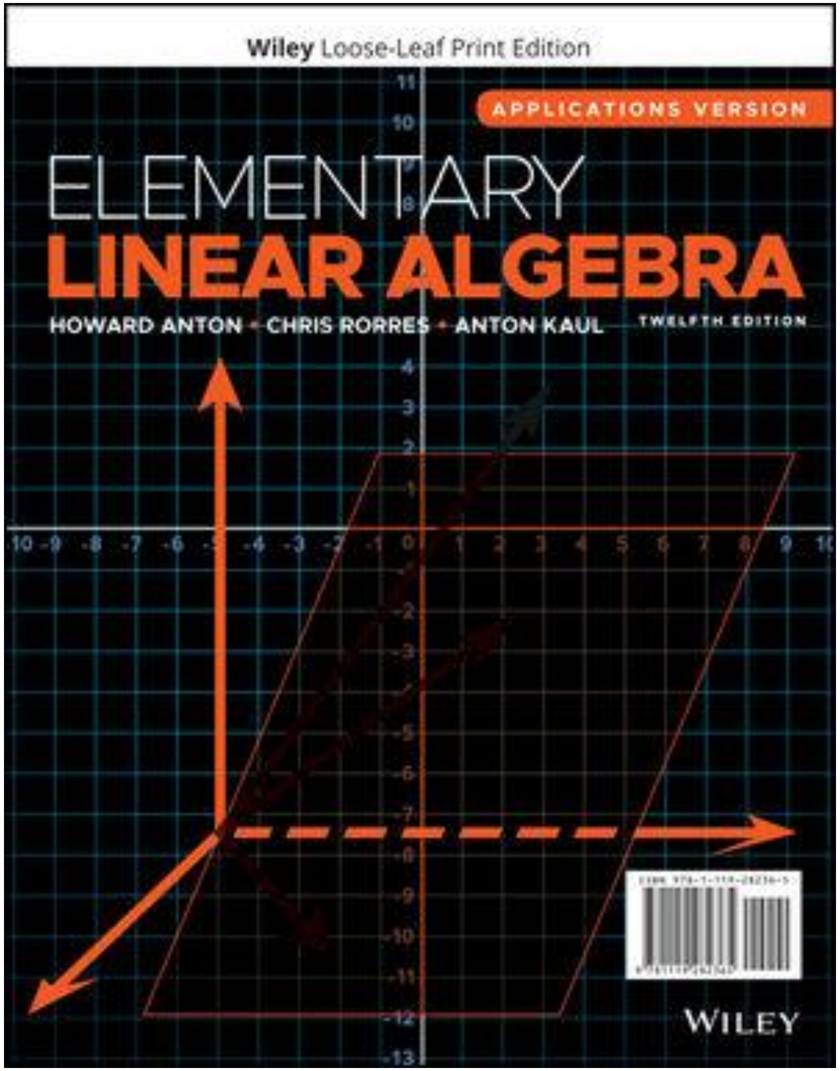
Determinan

Pertemuan ke 7 – 8

Diadopsi dari sumber :



Sub-CPMK

- Mahasiswa dapat melakukan operasi hitung dengan menggunakan konsep determinan (C3, A3)

Materi

1. Fungsi determinan
2. Determinan dengan ekspansi kofaktor
3. Menghitung determinan dengan reduksi baris
4. Sifat-sifat determinan
5. Aturan Cramer

1. Fungsi Determinan

1. Fungsi Determinan

- Fungsi determinan berbeda dengan fungsi bilangan real, seperti $f(x) = x^2$ yang menetapkan suatu bilangan real ke variabel x, fungsi determinan menetapkan bilangan real $f(A)$ ke variabel matriks A.
- Meskipun konsep determinan muncul dari konteks penyelesaian SPL, determinan jarang digunakan untuk menyelesaikan penerapan SPL di dunia nyata.
- Meskipun dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL dengan 2 atau 3 variabel, fokus dari sistem ini adalah hubungan sistem ini dengan berbagai konsep aljabar linier dan dapat digunakan untuk mencari invers matriks.

