Logika

MATEMATIKA DISKRIT

Bahasan Materi

- Pendahuluan
- Proposisi
- Bentuk-bentuk Proposisi
- Proposisi Atomik
- Proposisi Majemuk
- Hukum-hukum Logika
- Implikasi
- Varian Proposisi Bersyarat
- Biimplikasi
- Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

Pendahuluan

- Logika adalah ilmu yang membantu kita dalam berpikir dan menalar (*reasoning*)
- Menalar artinya mencapai kesimpulan dari berbagai pernyataan.
- Logika adalah ilmu yang mempelajari tentang cara berpikir yang logis/masuk akal
- Logika adalah ilmu yang digunakan untuk menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan atau penarikan kesimpulan berdasarkan aturan-aturan dasar yang berlaku.

Pendahuluan

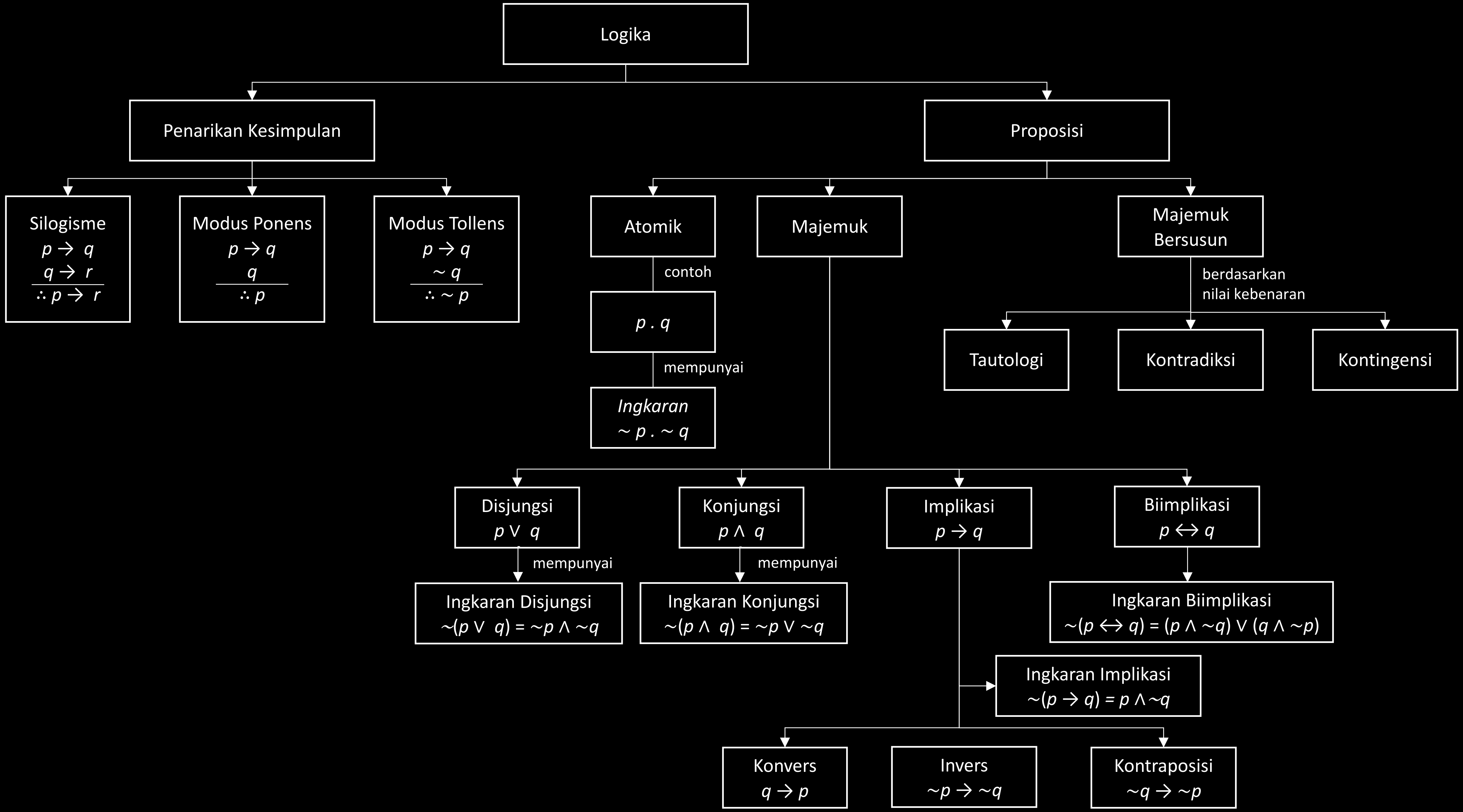
- Perhatikan argumen di bawah ini:
  - *Jika Anda mahasiswa Informatika maka Anda tidak sulit belajar Bahasa Java. Jika Anda tidak suka begadang maka Anda bukan mahasiswa Informatika. Tetapi, Anda sulit belajar Bahasa Java dan Anda tidak suka begadang. Jadi, Anda bukan mahasiswa Informatika.*
- Apakah penarikan kesimpulan dari argument di atas valid?
- Alat bantu untuk memahami argumen tersebut adalah **Logika**

