

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Συνδυαστικά θέματα



1. Έχεις ένα σύρμα μήκους 2,3108 μ. και το κόβεις σε 3 κομμάτια. Με το πρώτο κομμάτι φτιάχνεις ένα τετράγωνο πλευράς 20 εκ., με το δεύτερο φτιάχνεις έναν κύκλο ακτίνας 11 εκ. και με το τρίτο φτιάχνεις ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος 26εκ.

- α) Πόσα εκατοστά είναι καθένα από τα τρία κομμάτια σύρμα;
β) Πόσα εκατοστά είναι το πλάτος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου;
γ) Ποιο από τα τρία σχήματα που έφτιαξες έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;

2. Ένας εκτυπωτής τυπώνει 105 ασπρόμαυρες σελίδες σε 7 λεπτά και 108 έγχρωμες σελίδες σε 9 λεπτά.

- α) Πόσα λεπτά θα χρειαστεί ο εκτυπωτής για να τυπώσει 375 ασπρόμαυρες και 240 έγχρωμες σελίδες;
β) Στον χρόνο που ο εκτυπωτής εκτυπώνει 315 ασπρόμαυρες σελίδες, πόσες έγχρωμες σελίδες μπορεί να τυπώσει;
γ) Ο εκτυπωτής τυπώνει ασπρόμαυρες σελίδες για 5 λεπτά, τις οποίες αριθμεί γράφοντας 1, 2, 3, 4, 5, ... Πόσες φορές τύπωσε ο εκτυπωτής το ψηφίο 5 για την αρίθμηση;

3. Σε μία πόλη για τη χρήση ταξί ισχύουν τα εξής: Η αρχική χρέωση είναι 1,2€. Αν η διαδρομή γίνει από τις 05:00 μέχρι τα μεσάνυχτα η επιπλέον χρέωση είναι 0,7€ για κάθε χιλιόμετρο. Αν η διαδρομή γίνει από τα μεσάνυχτα μέχρι τις 05:00 η επιπλέον χρέωση είναι 1,25€ για κάθε χιλιόμετρο. Για κάθε αποσκευή η χρέωση είναι 0,4€ ενώ η ελάχιστη συνολική χρέωση είναι 3,20€. Να βρεις πόσα € θα πληρώσει ένας πελάτης ενός ταξί, αν:

- α) Η διαδρομή είχε μήκος 6,5 χιλιόμετρα, έγινε μετά τις 05:00 και πριν τα μεσάνυχτα και ο πελάτης είχε 2 αποσκευές.
β) Η διαδρομή είχε μήκος 8 χιλιόμετρα, έγινε μετά τα μεσάνυχτα και πριν τις 05:00 και ο πελάτης είχε 3 αποσκευές.
γ) Η διαδρομή είχε μήκος 2,4 χιλιόμετρα, έγινε μετά τις 05:00 και πριν τα μεσάνυχτα και ο πελάτης δεν είχε αποσκευές.

4. Μια τάξη έχει ορισμένους μαθητές. Από αυτούς το 20% πηγαίνει στο σχολείο με λεωφορείο, 8 μαθητές πηγαίνουν με ποδήλατο και οι υπόλοιποι 12 πηγαίνουν με τα πόδια.

- α) Πόσους μαθητές έχει η τάξη;
β) Τι ποσοστό % των μαθητών πηγαίνουν στο σχολείο με τα πόδια;
γ) Από τα παιδιά της τάξης, τα 9 έχουν καστανά μάτια, τα 2 πράσινα, τα 3 γαλανά και τα 11 μαύρα. Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα.

Χρώμα Μαιών	Κλάσμα	Δεκαδικός αριθμός	Ποσοστό %
Καστανά			
Πράσινα			
Γαλανά			
Μαύρα			

- δ) Να κατασκευάσεις βαθμόγραμμα στο οποίο να παρουσιάζονται τα ποσοστά % του παραπάνω πίνακα.

5. Σε ένα σχολείο υπάρχουν 500 αγόρια, ενώ τα κορίτσια είναι 20% λιγότερα από τα αγόρια.

