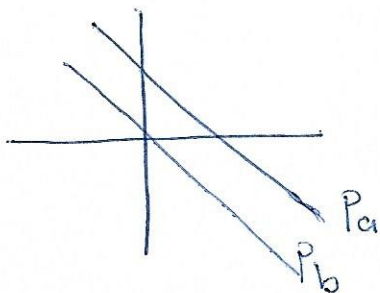


Θέμα 1

$$a) P_a: [x_1 \ x_2 \ 1] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} > 0 \Rightarrow x_1 a_1 + x_2 a_2 + a_3 > 0$$

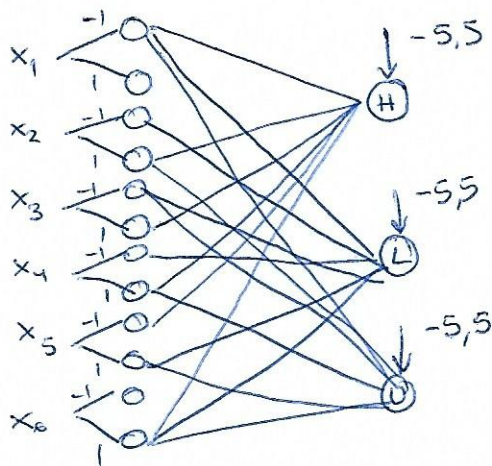
$$P_b: [x_1 \ x_2 \ 1] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} > 0 \Rightarrow x_1 b_1 + x_2 b_2 + b_3 > 0$$



Πρέπει οι ευθείες να έχουν την ίδια κλίση (παράλληλες), επομένως η P_a να είναι η ίδια ευθεία με την P_b αλλά μετατοπισμένη προς τα θετικά.

$$\Rightarrow b_1 = \lambda \cdot a_1, b_2 = \lambda \cdot a_2, b_3 \ll \lambda \cdot a_3, \lambda >$$

$$b) \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \\ x_5 & x_6 \end{pmatrix} \begin{array}{l} H \rightarrow x_1' \text{ and } x_2 \text{ and } x_3 \text{ and } x_4 \text{ and } x_5' \text{ and } x_6 \\ L \rightarrow x_1' \text{ and } x_2' \text{ and } x_3' \text{ and } x_4' \text{ and } x_5 \text{ and } x_6 \\ U \rightarrow x_1' \text{ and } x_2 \text{ and } x_3' \text{ and } x_4 \text{ and } x_5 \text{ and } x_6 \end{array}$$



(Θέλουμε να ταξινομούμε τα H, L, U \Rightarrow σε όλα η πρώτη σειρά μαύρη \rightarrow την αγνοούμε)

! Αν η πρώτη σειρά είναι όλα ~~ασπρά~~ μπορεί να αναγνωρίσει μόνο το L (στο H και U το x_2 πρέπει να είναι μαύρο για να το αναγνωρίσει.)

Λύση: - εφαρμογή επιαίδευσης με πρότυπα που έχουν θόρυβο
- δίνεται λιγότερο βάρος στην πρώτη σειρά

γ) $\eta \rightarrow$ συντελεστής "βαρύν" η προβαρμότητα παραμετρου πραχτικώς προβλήματα \rightarrow προβαρμωση όρου ορθής αναλογια με τον αριθμό εισόδων, ~~από~~ μεταβλητό ορογ ορθής αναλογια με το επιπεδο που βρίσκεται προβαρμωτικό έλεγχο ρυθμού μάθησης με βελτισια αποκρηση και αναλογια με το χρον

α) Συναρτησιακή φάση	perceptron	hopfield
εκπαίδευσης	προσαρμογή βαρών ρυθμός μάθησης	χαμηλώνει την ενέργεια των προτύπων
λειτουργίας	διαχωρίζει / ταξινομεί	αποθηκεύει • ταλάντωση αν δεν είναι αποθηκευμένο • ή επιστρέφει αυτό που μοιάζει περισσότερο

β) Σύμφωνα με τον κανόνα του Hebb έχουμε:

$$w_{kj} = \frac{1}{N} \sum_m z_k^m \cdot z_j^m$$

Έστω ότι αρχική κατάσταση του δικτύου είναι το αποθηκευμένο πρότυπο $\{z^P\}$.