Pendahuluan

- Indra, Ical, Parry adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan *polygraph.*
- Perhatikan urutan pernyataan berikut.
  - Indra berkata : “Ical bersalah dan Parry tidak bersalah.”
  - Ical berkata : “Jika indra bersalah maka Parry bersalah.”
  - Parry berkata : “Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah”.
- Tentukan siapa sajakah yang bersalah bila tes *poligraph* menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara kedua temannya mengatakan kebenaran!
- Alat bantu untuk menjawab pertanyaan ini adalah adalah **Logika.**

Pendahuluan

- Banyak teorema di dalam Ilmu Komputer/Informatika yang membutuhkan pemahaman logika.
- Contoh 1:
  - Dua buah bilangan bulat a dan b dikatakan relatif prima jika $gcd(a, b) = 1$
  - Syarat cukup graf dengan n simpul mempunyai sirkuit Hamilton adalah derajat tiap simpul $\geq n/2$.


Logika
Penarikan Kesimpulan
Proposisi
Silogisme
p → q
q → r
∴ p → r
Modus Ponens
p → q
q
∴ p
Modus Tollens
p → q
~ q
∴ ~ p
Atomik
contoh
p . q
mempunyai
Ingkaran
~ p . ~ q
Majemuk
Majemuk Bersusun
berdasarkan nilai kebenaran
Tautologi
Kontradiksi
Kontingensi
Disjungsi
p ∨ q
mempunyai
Ingkaran Disjungsi
~(p ∨ q) = ~p ∧ ~q
Konjungsi
p ∧ q
mempunyai
Ingkaran Konjungsi
~(p ∧ q) = ~p ∨ ~q
Implikasi
p → q
Ingkaran Implikasi
~(p → q) = p ∧ ~q
Biimplikasi
p ↔ q
Ingkaran Biimplikasi
~(p ↔ q) = (p ∧ ~q) ∨ (q ∧ ~p)
Konvers
q → p
Invers
~p → ~q
Kontraposisi
~q → ~p

Proposisi

- Logika didasarkan pada pada hubungan antara kalimat pernyataan (*statements*)
- Hanya kalimat yang bernilai benar atau salah saja yang menjadi tinjauan → proposisi
- **Proposisi** adalah kalimat deklaratif yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), tetapi tidak keduanya.
- Kebenaran atau kesalahan dari sebuah kalimat disebut nilai kebenaran (*truth value*)
- Proposisi disebut juga kalimat tertutup, atau kalimat berita.

