Seminarium 3

10-12

Bestäm arean av triangeln med följande hörn.

VAR1: (1,0,1), (0,2,-1) och (1,1,1)

VAR1: $A=(1,0,1)$, $B=(0,2,-1)$ och $C=(1,1,1)$

$\Rightarrow \overline{AB}=(-1,2,-2)$, $\overline{AC}=(0,1,0)$

$$\bar{n}=\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{bmatrix}-1\\2\\-2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0-(-2)\\0-0\\-1-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\0\\-1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A_{\text{triangel}}=\frac{1}{2}\|\bar{n}\|=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+1^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Svar: $A_{\text{triangel}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

VAR2: $A=(1,1,2)$, $B=(2,-1,0)$ och $C=(0,-1,1)$

$\Rightarrow \overline{AB}=(1,-2,-2)$, $\overline{AC}=(-1,-2,-1)$

$$\bar{n}=\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{bmatrix}1\\-2\\-2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-1\\-2\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-4\\2+1\\-2-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\3\\-4\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A_{\text{triangel}}=\frac{1}{2}\|\bar{n}\|=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\frac{\sqrt{4+9+16}}{2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$$

Svar: $A_{\text{triangel}}=\frac{\sqrt{29}}{2}$

13-15

Bestäm standardekvationen (dvs en ekvation på formen $ax+by+cz+d=0$) för det plan i $\mathbb{R}^3$ som innehåller punkterna

VAR1: $A=(1,0,1)$, $B=(0,2,-1)$ och $C=(1,1,1)$

$\Rightarrow \overline{AB}=(-1,2,-2)$, $\overline{AC}=(0,1,0)$

$$\bar{n}=\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{bmatrix}-1\\2\\-2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0-(-2)\\0-0\\-1-0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\0\\-1\end{bmatrix}$$

Planetsekvation: $\bar{n}\cdot(\bar{x}-\bar{x_0})=0$

$$\bar{n}\cdot(\bar{x}-\overline{OA})=2(x-1)-(z-1)=0$$

$\Rightarrow$ $2x-z=1$

Svar: $2x-z=1$

VAR2: $A=(1,1,2)$, $B=(2,-1,0)$ och $C=(0,-1,1)$

$\Rightarrow \overline{AB}=(1,-2,-2)$, $\overline{AC}=(-1,-2,-1)$

$$\bar{n}=\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{bmatrix}1\\-2\\-2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-1\\-2\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-4\\2+1\\-2-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\3\\-4\end{bmatrix}$$

$$\bar{n}\cdot(\bar{x}-\bar{x_0})=\bar{n}\cdot(\bar{x}-\overline{OA})=-2(x-1)+3(y-1)-4(z-2)=0$$

$$\Rightarrow -2x+2+3y-3-4z+8=0$$

$$-2x+3y-4z=-2+3-8=-7$$

Svar: $2x-3y+4z=7$