2. Determinan dengan Ekspansi Kofaktor

2.1. Matriks 2×2

- Bentuk umum matriks 2×2,

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

- Matriks A memiliki invers jika dan hanya jika $ad - bc \neq 0$, $ad - bc$ adalah determinan dari matriks A yang dituliskan sebagai:

$$\det(A) = ad - bc \text{ atau } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

- Invers dari A dapat dituliskan dengan menggunakan determinan sebagai berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

2.2. Minor dan Kofaktor

- Untuk matriks persegi $(n \times n)$, minor dari elemen a_{ij}, dinotasikan dengan M_{ij} merupakan determinan sub-matriks yang tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari matriks A.
- Kofaktor dari elemen a_{ij}, dinotasikan sebagai C_{ij} merupakan nilai dari $(-1)^{i+j}M_{ij}$.
- Contoh: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = (5)(8) - (6)(4) = 16$$

$$C_{11} = (-1)^{1+1}M_{11} = M_{11} = 16$$

2.3. Determinan Matriks Ordo $n \times n$

- Dapat diperoleh dengan perkalian elemen di sebarang baris/ kolom matriks A dengan kofaktornya dan menjumlahkannya.
- Jumlahan tersebut dikenal sebagai **ekspansi kofaktor**, yaitu:

$$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$$

[ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-*j*]

atau

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$$

[ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-i]

Nilai C_{ij} $+$ atau $-$ berdasarkan aturan di slide sebelumnya

CONTOH SOAL

Contoh 2.1. Tentukan determinan matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$.

Solusi. Ekspansi kofaktor baris pertama

$$\begin{aligned} \det(A) &= \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 3\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} \\ &= 3(-4) - 1(-11) + 0 = -1 \end{aligned}$$

CONTOH SOAL

Contoh 2.1 (lanjutan). Ekspansi kofaktor kolom pertama

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 3\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-4) + 2(-2) + 5(3) = -1$$

Pada ekspansi kofaktor baris pertama, kita hanya perlu menghitung 2 determinan. Jadi pilih kolom/baris yang memiliki banyak elemen nol.

CONTOH SOAL

Contoh 2.2. Tentukan determinan matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Solusi. Pilih kolom ke-2

$$\det(A) = 1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Pilih kolom ke-2

$$\begin{aligned} \det(A) &= 1(-2) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -2(1+2) \\ &= -6 \end{aligned}$$

2.4. Determinan Matriks Segitiga

- Perhitungan berikut menunjukkan bahwa determinan matriks segitiga bawah 4×4 adalah hasil perkalian elemen-elemen diagonalnya.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & 0 & 0 \\ a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} \begin{vmatrix} a_{33} & 0 \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$
$$= a_{11}a_{22}a_{33}|a_{44}| = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}$$

- Jika matriks $A_{n\times n}$ adalah matriks segitiga (atas, bawah, serta diagonal), maka $\det(A)$ adalah hasil kali semua elemen diagonal utama matriks A, dituliskan sebagai

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} \dots a_{nn}$$

2.5. Teknik Sederhana untuk Matriks Ordo 2×2

- Determinan matriks 2×2 dapat dicari dengan mudah jika menggunakan pola dibawah ini.

$$\begin{array}{c} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \\ - \qquad\qquad\quad + \end{array}$$

- Jadi determinan matriks 2×2 adalah

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{22}$$

Contoh 2.3. Determinan matriks

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = (3)(-2) - (1)(4) = -10$$

2.6. Teknik Sederhana untuk Matriks Ordo 3×3

- Determinan matriks 3×3 dapat dicari dengan mudah jika menggunakan pola dibawah ini.

$$\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ - & - & - & + & + & + \end{array}$$

Teknik ini hanya dapat digunakan untuk matriks ordo 2x2 dan 3x3. **TIDAK BERLAKU** untuk ordo 4x4 keatas.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{22} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

3. Menghitung Determinan dengan Reduksi Baris

3.1. Teorema Dasar

Dua teorema berikut merupakan prosedur utama dalam menentukan determinan matriks berbagai ordo.

Teorema1. Jika sebuah matriks $A_{n\times n}$ memiliki baris atau kolom bernilai nol, maka $\det(A) = 0$.

Teorema 2. Untuk matriks $A_{n\times n}$, maka $\det(A) = \det(A^T)$.

3.2. Operasi Baris Elementer (1)

Misalkan A merupakan matriks $n \times n$.

1. Jika B adalah matriks yang terbentuk dari matriks A dengan salah satu baris/kolom dikali suatu konstan k, maka $\det(B) = k\det(A)$.

