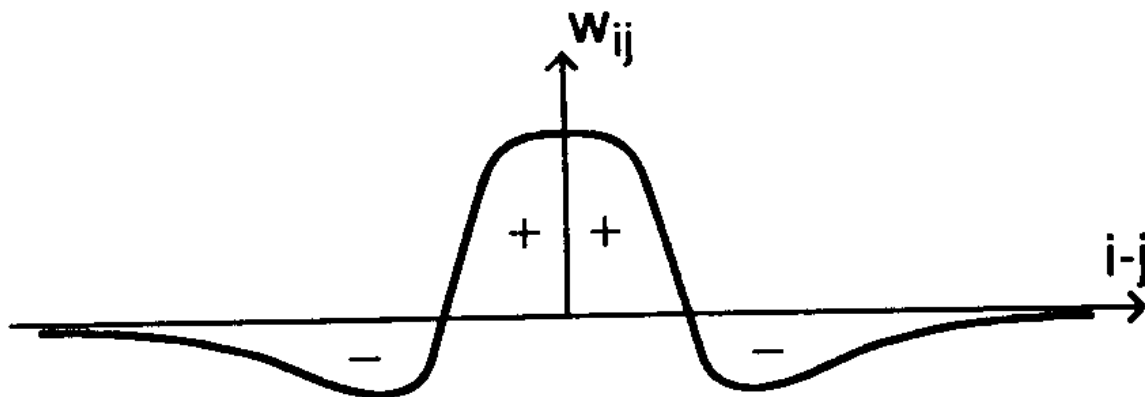


Εγκάρσια ανάδραση (lateral feedback)

- Εγκάρσια διέγερση (κοντινοί νευρώνες)
- Εγκάρσια ανάσχεση (μακρινοί νευρώνες)

Βιολογικό πρότυπο: σταδιακή μετάβαση
“Mexican hat”

“On-center/
Off-surround”
cells



Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Φάση ανταγωνισμού

Νικητής

\Rightarrow μέγιστη σταθμισμένη είσοδος
(εσωτερικό γινόμενο)

$$\max s_i = \sum_j w_{ij} x_j = \vec{w}_i \vec{x}$$

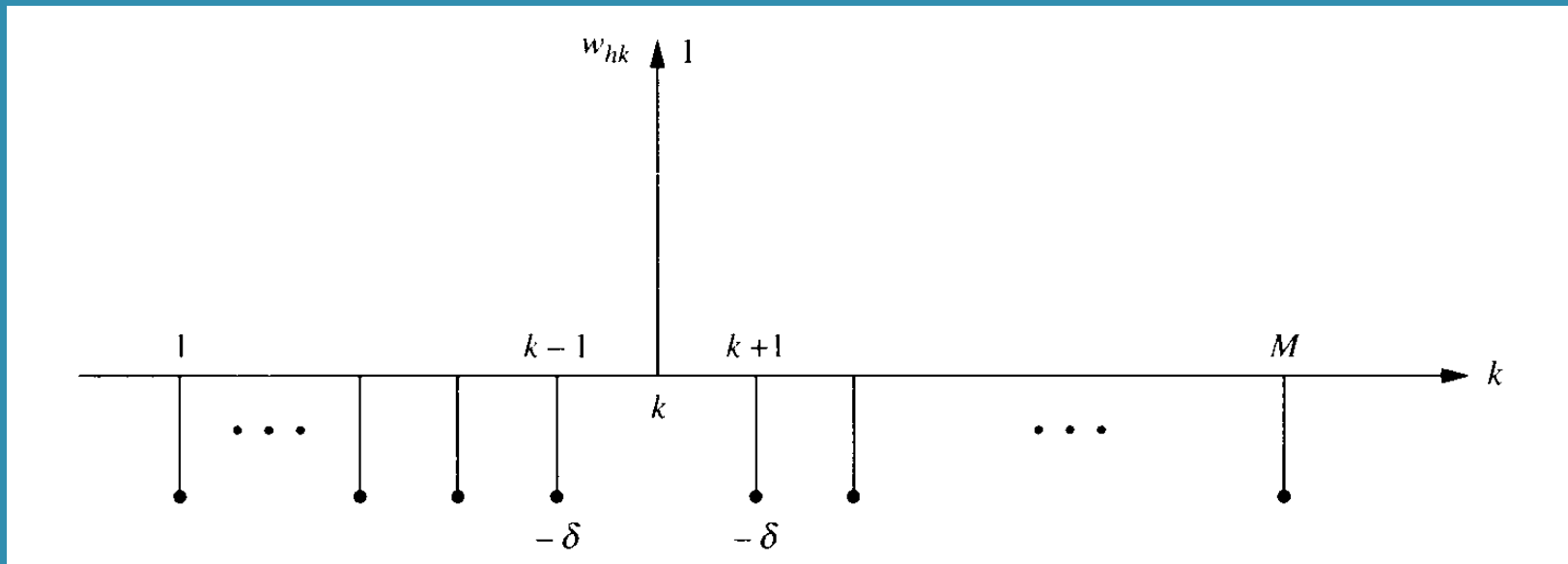
\Rightarrow ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση

