

Problema 1. De los enunciados siguientes, ¿Cuáles son proposiciones?

1. Si b es un número negativo entonces $-b < 0$.
2. $(\sqrt{5})^3$ es número irracional.
3. $x^2 + 3x$.
4. Entre dos números racionales diferentes, existen infinitos números racionales.

Problema 2. Traducir en un lenguaje simbólico (proposición atómica y conectivos) las siguientes afirmaciones:

- a) Si Pérez recibió el telegrama, entonces o tomó el avión o prefirió ignorar nuestro pedido.
- b) Si Pablo recibió el mensaje, entonces asistirá a la reunión y no presentará su renuncia.
- c) Si se presentan los síntomas ordinarios de un resfriado y el paciente tiene alta temperatura, entonces, si tiene pequeñas manchas en la piel, está con sarampión.

Además, encuentre la negación de cada una de las afirmaciones anteriores a), b) y c) y preséntela de tal forma que los conectivos de negación solamente se apliquen a proposiciones atómicas.

Problema 3. Usted es periodista e investigó la muerte de la Sra. Ximena Pérez, dama de la sociedad nacional. Se logró establecer que las siguientes proposiciones eran verdaderas:

- El mayordomo o su hijastro asesinó a la Sra Ximena.
 - Si el mayordomo asesinó a la Sra Ximena, el asesinato ocurrió durante o después de la medianoche.
 - Si el testimonio del hijastro es correcto, entonces el asesinato ocurrió antes de la medianoche.
 - Si el testimonio del hijastro es incorrecto, las luces de la casa no se apagaron a la medianoche.
 - Las luces de la casa se apagaron a la medianoche y el mayordomo no es millonario.
- i) Usando variables de proposiciones p, q, r, \dots para las distintas proposiciones atómicas, formaliza simbólicamente cada una de las proposiciones anteriores.
- ii) Aplicando conjunciones a las proposiciones formales de i) y aplicando equivalencias elementales para simplificar la proposición grande, deduzca quién es el asesino.

Problema 4. Formaliza la proposición “*cada número natural mayor o igual a 2 es divisible por un número primo.*”

utilizando solamente los símbolos $\forall, \exists, \in, \mathbb{N}, +, \cdot, =, \leq$, letras para variables de elementos, y simbolos de los conectivos lógicos básicos.

Problema 5. Para el esquema predicativo

$$(\forall X \in A : p(X)) \vee (\forall X \in A : q(X)),$$

dé una realización semántica verdadera y una realización semántica falsa. Después, dé un esquema predicativo en forma normal que es semánticamente equivalente al anterior y un esquema en forma normal que es semánticamente equivalente a su negación.