Proposisi

- Contoh 2. Semua pernyataan di bawah ini adalah proposisi:
  - 13 adalah bilangan ganjil
  - Soekarno adalah presiden pertama Indonesia
  - $1 + 1 = 2$
  - $8 \geq$ akar kuadrat dari $8 + 8$
  - Ada monyet di bulan
  - Hari ini adalah hari Rabu
  - Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$, maka $2n$ adalah bilangan genap
  - $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan riil

Proposisi

- Contoh 3. Semua pernyataan di bawah ini bukan proposisi:
  - Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?
  - Isilah gelas tersebut dengan air!
  - $x + 3 = 8$
  - $x > 3$

Proposisi

- Tentukan mana yang merupakan proposisi dan yang bukan proposisi:
  - 5 adalah bilangan prima
    - → pernyataan (bernilai benar)
  - 14 merupakan bilangan kelipatan 5
    - → pernyataan (bernilai salah)
  - Siapakah yang tidak mengerjakan PR?
    - → Bukan pernyataan

Proposisi

- Proposisi dilambangkan dengan huruf kecil *p*, *q*, *r*, ….
- Contoh 4:
  - *p* : Bogor adalah kota hujan
  - *q*: 13 adalah bilangan ganjil
  - *r* : $2 + 2 = 4$

Bentuk-bentuk Proposisi

- Proposisi dapat dinyatakan dalam empat bentuk:
  1. Proposisi atomik
  2. Proposisi majemuk
  3. Implikasi
  4. Bi-implikasi

Proposisi Atomik

- Proposisi atomik merupakan proposisi tunggal
- Contoh 5:
  - Indonesia merdeka tahun 1945
  - $2n$ selalu genap untuk $n = 0, 1, 2, ...$
  - I'm Javanese
  - Orang Jawa belum tentu bisa Bahasa Java

Proposisi Majemuk

- Misalkan p dan q adalah proposisi atomik.
- Ada empat macam proposisi majemuk:
  1. **Konjungsi** (*conjunction*): p dan q, notasi: $p \wedge q$,
  2. **Disjungsi** (*disjunction*): p atau q, notasi: $p \vee q$
  3. **Ingkaran** (*negation*) dari p: tidak p, notasi: $\sim p$
  4. **Disjungsi Eksklusif**: p atau q tapi bukan keduanya, notasi: $p \oplus q$

- Kombinasi p dengan q menghasilkan **proposisi majemuk** (*compound proposition*)

Proposisi Majemuk

- Contoh 6. Diketahui proposisi-proposisi berikut:
  - p: Hari ini hujan
  - q: Murid-murid diliburkan dari sekolah

  - $p \wedge q$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkan dari sekolah
  - $p \vee q$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari sekolah
  - $\sim p$: Tidak benar hari ini hujan (atau: Hari ini *tidak* hujan)

Proposisi Majemuk

- Contoh 7. Diketahui proposisi-proposisi berikut:
  - p: Pemilih dalam Pilkada harus berusia 17 tahun
  - q: Pemilih dalam Pilkada sudah menikah

  - $p \vee q$: Pemilih dalam Pilkada harus berusia 17 tahun atau sudah menikah

Proposisi Majemuk

- Contoh 8. Diketahui proposisi-proposisi berikut:
  - *p*: Pemuda itu tinggi
  - *q*: Pemuda itu tampan
- Nyatakan dalam bentuk simbolik:
  a) Pemuda itu tinggi dan tampan
  b) Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan
  c) Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan
  d) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek atau tidak tampan
  e) Pemuda itu tinggi, atau pendek dan tampan
  f) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek maupun tampan

Proposisi Majemuk

- Nyatakan dalam bentuk simbolik:
  a) Pemuda itu tinggi dan tampan
  b) Pemuda itu tinggi tapi tidak tampan
  c) Pemuda itu tidak tinggi maupun tampan
  d) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek atau tidak tampan
  e) Pemuda itu tinggi, atau pendek dan tampan
  f) Tidak benar bahwa pemuda itu pendek maupun tampan

- Penyelesaian:
  a) $p \land q$
  b) $p \land \sim q$
  c) $\sim p \land \sim q$
  d) $\sim(\sim p \lor \sim q)$
  e) $p \lor (\sim p \land q)$
  f) $\sim(\sim p \land \sim q)$

Proposisi Majemuk

- Tabel Kebenaran

1. Disjungsi

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

2. Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

3. Negasi

p	$\sim p$
T	F
F	T

Proposisi Majemuk: Disjungsi Eksklusif

- Kata "atau" (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam salah satu dari dua cara:
  1. *Inclusive or*

     "atau" berarti "*p* atau *q* atau keduanya"

     Contoh: "Tenaga IT yang dibutuhkan harus menguasai Bahasa C++ **atau** Java".
  2. *Exclusive or*

     "atau" berarti "*p* atau *q* tetapi bukan keduanya".