$$\min d_i = \left\| \vec{w}_i - \vec{x} \right\|$$

Ισοδύναμα αν τα βάρη
είναι κανονικοποιημένα, π.χ.

$$\left\| \vec{w}_i \right\| = 1, \quad \forall i$$

Maxnet: υλοποίηση εγκάρσιας ανάδρασης (R. Lippman, 1987)



$$w_{hk} = \begin{cases} 1, & h = k \\ -\delta, & h \neq k, \delta < 1/(M-1) \end{cases} \quad 1 \leq h, k \leq M$$

Maxnet: λειτουργία ανταγωνιστικού επιπέδου

Αρχικές είσοδοι
(αφαιρούνται στη συνέχεια)

$$s_i = \sum_j w_{ij} x_j$$

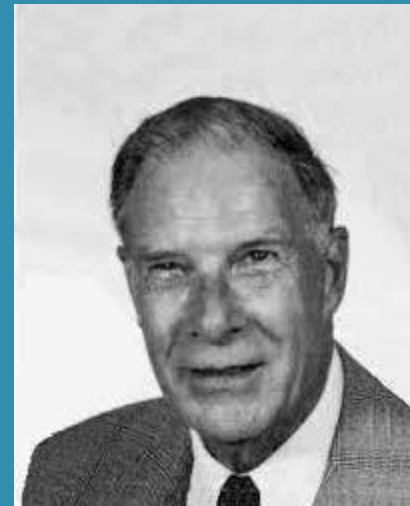
Επαναληπτικός υπολογισμός εξόδων
(σιγμοειδής f)

$$y_i(0) = f(s_i)$$

$$y_i(\tau + 1) = f\left(y_i(\tau) - \delta \sum_{k \neq i} y_k(\tau)\right)$$

Εγγυημένη
σύγκλιση
ανταγωνισμού

Δίκτυο δύο επιπέδων:
Πρόσθια τροφοδότηση +
επαναληπτική λειτουργία (Maxnet)
= **Hamming Net**



Richard W. Hamming
1915-1998

(Turing Award, 1968)