- α) Πόσα κορίτσια υπάρχουν στο σχολείο;
β) Οι μαθητές του σχολείου παρακολουθούν κάθε μέρα 6 ώρες μάθημα και κάθε τάξη του σχολείου έχει 25 μαθητές. Κάθε δάσκαλος διδάσκει ημερησίως 4 ώρες. Πόσοι δάσκαλοι διδάσκουν στο σχολείο;
γ) Από τους δασκάλους του σχολείου οι γυναίκες είναι 12 περισσότερες από τους άντρες. Πόσες είναι οι γυναίκες και πόσοι οι άντρες;

6. Ένας παγωτατζής έχει 4 διαφορετικές γεύσεις παγωτού: βανίλια, σοκολάτα, φράουλα, καραμέλα. Κάθε παιδί μιας παρέας αγόρασε 2 μπάλες παγωτού με διαφορετικές γεύσεις. Κανένα παιδί δεν πήρε τον ίδιο συνδυασμό γεύσεων και επιλέχτηκαν από τα παιδιά όλοι οι συνδυασμοί διαφορετικών γεύσεων που μπορούσαν να γίνουν.

- α) Πόσα ήταν τα παιδιά της παρέας;
β) Ένα από τα παιδιά της παρέας είχε μια σακούλα με καραμέλες, τις οποίες μοίρασε σε ίσες ποσότητες στα υπόλοιπα παιδιά της παρέας. Το πλήθος όλων των καραμελών είναι ένας τριψήφιος αριθμός, ο οποίος έχει ο ψηφίο των εκατοντάδων κατά 3 μονάδες μεγαλύτερο από το ψηφίο των μονάδων και το ψηφίο των δεκάδων διπλάσιο από το ψηφίο των εκατοντάδων. Πόσες καραμέλες υπάρχουν στη σακούλα;

7. Μπορούμε να αγοράσουμε μια τηλεόραση από ένα κατάστημα με τρεις τρόπους.

Α' τρόπος: Πληρώνουμε μια προκαταβολή ίση με το 20% της αξίας της τηλεόρασης και το υπόλοιπο ποσό σε 8 άτοκες δόσεις των 60€ η κάθε μία.

Β' τρόπος: Πληρώνουμε 15 ίσες δόσεις, χωρίς προκαταβολή, αλλά με μία συνολική επιβάρυνση ίση με το 10% της αξίας της τηλεόρασης.

Γ' τρόπος: Πληρώνουμε όλο το ποσό με μια έκπτωση ίση με το 10% της αξίας της τηλεόρασης.

- α) Ποια είναι η αξία της τηλεόρασης;
β) Ποιο είναι το ποσό της κάθε δόσης στον 2° τρόπο;
γ) Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε με τον 3° τρόπο;

8. Τρεις φίλοι, ο Κώστας, ο Λεωνίδας και ο Μάνος, δουλεύουν σε μια εταιρεία. Οι τρεις φίλοι, αν δουλέψουν 6 μέρες, θα πάρουν μαζί 540€.

Ο Κώστας και ο Μάνος, αν δουλέψουν 8 μέρες, θα πάρουν μαζί 440€.

Ο Λεωνίδας και ο Μάνος, αν δουλέψουν 14 μέρες, θα πάρουν μαζί 910€.

Να βρεις πόσα χρήματα παίρνει την ημέρα καθένας από τους τρεις φίλους.

9. Ένα λεωφορείο που μεταφέρει στρατιώτες ξεκινά από το στρατόπεδο Α, κάνει στάση στα στρατόπεδα Β και Γ και σταματά στο στρατόπεδο Δ. Στο στρατόπεδο Β κατέβηκαν 12 στρατιώτες και ανέβηκαν 23. Στο στρατόπεδο Γ κατέβηκαν 19 στρατιώτες και ανέβηκαν 15. Στο στρατόπεδο Δ κατέβηκαν όλοι οι στρατιώτες οι οποίοι ήταν περισσότεροι από 25 και λιγότεροι από 45 και μπορούσαν να παραταχθούν σε τετράδες ή σε εξάδες, χωρίς να περισσεύει κανένας.

- α) Πόσοι στρατιώτες κατέβηκαν τελικά στο στρατόπεδο Δ;
β) Με πόσους στρατιώτες είχε ξεκινήσει το λεωφορείο από το στρατόπεδο Α;

10. Στις τελευταίες δημοτικές εκλογές, σε μια πόλη, υπήρχαν τρεις δημοτικοί δήμαρχοι Α, Β, Γ. Στους εκλογικούς καταλόγους ήταν εγγεγραμμένα 60.000 άτομα, από τα οποία ψήφισε το 75%. Όλα τα ψηφοδέλτια ήταν έγκυρα, ενώ δεν υπήρχαν λευκά ψηφοδέλτια. Ο υποψήφιος Α ψηφίστηκε από το 39% των εγγεγραμμένων και ο υποψήφιος Β ψηφίστηκε από το 27% των εγγεγραμμένων.