Έχουμε:

$$\begin{aligned}
 y_k' &= f(u_k) = f\left(\sum_j w_{kj} z_j^P\right) = f\left(\frac{1}{N} \sum_j \sum_m z_k^m z_j^m z_j^P\right) \\
 &= f\left(\frac{1}{N} \sum_m z_k^m \sum_j z_j^m z_j^P\right) \quad \underline{j \neq k} \\
 &= f\left(\frac{1}{N} z_k^P \cdot \sum_{j \neq k} z_j^P z_j^P + \frac{1}{N} \sum_{m \neq P} z_k^m \sum_j z_j^m z_j^P\right) \quad \underline{j \neq k} \\
 &= f\left(\frac{1}{N} z_k^P (N-1) + \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{m \neq P} z_k^m \sum_j z_j^m z_j^P}_{\frac{1}{N} \sum_j q_j}\right)
 \end{aligned}$$

Όμως:

$$\text{Για } u_k \geq 0 \rightarrow f(u_k) = 1 \Rightarrow z_k^P = 1 \Rightarrow \frac{1}{N}(N-1) + \frac{1}{N} q_j \geq 0 \Rightarrow$$

$$q_j \geq -(N-1) \Rightarrow q_j > 1-N \quad \textcircled{1}$$

$$\text{Για } u_k < 0 \rightarrow f(u_k) = -1 \Rightarrow z_k^P = -1 \Rightarrow -\frac{1}{N}(N-1) + \frac{1}{N} q_j < 0 \Rightarrow$$

$$q_j < N-1 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow |q_j| < N-1 \quad \forall_k$$

α) Όταν υπάρχουν πολλοί νευρώνες σε επίπεδο Kohonen υπάρχουν "νεκροί" νευρώνες που συντηρούν τα αρχικά τους βάρη και καθώς δεν γίνονται ποτέ νικητές δεν συμβάλουν στο clustering (ομαδοποίηση)

⇒ Λύση: τροποποίηση βερρών σε όλους τους νευρώνες της γειτονίας

⇒ η γειτονιά πρέπει να μειώνεται - σ'αυτή αρχή μεγάλη για να συγκλίνει όλο το πλέγμα και σε συνέχεια μόνο ένα πρότυπο σε κάθε ομάδα.

$$\beta) \begin{array}{l} w_1 = [7, 1] \\ w_2 = [1, 2] \\ w_3 = [-3, 0] \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = 0.5 \\ x = [4, 4] \end{array} \right.$$

i) εσωτερικό γινόμενο

$$w_1 \cdot x = 7 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = 32 \rightarrow \text{νικητής (max)}$$

$$w_2 \cdot x = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 12$$

$$w_3 \cdot x = -3 \cdot 4 + 0 \cdot 4 = -12$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow w_1' &= w_1 + \alpha \cdot (x - w_1) = [7 \ 1] + 0.5 \cdot [4-7 \ 4-1] = \\ &= [7 \ 1] + [-1.5 \ 1.5] = \\ &= [5.5 \ 2.5] \end{aligned}$$

ii) ευκλείδεια απόσταση

$$\|w_1 - x\| = \sqrt{(7-4)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{18}$$

$$\|w_2 - x\| = \sqrt{(1-4)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{13} \rightarrow \text{νικητής (min)}$$

$$\|w_3 - x\| = \sqrt{(-3-4)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{65}$$

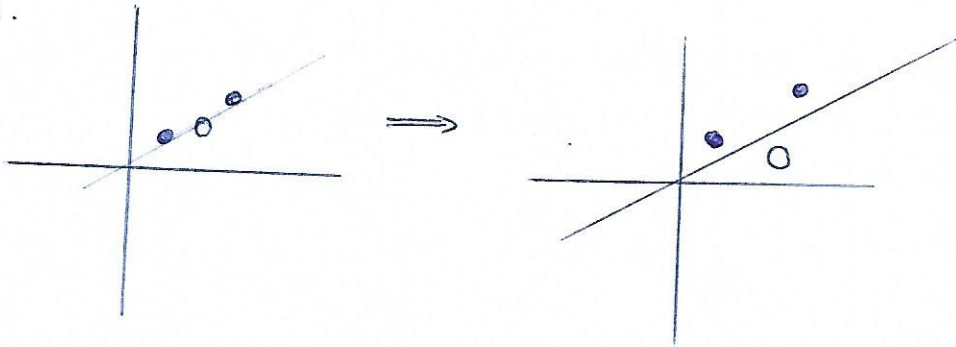
$$\begin{aligned} \Rightarrow w_2' &= w_2 + \alpha(x - w_2) = [1 \ 2] + 0.5 [4-1 \ 4-2] \\ &= [1 \ 2] + [1.5 \ 1] \\ &= [2.5 \ 3] \end{aligned}$$

Ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιούμε επιλέγεται διαφορετικό ~~πρότυπο~~ διάνυσμα βερρών, επομένως θα προερχόμαστε από διαφορετικό διάνυσμα η κάθε ομάδα.

α) αύξηση χώρου διασποράς. οδηγεί σε απομάκρυνση των προτύπων.

πχ.