Απλή ανταγωνιστική μάθηση

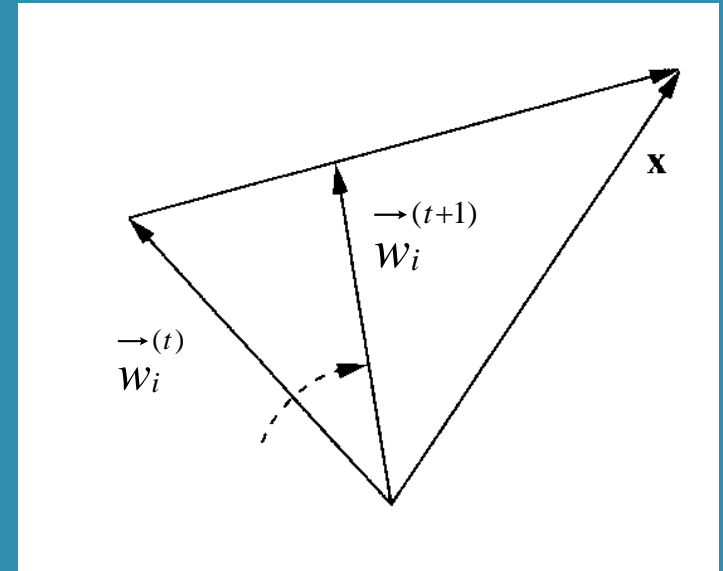
Φάση ανταμοιβής

Βασικός κανόνας

$$\vec{w}_i^{(t+1)} = \vec{w}_i^{(t)} + \eta(t) \left[\vec{x} - \vec{w}_i^{(t)} \right]$$

$$0 \leq \eta(t) \leq 1$$

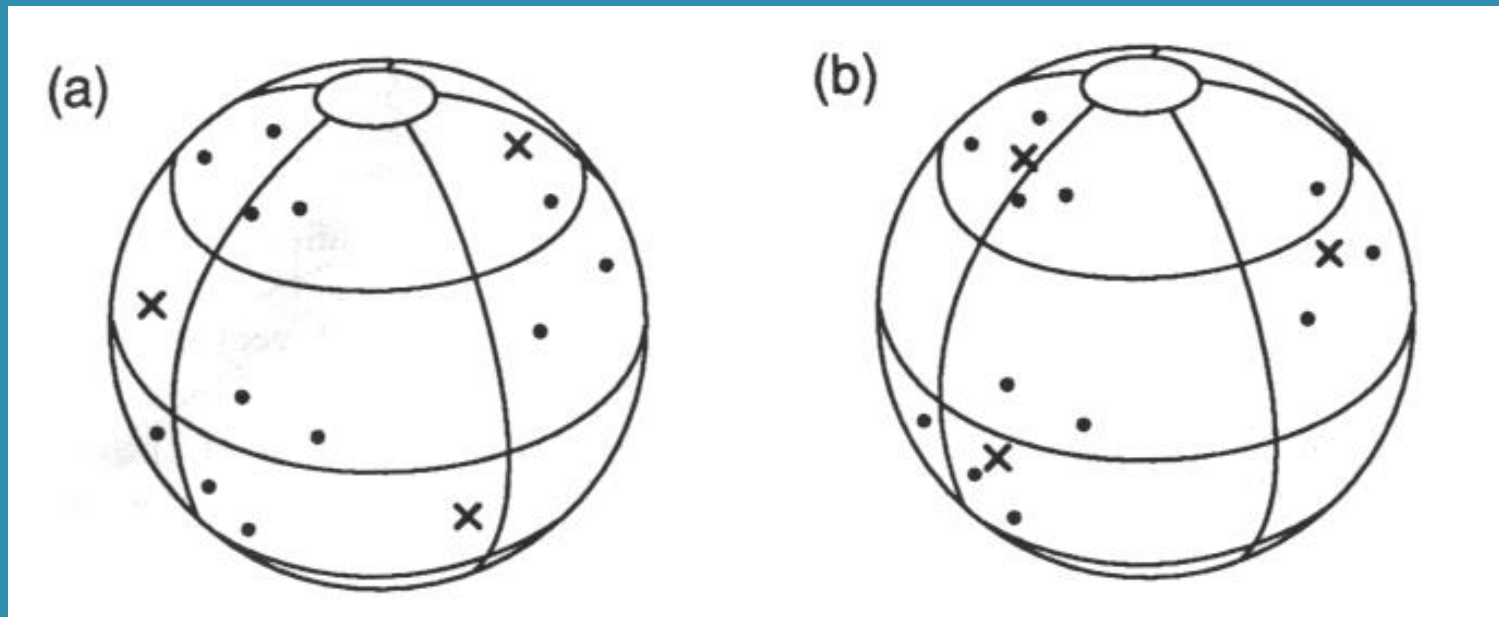
Πιθανή κανονικοποίηση βαρών
Φθίνων συντελεστής μάθησης



Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Ομαδοποίηση:

Σύγκλιση στα κέντρα βάρους



Το πρόβλημα των “νεκρών” κόμβων

Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Ελαχιστοποίηση συνάρτησης κόστους

$$\begin{aligned} E(\vec{w}) &= \frac{1}{2} \sum_k \sum_i M(i, k) \left\| \vec{x}^i - \vec{w}_k \right\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_k \sum_i \sum_j M(i, k) (x_j^i - w_{kj})^2 \end{aligned}$$

$$M(i, k) = \begin{cases} 1 & \text{αν } k \text{ νικητής με είσοδο } \vec{x}^i \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Συνάρτηση συμμετοχής ομάδας

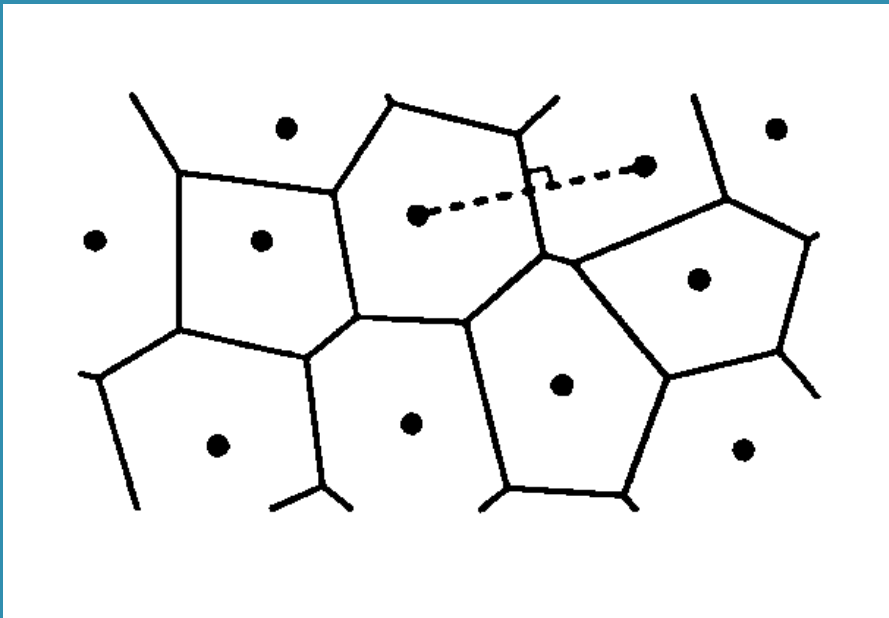
Κάθοδος κλίσης: τοπικά ελάχιστα

$$\Delta \vec{w}_k = -\eta \frac{\partial E}{\partial \vec{w}_k} = \eta \sum_i M(i, k) \left(\vec{x}^i - \vec{w}_k \right)$$

Προσέγγιση αυξητικής μεταβολής

Διανυσματικός κβαντισμός (vector quantization - VQ)

- M κατηγορίες διανυσμάτων (codebook)
- Εύρεση συνόλου πρωτότυπων διανυσμάτων (prototype vectors)



Πλησιέστερος γείτονας
(nearest-neighbor)



Διάγραμμα Voronoi
(ψηφιοθέτηση Dirichlet)

Ο αλγόριθμος k -μέσων (k -means)

- Σταθερός (προκαθορισμένος) αριθμός ομάδων
- Σημειακή ομαδοποίηση (point clustering)
- Παραμετρική ομαδοποίηση
 - Εύρεση συμπαγών ομάδων (νεφών)
 - Κάθε ομάδα αντιπροσωπεύεται από ένα σημείο.
- Άκαμπτη ομαδοποίηση (hard clustering)
 - Αντιστοίχιση καθενός προτύπου σε μια ομάδα