- α) Να βρεις πόσες ψήφους πήρε καθένας από τους υποψηφίους Α, Β και Γ.
β) Για να εκλεγεί δήμαρχος ο υποψήφιος Α, πρέπει να έχει συγκεντρώσει ποσοστό μεγαλύτερο του 50% των έγκυρων ψηφοδελτίων. Να εξετάσεις αν ο υποψήφιος Α εξελήγη δήμαρχος.

11. Το νερό της Νεκράς Θάλασσας περιέχει 24% του βάρους του σε αλάτι.

- α) Πόσα κιλά αλάτι περιέχουν 5 τόνοι νερό από τη Νεκρά Θάλασσα;
β) Το νερό της λιμνοθάλασσας του Μεσολογγίου περιέχει 2,8% του βάρους του σε αλάτι. Πόσα κιλά αλάτι περιέχουν 8 τόνοι νερό από τη λιμνοθάλασσα του Μεσολογγίου;
γ) Πόσοι τόνοι νερό από τη λιμνοθάλασσα του Μεσολογγίου περιέχουν το ίδιο αλάτι που υπάρχει σε 1,4 τόνους νερό από τη Νεκρά Θάλασσα;
δ) Βάζουμε σε μια δεξαμενή 10 κιλά νερό από τη Νεκρά Θάλασσα και 10 κιλά νερό από τη λιμνοθάλασσα του Μεσολογγίου. Πόσα κιλά αλάτι υπάρχουν στην δεξαμενή;

12. (*) Σε ένα μικρό νησί το 25% των κατοίκων γνωρίζει μόνο Αγγλικά, το 15% γνωρίζει μόνο Γαλλικά και το 10% δεν γνωρίζει ούτε Αγγλικά ούτε Γαλλικά, αλλά την τοπική γλώσσα.

- α) Τι ποσοστό των κατοίκων γνωρίζει Αγγλικά και Γαλλικά;
β) Τι ποσοστό των κατοίκων γνωρίζει Γαλλικά, εάν δεν μας ενδιαφέρει αν γνωρίζουν και Αγγλικά;
γ) Να εξηγήσεις πως θα ανακαλύψεις ότι το νησί έχει 200 κατοίκους, αν γνωρίζεις ότι οι κάτοικοι που δεν γνωρίζουν Αγγλικά ή Γαλλικά είναι 20.
δ) Αν στο νησί έρθουν άλλοι 50 κάτοικοι που γνωρίζουν όλοι Αγγλικά, ποιο θα είναι το νέο ποσοστό κατοίκων που γνωρίζουν τουλάχιστον Αγγλικά;

13. Ένα κιβώτιο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με πλάτος 18 εκ., ύψος 16 εκ. και εμβαδόν ολικής επιφάνειας 0,3976 τ.μ. Μέσα στο κιβώτιο θα τοποθετήσουμε πακέτα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με μήκος 10 εκ., πλάτος 6 εκ. και όγκο 240 κ.εκ.

- α) Πόσα εκατοστά είναι το μήκος x του κιβωτίου;
β) Πόσα εκατοστά είναι το μήκος y του κάθε πακέτου;
γ) Το κιβώτιο όταν είναι άδειο ζυγίζει 3 κιλά, ενώ το βάρος κάθε πακέτου είναι 250 γραμμάρια. Πόσα κιλά ζυγίζει το κιβώτιο όταν είναι γεμάτο;

14. Μια δεξαμενή έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και είναι τοποθετημένη με την βάση της να έχει πλάτος 2 μ. και μήκος 4 μ. Η παράπλευρη επιφάνεια της δεξαμενής έχει εμβαδόν 60 τ.μ.

- α) Πόσα μέτρα είναι το ύψος της δεξαμενής;
β) Τοποθετούμε στη δεξαμενή 40 ίδιους μεταλλικούς κύβους, που ο καθένας έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας 150 τ.δεκ. Στη συνέχεια γεμίζουμε τη δεξαμενή με νερό. Τέλος, αφαιρούμε τους κύβους από τη δεξαμενή. Πόσα εκατοστά είναι το ύψος της στάθμης του νερού;

15. Στο παρακάτω σχήμα το ΑΚ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και το τετράπλευρο ΔΕΖΗ είναι τραπέζιο. Ισχύει:

$$BD = EK = EZ = 8 \text{ εκ. και } H\Gamma = 12 \text{ εκ.}$$

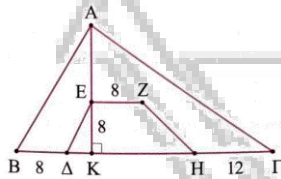
Το ΔΗ είναι ίσο με το 50% του ΒΓ

Ο λόγος του ΕΚ προς το ΑΕ είναι 2/3.

