Seminarium 6

Seminarium 13 - 15

VAR 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1}$$

A har $n=3$ olika egenvärden $\Rightarrow$ A är diagonaliserbar

B har ett degenererat egenvärde, då måste vi kolla om dess egenvektorer är linjärt oberoende, och ifall geom. multi. > 1

$\lambda = 2$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ är egenvektorer}$$

$\lambda = 3$:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_3 = -2x_2 \end{cases} \Rightarrow \bar{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \\ -2x_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}}}$$

Tre linjärtoberoende egenvektorer $\Rightarrow$ B är diagonaliserbar

$$B^{-1} = (PDP^{-1})^{-1} = PD^{-1}P^{-1} \quad \exists \Rightarrow B^{-1} \text{ är diagonaliserbar.}$$

VAR 2 :

Samma för F tre olika egenvärden , $F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(G - 2I) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ ty } \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases}$$

$$(G - 3I) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = x_2 \\ x_2 = 0 \end{matrix}$$