Ο αλγόριθμος k -μέσων

Σε κάθε βήμα :

- Ταξινόμηση καθενός προτύπου στην ομάδα Ω_k με τη μικρότερη απόσταση

$$d(\vec{x}^i, \vec{w}_k) = \min_j d(\vec{x}^i, \vec{w}_j)$$

- Υπολογισμός των νέων κέντρων των ομάδων

$$\vec{w}_j^{(t+1)} = \frac{1}{N_j^{(t)}} \sum_{\vec{x}^i \in \Omega_j^{(t)}} \vec{x}^i$$

N_j : αριθμός προτύπων
στην ομάδα Ω_j

Συνολική ενημέρωση (batch update) σε κάθε βήμα
 \Rightarrow Κάθοδος κλίσης

Ασαφής ομαδοποίηση (Fuzzy clustering)

- Εύκαμπτη ομαδοποίηση (soft clustering)
 - Κάθε πρότυπο μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μία ομάδες.
 - Βαθμός συμμετοχής (membership degree)
 $u_{ij} \in [0,1]$ του προτύπου i στην ομάδα j

$$\sum_{j=1}^M u_{ij} = 1$$

- Δυνατότητα μετάβασης σε άκαμπτη ομαδοποίηση
Παρέχει περισσότερη πληροφορία (κέντρα ομάδων και βαθμός συμμετοχής).

Ασαφής αλγόριθμος k -μέσων (Fuzzy k -means)

Σε κάθε βήμα :

- Υπολογισμός βαθμών συμμετοχής

$$u_{ij}^{(t)} = \frac{1}{\sum_{k=1}^M \frac{d(\vec{x}^i, \vec{w}_j^{(t)})}{d(\vec{x}^i, \vec{w}_k^{(t)})}}$$

- Υπολογισμός των νέων κέντρων των ομάδων

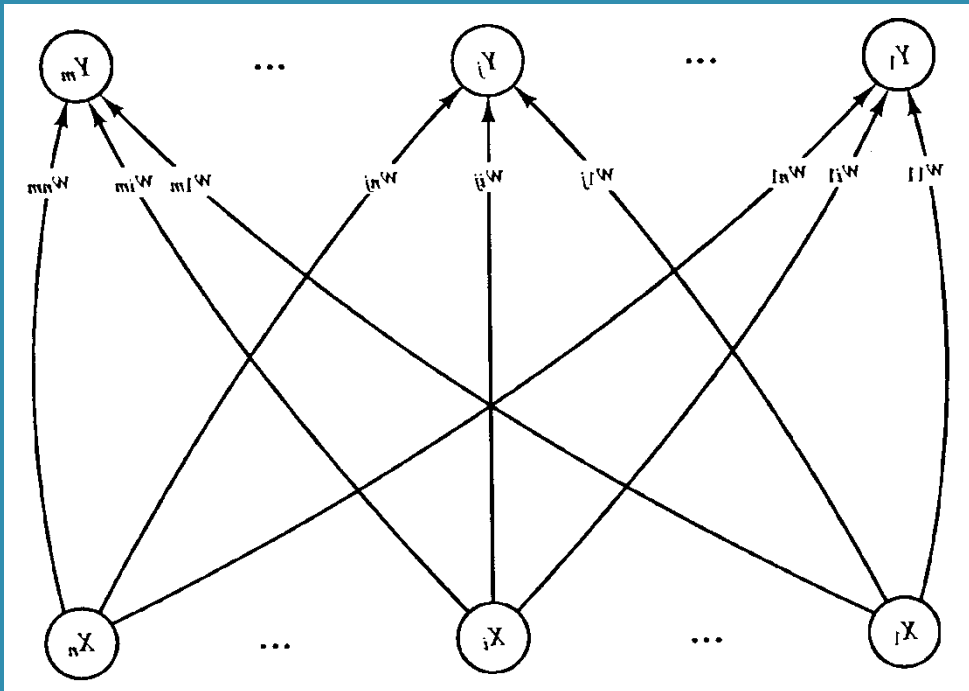
$$\vec{w}_j^{(t+1)} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(u_{ij}^{(t)}\right)^q \vec{x}^i}{\sum_{i=1}^N \left(u_{ij}^{(t)}\right)^q}$$