α) Πόσα εκατοστά είναι το μήκος του ΔΗ;

β) Πόσα εκατοστά είναι το μήκος του ΑΕ;

γ) Ποιο ποσοστό % του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ είναι το εμβαδόν του τραπεζίου ΔΕΖΗ;



16. Το προηγούμενο βράδυ σε ένα ξενοδοχείο είχαν ενοικιαστεί ορισμένα δωμάτια. Κάποια από αυτά είχαν ενοικιαστεί προς 60€ το καθένα και τα υπόλοιπα προς 40€ το καθένα. Αν 10 δωμάτια που είχαν ενοικιαστεί προς 60€ ενοικιάζονταν προς 40€, τότε τα συνολικά έσοδα από τα ενοίκια των δωματίων θα ήταν 25% λιγότερα.

- α) Πόσα € ήταν τα συνολικά έσοδα του ξενοδοχείου από τα ενοίκια των δωματίων το προηγούμενο βράδυ;
β) Αν τα δωμάτια που ενοικιάστηκαν προς 40€ δεν ήταν 5, να βρεις πόσα δωμάτια ενοικιάστηκαν προς 60€.

17. (*) Οι 90 μαθητές μιας κατασκήνωσης χωρίστηκαν σε 3 ομάδες. Η πρώτη ομάδα είχε 35 μαθητές και η δεύτερη ομάδα είχε 15 μαθητές περισσότερους από την τρίτη ομάδα.

- α) Πόσους μαθητές είχε η δεύτερη και πόσους η τρίτη ομάδα;
β) Τα 2/3 του αριθμού των αγοριών της κατασκήνωσης ήταν ίσα με το 1/6 του αριθμού των κοριτσιών. Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια είχε η κατασκήνωση;

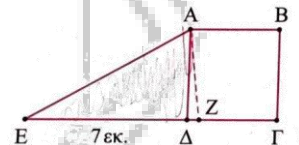
18. Η Αντωνία, η Ειρήνη, η Ζωή και η Χαρά απάντησαν σε 3 ερωτήσεις Α, Β, Γ. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με ορισμένες μονάδες (διαφορετικές η κάθε μία). Το ποσοστό % των μονάδων που πήραν από κάθε ερώτηση, καθώς και το σύνολο των μονάδων που συγκέντρωσαν, φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

	A	B	Γ	ΜΟΝΑΔΕΣ
ΑΝΤΩΝΙΑ	0%	75%	100%	27
ΕΙΡΗΝΗ	100%	100%	100%	50
ΖΩΗ	60%	100%	50%	
ΧΑΡΑ	100%	0%	100%	38

- α) Με πόσες μονάδες βαθμολογείται η κάθε ερώτηση;
β) Πόσες μονάδες συγκέντρωσε η Ζωή;

19. Στο διπλανό σχήμα, το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο. Επίσης, το τμήμα ΕΔ έχει μήκος 7 εκ. και το τρίγωνο ΑΕΔ έχει εμβαδόν 14 τ.εκ.

- α) Πόσο είναι το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ;
β) Σχεδιάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΖ έτσι ώστε το τρίγωνο ΑΕΖ και το τραπέζιο ΑΒΓΖ να έχουν ίσα εμβαδά. Πόσο είναι το μήκος του ΑΖ;



20. Σε ένα ξενοδοχείο υπάρχουν 150 τουρίστες, από τους οποίους το 40% είναι Άγγλοι, τα 2/5 των υπολοίπων είναι Γάλλοι και οι υπόλοιποι είναι Ιταλοί.

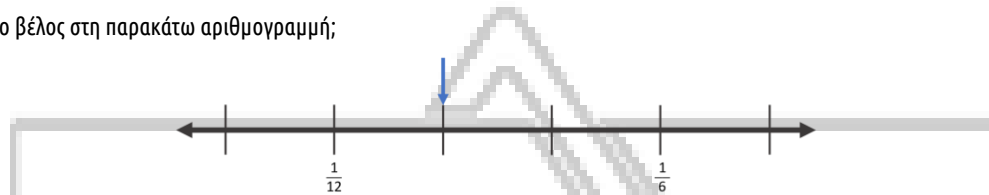
- α) Πόσοι είναι οι Άγγλοι, οι Γάλλοι και οι Ιταλοί τουρίστες του ξενοδοχείου;
β) Ποιο είναι το ποσοστό % των τουριστών του ξενοδοχείου που είναι Ιταλοί;
γ) Οι τουρίστες μένουν σε δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Γνωρίζουμε ότι χρησιμοποιούν 51 δίκλινα δωμάτια.

