

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Κεφάλαιο 2: Οι πραγματικοί αριθμοί

Παράγραφος 2.3: Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού



Ομάδα Α'

Άσκηση 1

Να εκφράσετε χωρίς απόλυτα, για τις διάφορες τιμές του x τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $|x + 3|$

β) $|x - 7|$

γ) $|x + 4| + |x + 3|$

δ) $-2|7 - x| - 4|x - 1|$

ε) $|2x - 3| + |3x - 2|$

Άσκηση 2

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $|x - 2| = 2 - x$

β) $|x + 4| = x + 4$

γ) $|3 + 2x| = 2x$

Άσκηση 3

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $|1 - |x|| = ||x| + 5|$

β) $||x| - 2| = 1$

Ομάδα Β'

Άσκηση 4

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{|1-x|+2}{5} - |x-1| + 1 = \frac{2|1-x|}{3} - |1-x|$$

Άσκηση 5

Αν ισχύει $|x| < 1$ να γράψετε χωρίς απόλυτα την παράσταση: $A = 2|x+3| - 4|x-2| + x - 6$

Άσκηση 6

α) $|2x+7| - |5x-1| = 0$

β) $|x+1| - |x-2| = 1$

Άσκηση 7

Αν $\alpha < 1 < \beta$ να δείξετε ότι $|1-\alpha| + |1-\beta| = |\alpha-\beta|$.

Άσκηση 8

Αν ισχύει $x > 3$ να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \frac{2x-6}{|x-3|}$

Άσκηση 9

Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $||x|-1|-2| = 1$

β) $3|2x-4| + |x^2-4| + |2-x| = 0$

Άσκηση 10

Να βρείτε αναλυτικό τύπο (τύπο χωρίς απόλυτα) της παράστασης $K = |x-1| + |x+2|$.

Άσκηση 11

Να υπολογίσετε τις τιμές του ακεραίου x , αν είναι γνωστό ότι ισχύουν οι σχέσεις: $|2x-1| = 1-2x$ και $|x+1| = x+1$.

Ομάδα Γ'

Άσκηση 12

Αν ισχύει $x < y < z < 0$ να γραφτεί χωρίς απόλυτα η παράσταση:

$$A = -2|x - y| + 4|y - z| + 5|z - x| + |x + y|$$

Άσκηση 13

Αν $\alpha \leq \beta \leq \gamma$ να αποδείξετε ότι: $|\alpha - \beta| + |\beta - \gamma| + |\gamma + \alpha| = 0$

Άσκηση 14

Αν $d(4x, 3y) = 4x - 3y$, να αποδείξετε ότι $y \leq \frac{4x}{3}$.

Άσκηση 15

Να αποδείξετε ότι:

α) $|3|\alpha| + 4\alpha| = 4|\alpha| + 3\alpha$

β) $|\alpha^2 + 2\alpha + 1| - |\alpha^2 - 2\alpha + 1| = 4\alpha$

γ) $|\alpha^2 + 4\alpha + 5| + 5 = |\alpha^2 - 6\alpha + 10| + 10\alpha$

δ) $\frac{3\alpha}{|\alpha|} + \frac{7\beta}{|\beta|} \leq 10$

ε) $(|\mu - \lambda| + \lambda - \mu)(|\lambda - \mu| - \lambda + \mu) \geq 0$

στ) $(\alpha|\beta| - \beta|\alpha|)(\alpha|\beta| + \beta|\alpha|) = 0$

Άσκηση 16

Να λύσετε τις εξισώσεις:

- $|x^2 + 2x^3 - 12| = -1$
- $|x| = -x^2 + 2x - 1$
- $|7x - 1| = 2$

- $(x - 2)^2 + 1 = 2|x - 2|$
- $|2x - 1| = (2x - 1)^2$
- $|x - 5| + |x^2 - 5x| = 0$

Άσκηση 17

Να λύσετε τις εξισώσεις:

- $|x - 5| - |x^2 - 5x| = 0$
- $(x - 2)^2 + 1 = 2|x - 2|$
- $|3|x - 1| + 1| = 3$

- $|x - 1| + 2|1 - x| = 3$
- $\frac{|x-2|}{2} + |x - 2| = \frac{|2-x|+5}{4}$
- $\left| \frac{x-2}{3-2x} \right| = \frac{1}{3}$

Άσκηση 18

Να λύσετε τις ανισώσεις:

- $|8 - 3x| < 2$
- $|3 - 4x| \geq 1$
- $|2x - 5| \leq -x^2 + 2x - 1$
- $|x^2 - 2x| \leq -4x^2 + 4x - 1$

- $|x - 4| < x - 1$
- $2 \leq |x - 1| \leq 4$
- $\frac{|2x+1|}{3} - \frac{5|2x+1|}{6} < \frac{4|2x+1|+1}{12} + \frac{|2x+1|}{4}$

Άσκηση 19

Να αποδείξετε ότι αν $|7x + 2y - 4| = 7|x| + 2|y - 2|$, τότε $x(y - 2) \geq 0$

Άσκηση 20

Να αποδείξετε ότι: $\frac{(2\alpha+1)^2}{|2\alpha+1|} + \frac{(2\alpha-1)^2}{|2\alpha-1|} \geq 2$.

Άσκηση 21

Αν $|x| \leq 3$ και $|y| \leq 5$, να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της παράστασης: $K = 2x - 3y - 21$.