$q > 1$
τυπική τιμή $q=2$

Διανυσματικός κβαντισμός: Μη επιβλεπόμενη μάθηση

Απλή ανταγωνιστική μάθηση

Νευρωνική (σειριακή) διατύπωση του αλγορίθμου k -μέσων



Αριθμός εξόδων =
αριθμός ομάδων

Ενημέρωση βαρών
του νικητή μόνο

Διανυσματικός κβαντισμός: Επιβλεπόμενη μάθηση

Ο αλγόριθμος LVQ
(Learning Vector Quantization)
(Teuvo Kohonen, 1989)



- Επιγεγραμμένα (labelled) εκπαιδευτικά πρότυπα (συμμετοχή σε κατηγορίες)
- Ανάθεση ενός ή περισσότερων πρωτότυπων διανυσμάτων ανά κατηγορία (αρχικοποίηση βαρών με εκπαιδευτικά πρότυπα)

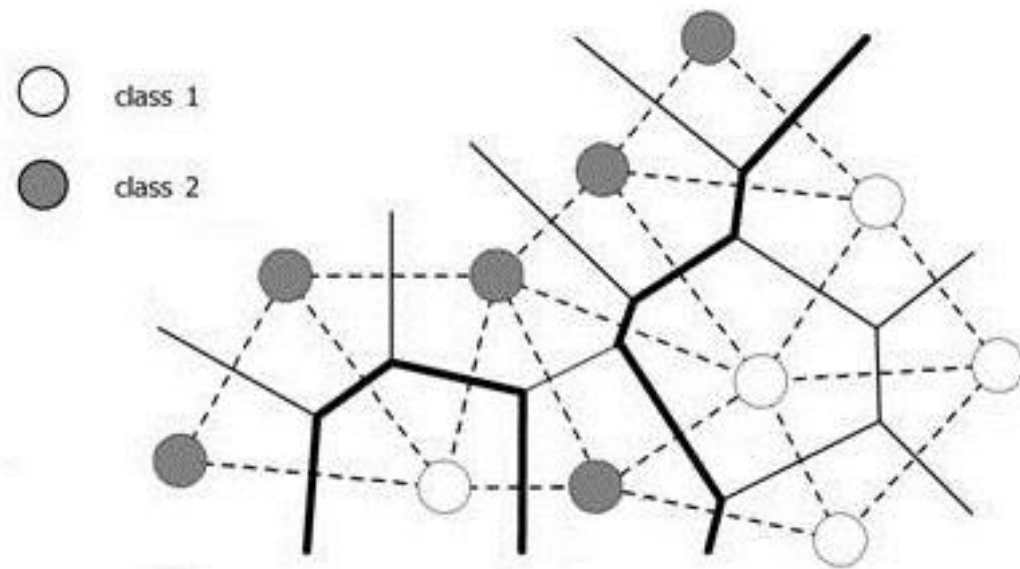
Ο αλγόριθμος LVQ

Ανταμοιβή

Ενημέρωση των βαρών μόνο του νικητή ανάλογα με την κατηγορία του

$$\Delta \vec{w}_k = \begin{cases} \eta (\vec{x} - \vec{w}_k) & \text{Σωστή κατηγορία νικητή} \\ -\eta (\vec{x} - \vec{w}_k) & \text{Λανθασμένη κατηγορία νικητή (απώθηση)} \end{cases}$$

Βελτιωμένες εκδόσεις: LVQ1 (conscience), LVQ2



LVQ

Μέθοδοι ανταγωνιστικής μάθησης

<http://www.demogng.de>