i. Πόσα τρίκλινα δωμάτια χρησιμοποιούν;

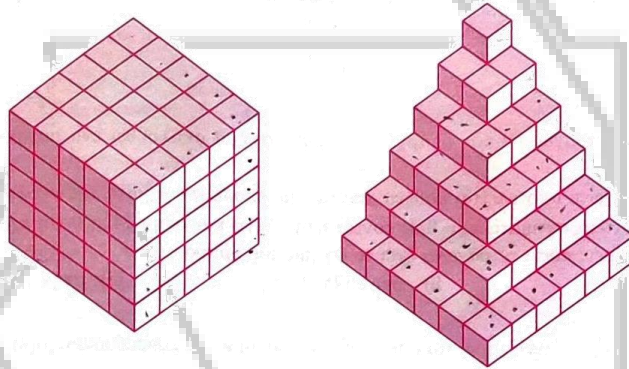
ii. Τα 2 δίκλινα και τα 3 τρίκλινα δωμάτια κοστίζουν 360€ τη μέρα, ενώ τα 4 δίκλινα και τα 9 τρίκλινα κοστίζουν 960€ τη μέρα. Πόσα € τη μέρα είναι τα έσοδα του ξενοδοχείου από τα δωμάτια στα οποία μένουν οι τουρίστες;

δ) Κάθε πρωί σερβίρεται καφές στους τουρίστες. Ο καφές που υπάρχει στο ξενοδοχείο επαρκεί για όλους τους τουρίστες για 12 μέρες. Αν φύγουν οι Άγγλοι τουρίστες, για πόσες μέρες επαρκεί ο καφές για τους υπόλοιπους τουρίστες;

21. Ποιον αριθμό δείχνει το βέλος στη παρακάτω αριθμογραμμή;



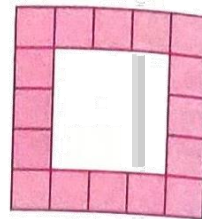
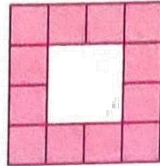
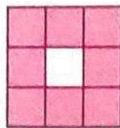
22. (*) Η Γεωργία χάλασε τον κύβο της εικόνας που έφτιαξε αρχικά και με τα κυβάκια του έφτιαξε τη δεύτερη κατασκευή. Πόσα κυβάκια της έχουν περισσέψει;



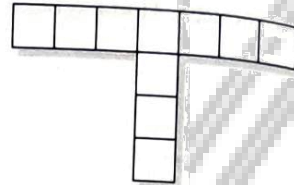
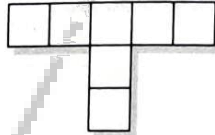
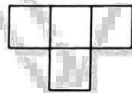
23. (*) Στα παρακάτω κενά να συμπληρώσεις κατάλληλα τους αριθμούς 3 και 4, ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$2 + __ \times 4 - 10 + 5 \times 2 - 8 : __ = 12$$

24. (*) Γύρω από ένα τετράγωνο σιντριβάνι ο κυρ Αλέκος τοποθετεί τετράγωνα πλακάκια, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα. Πόσα τετράγωνα πλακάκια πλευράς 1 μ. θα τοποθετήσει γύρω από το σιντριβάνι με πλευρά 12 μ.;



25. Να παρατηρήσεις την παρακάτω ακολουθία σχημάτων.



α) Ο αριθμός των τετραγώνων που υπάρχουν σε κάθε σχήμα ακολουθεί ένα μοτίβο. Μπορείς να το ανακαλύψεις;

β) Από πόσα τετράγωνα αποτελείται καθένα από τα τρία επόμενα σχήματα της ακολουθίας;

γ) Αν γνωρίζεις ότι τα σχήματα που βρίσκονται 141^η και στην 142^η θέση έχουν συνολικά 845 τετράγωνα, να βρεις πόσα τετράγωνα έχει το σχήμα που βρίσκεται στην 141^η, 145^η και στην 135^η θέση.

26. Δίνεται το παρακάτω σχήμα στα αριστερά, όπου οι αριθμοί εκφράζουν τα μήκη των πλευρών του. Να βρεις πως μπορείς να χωρίσεις το σχήμα σε 3, 4 και 8 ίσα κομμάτια, όπου «ίσα» σημαίνει να έχουν ακριβώς το ίδιο σχήμα. Για παράδειγμα, στο παρακάτω σχήμα στα δεξιά, έχει γίνει ο χωρισμός του αρχικού σε 2 ίσα κομμάτια.