(Θ. Cover σελ. 232)



$$B) A_1 = \left\{ \frac{1}{x_1}, \frac{0.9}{x_2}, \frac{0.1}{x_3} \right\}$$

$$A_2 = \left\{ \frac{0.9}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{0.2}{x_3} \right\}$$

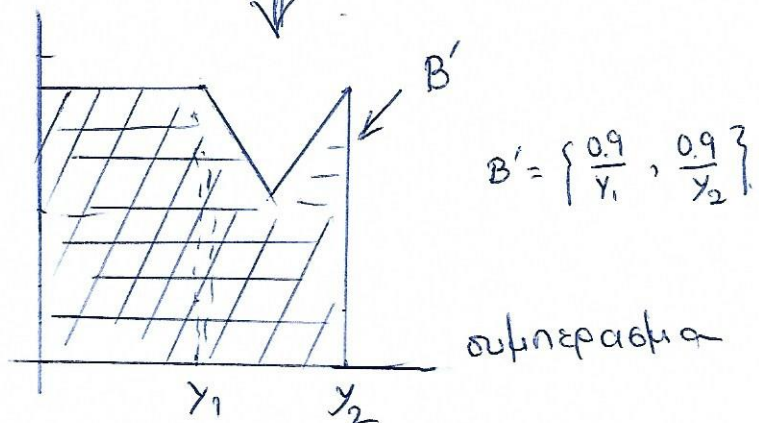
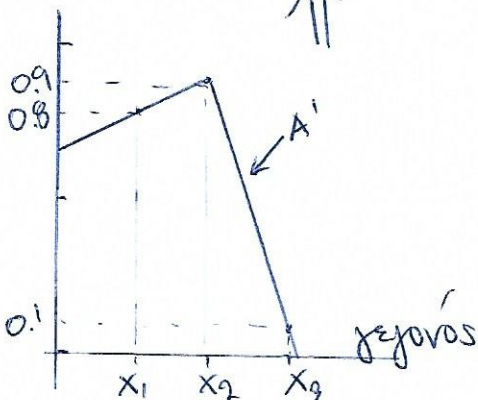
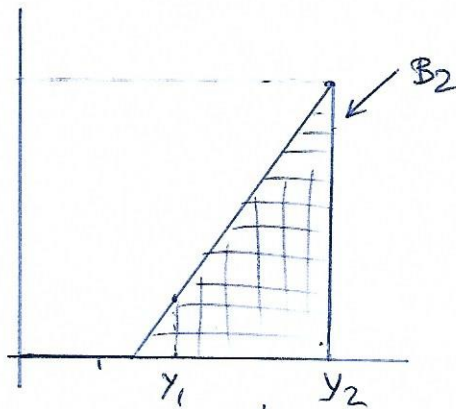
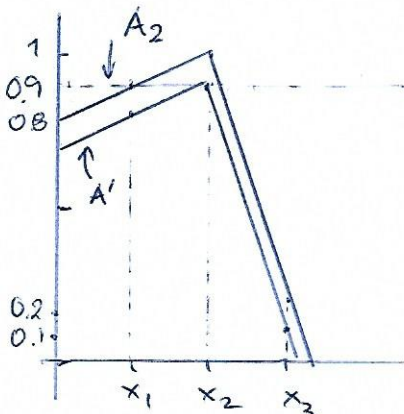
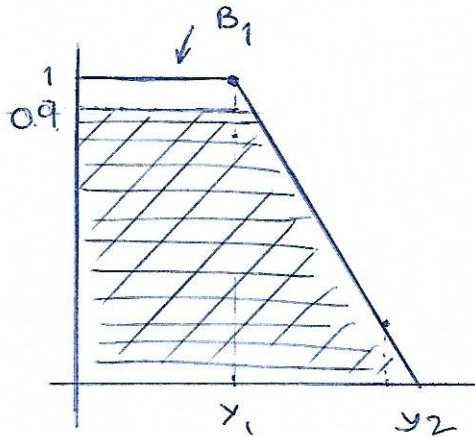
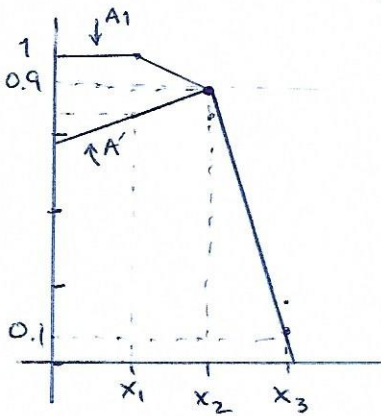
$$B_1 = \left\{ \frac{1}{y_1}, \frac{0.2}{y_2} \right\}$$

$$B_2 = \left\{ \frac{0.2}{y_1}, \frac{0.9}{y_2} \right\}$$

IF X IS A_1 THEN Y IS B_1

IF X IS A_2 THEN Y IS B_2

$$A' = \left\{ \frac{0.8}{x_1}, \frac{0.9}{x_2}, \frac{0.1}{x_3} \right\}$$



$$B' = \left\{ \frac{0.9}{y_1}, \frac{0.9}{y_2} \right\}$$

2010 Θ5

γενετικός αλγόριθμος για clustering

⇒ αποθηκεύεις κέντρο c_j σε ένα διάνυσμα / χρωμόσωμα

χωρίζεις clusters με βάση τα χρωμόσωματα και
προσπαθείς κάθε χρωμόσωμα να φτάσει το κέντρο αφού
αρχικοποιήσεις τον πληθυσμό