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

2. Jika B adalah matriks yang diperoleh dengan menukar 2 baris/kolom matriks A, maka $\det(B) = -\det(A)$.

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

3.2. Operasi Baris Elementer (2)

3. Jika B adalah matriks yang diperoleh dengan menjumlahkan suatu baris/kolom dengan perkalian skalar kolom lain, maka $\det(B) = \det(A)$.

$$\begin{vmatrix} a_{11} + k.a_{21} & a_{12} + k.a_{22} & a_{13} + k.a_{23} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Contoh 3.1. Hitung $\det(A)$dimana $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$.

Solusi. Matriks A akan direduksi menjadi matriks segitiga atas untuk mencari determinannya.

CONTOH SOAL

Contoh 3.1 (lanjutan).

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

Baris pertama dan kedua ditukar

$$= -3\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

Faktor 3 dari baris pertama dikeluarkan

$$= -3\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 10 & -5 \end{vmatrix}$$

-2 kali baris pertama ditambahkan ke baris ketiga.

CONTOH SOAL

Contoh 3.1 (lanjutan).

$$\det(A) = -3\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -55 \end{vmatrix}$$

-10 kali baris kedua ditambahkan ke baris ketiga.

$$= (-3)(-55)\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Faktor -55 dari baris ketiga dikeluarkan

$$= (-3)(-55)(1) = 165$$

CONTOH SOAL

Contoh 3.2. Hitung $\det(A)$dimana $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$.

Solusi. Determinan akan dicari dengan menggunakan operasi baris dan kofaktor.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 8 & 0 \end{vmatrix} \longleftarrow \begin{matrix} B_1 - 3B_2 \\ B_3 - 2B_2 \\ B_4 - 3B_2 \end{matrix}$$

$$= -1 \begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix} \longleftarrow \text{Ekspansi kofaktor kolom pertama}$$

CONTOH SOAL

Contoh 3.2 (lanjutan).

$$\det(A) = -1\begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 9 & 3 \end{vmatrix}$$

Baris ketiga ditambah baris pertama

$$= -1(-1)\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}$$

Kofaktor kolom pertama

$$= (3)(3) - (3)(9) = -18$$

4. Sifat-Sifat Determinan

4. Sifat-Sifat Determinan

1. $\mathbf{det}(\boldsymbol{kA}) = \boldsymbol{k^n}\,\mathbf{det}(\boldsymbol{A})$
2. Jika matriks A, B, C merupakan matriks $n \times n$ yang berbeda pada 1 baris, misalkan baris ke-r, dan nilai baris ke-r di matriks C adalah jumlah dari baris ke-r matriks A dan B, maka $\mathbf{det}(\boldsymbol{C}) = \mathbf{det}(\boldsymbol{A}) + \mathbf{det}(\boldsymbol{B})$. Hal ini juga berlaku untuk kolom.
3. Jika matriks A dan B adalah matriks persegi dengan ordo yang sama, maka $\mathbf{det}(\boldsymbol{AB}) = \mathbf{det}(\boldsymbol{A})\,\mathbf{det}(\boldsymbol{B})$.
4. Matriks persegi A memiliki invers jika dan hanya jika $\mathbf{det}(\boldsymbol{A}) \neq \mathbf{0}$
5. Jika matriks A memiliki invers, maka

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)} \qquad \text{dan} \qquad A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\operatorname{adj}(A)$$

4.1. Matriks Adjoint

- Jika A adalah matriks dengan ordo $n \times n$ dan C_{ij} kofaktor dari a_{ij}, maka matriks kofaktor dari A adalah

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

- Transpose dari matriks kofaktor disebut adjoint dari A, dituliskan sebagai $\operatorname{adj}(A)$.

$$\operatorname{adj}(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \cdots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

CONTOH SOAL

Contoh 4.1. Tentukan matriks adjoint dari $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$

Kofaktor dari A:

$C_{11} = 0 - (-12) = 12$ $\quad C_{12} = -(0 - 6) = 6$ $\quad C_{13} = -4 - 12 = -16$

$C_{21} = -(0 - 4) = 4$ $\quad C_{22} = 0 + 2 = 2$ $\quad C_{23} = -(-12 - 4) = 16$

$C_{31} = 6 + 6 = 12$ $\quad C_{32} = -(9 + 1) = -10$ $\quad C_{33} = 18 - 2 = 16$

Matriks kofaktornya adalah

$$\begin{bmatrix} 12 & 6 & -16 \\ 4 & 2 & 16 \\ 12 & -10 & 16 \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks adjointnya

