ΑΛΓΕΒΡΑ Α'ΛΥΚΕΙΟΥ

Κεφάλαιο 2: Πραγματικοί αριθμοί
Παράγραφος 2.4: Ρίζες Πραγματικών Αριθμών

Ομάδα Α'

Άσκηση 1

Αν ισχύουν $x-2y+2=0$ και $-2\leq x\leq 0$, να αποδείξετε ότι

$$\sqrt{x^2+y^2+4x+4}+\sqrt{x^2+y^2-2y+1}=\sqrt{5}$$

Άσκηση 2

Αν ισχύει: $1\leq x\leq 2$, να αποδείξετε ότι: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2$

Άσκηση 3

Αν ισχύουν: $\alpha=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ και $\beta=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ να αποδείξετε ότι: $\sqrt{\frac{\alpha}{3}}+\sqrt{\frac{\beta}{3}}=2.$

Άσκηση 4

Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}.$

Άσκηση 5

Να δείξετε ότι $\sqrt{11-6\sqrt{2}}-\sqrt{7+\sqrt{48}}+\sqrt{38+12\sqrt{2}}-\sqrt{28-\sqrt{300}}=2.$

Άσκηση 6

Αν $x,y>0$ να αποδείξετε ότι: $\sqrt{\frac{x}{y}*\sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}*\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^3}}}}*\sqrt[24]{\frac{y}{x}}=1.$

Άσκηση 7

Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}=4$

Άσκηση 8

Να γράψετε με την βοήθεια μόνο μίας ρίζας τις παραστάσεις

i) $A=\sqrt[3]{2^2*\sqrt{2*\sqrt[4]{2}}}$

ii) $B=\sqrt{2}*\sqrt[3]{2}*\sqrt[4]{2}$

Ομάδα Β’

Άσκηση 9

Αν ισχύει $\alpha^2+\beta^2-2\sqrt{2}*\alpha-2\sqrt{3}*\beta+5=0$, όπου $\alpha,\beta\ \in\mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι: $\left(\frac{2}{\alpha}+\frac{3}{\beta}\right)*(\beta-\alpha)=1$.

Άσκηση 10

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A=\sqrt{\alpha+\beta+54\alpha\beta}$, όπου $\alpha=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2\sqrt{3}+\sqrt{11}}$ και $\beta=\frac{1}{\alpha}$

Άσκηση 11

Αν ισχύει $-2<x<1$, να αποδείξετε ότι: $\frac{2\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}-\frac{3\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1}=5$.

Άσκηση 12

Να συγκριθούν οι αριθμοί:

i) $\alpha=\sqrt{6}-\sqrt{3}, \beta=3-\sqrt{2}$

ii) $\alpha=\sqrt{8}+1, \beta=\sqrt{3}+\sqrt{6}$

iii) $\alpha=1-\sqrt{2}, \beta=5-\sqrt{2}$

iv) $\alpha=\sqrt{5}-\sqrt{2}, \beta=\sqrt{6}-\sqrt{3}$

Άσκηση 13

Αν $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ και ισχύει: $\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2+1}\right)*\left(\beta+\sqrt{\beta^2+1}\right)=1$ να αποδείξετε ότι: $\alpha+\beta=0$.

Άσκηση 14

Να απλοποιηθεί το κλάσμα: $A=\frac{\sqrt[12]{\alpha}*\sqrt{\alpha^2*\beta}*\sqrt[3]{\alpha*\beta^2}}{\beta*\sqrt[4]{\alpha^3*\beta^2}}$, όπου α,β>0.

Άσκηση 15

Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

Άσκηση 16

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A=\sqrt[12]{16^3}+\sqrt[18]{4^9}$, $B=\sqrt[8]{2*\sqrt[4]{4^2*\sqrt{8}}}$.

Ομάδα Γ’

Άσκηση 17

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A=\sqrt{1+2017^2+\frac{2017^2}{2018^2}}+\frac{2017}{2018}$.

Άσκηση 18

Να βρείτε τις τιμές του $x\in\mathbb{R}$ για τις οποίες η παράσταση $A=\sqrt[3]{\frac{x}{\sqrt{x^2}}-\frac{|x|}{x}}-\frac{2}{|x|+x}$ έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

Άσκηση 19

Να αποδείξετε ότι η παράσταση: $A=\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ είναι φυσικός αριθμός.

Άσκηση 20

Αν α,β είναι θετικοί ρητοί αριθμοί και ο $\sqrt{\beta}$ είναι άρρητος, να αποδείξετε ότι: $\alpha+\frac{\beta-\alpha^2}{2\alpha+1}+\frac{1}{4(2\alpha+1)}>\sqrt{\beta}$

Καλή απόλαυση

prentakistelios@gmail.com