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 12 & 4 & 12 \\ 6 & 2 & -10 \\ -16 & 16 & 16 \end{bmatrix}$$

5. Aturan Cramer

5. Aturan Cramer

Jika $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ adalah SPL dengan n variabel sedemikian sehingga $\det(A) \neq 0$ maka SPL tersebut memiliki penyelesaian tunggal, yaitu

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

dimana A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti elemen kolom ke-j dari matriks A dengan matriks kolom

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_3 \end{bmatrix}$$

CONTOH SOAL

Contoh 5.1. Gunakan Aturan Cramer untuk menyelesaikan SPL berikut.

$$\begin{aligned} x_1 \qquad\quad + 2x_3 &= 6 \\ -3x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 30 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Solusi.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 30 & 4 & 6 \\ 8 & -2 & 3 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -3 & 30 & 6 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix}, \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ -3 & 4 & 30 \\ -1 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

CONTOH SOAL

Contoh 5.1 (lanjutan). Maka

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{-40}{44} = -\frac{10}{11}$$

$$x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{72}{44} = \frac{18}{11}$$

$$x_3 = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{152}{44} = \frac{38}{11}$$

LATIHAN SOAL

SOAL 1

Dengan menggunakan ekspansi kofaktor, tentukan determinan dari matriks A. Tuliskan baris atau kolom yang digunakan.

a. $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 10 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

c. $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & 5 \end{bmatrix}$

LATIHAN SOAL

SOAL 2

Hitung determinan matriks berikut dengan menggunakan OBE, kemudian gunakan kombinasi OBE dan ekspansi kofaktor.

a. $\begin{bmatrix} 3 & -6 & 9 \\ -2 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

d. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

LATIHAN SOAL

SOAL 3

Tentukan apakah matriks berikut memiliki invers. Jika ya, gunakan metode adjoint untuk menentukan inversnya.

a. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

LATIHAN SOAL

SOAL 4

Tentukan penyelesaian SPL berikut dengan menggunakan aturan Cramer.

a. $$\begin{aligned} 7x_1 - 2x_2 &= 3 \\ 3x_1 + x_2 &= 5 \end{aligned}$$

b. $$\begin{aligned} x - 4y + 2z &= 6 \\ 4x - y + 2z &= -1 \\ 2x + 2y - 3z &= -20 \end{aligned}$$

c. $$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ -x_1 + 7x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 &= 5 \end{aligned}$$

d. $$\begin{aligned} 4x + 5y &= 2 \\ 11x + y + 2z &= 3 \\ x + 5y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

RINGKASAN

- Konsep determinan muncul dari konteks penyelesaian SPL, namun jarang digunakan untuk menyelesaikan penerapan SPL di dunia nyata.
- Determinan banyak digunakan dalam berbagai konsep aljabar linier dan dapat digunakan untuk mencari invers matriks.
- Salah satu metode menentukan determinan adalah ekspansi kofaktor. Untuk menggunakan metode ini, diperlukan konsep minor dan kofaktor suatu matriks.
- Dalam perhitungan determinan, biasanya kolom/baris yang digunakan untuk ekspansi kofaktor adalah kolom/baris yang banyak memiliki elemen nol.

RINGKASAN

- Determinan matriks segitiga (atas dan bawah), serta matriks diagonal adalah hasil kali semua elemen pada diagonal utama.
- Terdapat teknik sederhana untuk menentukan determinan matriks ordo 2×2 dan 3×3. Teknik ini lebih sering disebut sebagai metode sarrus.
- Teknik sederhana ini hanya berlaku untuk matriks 2×2 dan 3×3, tetapi tidak berlaku untuk matriks ordo 4×4 keatas.
- Operasi baris elementer (OBE) juga dapat digunakan untuk mencari determinan suatu matriks.
- Tiga operasi utama pada OBE mengubah nilai determinan matriks sesuai dengan sifat-sifatnya.

RINGKASAN

- Determinan matriks juga dapat dicari dengan menggunakan gabungan kedua metode sebelumnya. Metode ini lebiuh sering digunakan karena relatif lebih sederhana.
- Matriks adjoint suatu matriks dapat dicari dengan menggunakan minor dan kofaktor dari matriks tersebut.
- Determinan matriks dapat digunakan untuk menentukan penyelesaian suatu SPL. Metode yang digunakan disebut aturan Cramer.

Terima Kasih