     Contoh: "Ia dihukum 5 tahun **atau** denda 10 juta".

Proposisi Majemuk: Disjungsi Eksklusif

- Operator logika disjungsi eksklusif: *xor*
- Notasi: $\oplus$

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Proposisi Majemuk

- Nilai kebenaran proposisi majemuk dapat ditentukan dengan menggunakan “tabel kebenaran
- Contoh 9: $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
- Tabel kebenaran:

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	F	F

Proposisi Majemuk

- Proposisi majemuk disebut tautologi jika ia benar untuk semua kasus
- $p \vee \sim(p \wedge q)$ adalah sebuah tautologi

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

Proposisi Majemuk

- Proposisi majemuk disebut kontradiksi jika ia salah untuk semua kasus
- $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ adalah sebuah kontradiksi

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

Proposisi Majemuk

- Dua buah proposisi majemuk, $P(p, q, ..)$ dan $Q(p, q, ..)$ disebut **ekivalen** secara logika jika keduanya mempunyai tabel kebenaran yang identik.
- Notasi: $P(p, q, \ldots) \Leftrightarrow Q(p, q, \ldots)$
- Contoh 10. Hukum De Morgan: $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

Hukum-hukum Logika

- Disebut juga hukum-hukum aljabar proposisi

1. Hukum identitas: *i.* $p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p$ *ii.* $p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p$	2. Hukum *null*/dominasi: *i.* $p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$ *ii.* $p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$	3. Hukum *negasi*: *i.* $p \vee {\sim}p \Leftrightarrow \mathbf{T}$ *ii.* $p \wedge {\sim}p \Leftrightarrow \mathbf{F}$
4. Hukum *idempoten*: *i.* $p \vee p \Leftrightarrow p$ *ii.* $p \wedge p \Leftrightarrow p$	5. Hukum De Morgan: *i.* ${\sim}(p \wedge q) \Leftrightarrow {\sim}p \vee {\sim}q$ *ii.* ${\sim}(p \vee q) \Leftrightarrow {\sim}p \wedge {\sim}q$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): *i.* $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ *ii.* $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
7. Hukum komutatif: *i.* $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ *ii.* $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	8. Hukum asosiatif: *i.* $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ *ii.* $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$	9. Hukum distributif: *i.* $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ *ii.* $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
10. Hukum involusi (negasi ganda): ${\sim}({\sim}\mathrm{p}) \Leftrightarrow p$		

Implikasi

- Disebut juga proposisi bersyarat
- Bentuk proposisi: “jika *p*, maka *q*”
- Notasi: $p \rightarrow q$
- *p* disebut hipotesis, antesenden, premis, atau kondisi
- *q* disebut konklusi (atau konsekuen).

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Implikasi

- Contoh 11:
  - Jika saya lulus ujian, maka saya mendapat hadiah dari ayah
  - Jika suhu mencapai 80°C, maka *alarm* akan berbunyi
  - Jika anda tidak mendaftar ulang, maka anda dianggap mengundurkan diri

Implikasi

- Perhatikan bahwa dalam implikasi yang dipentingkan nilai kebenaran premis dan konsekuen, bukan hubungan sebab dan akibat diantara keduanya.
- Beberapa implikasi di bawah ini valid meskipun secara bahasa tidak mempunyai makna:
  - “Jika 1 + 1 = 2 maka Paris ibukota Perancis”
  - “Jika n bilangan bulat maka hari ini hujan”

Implikasi

- Jika *p*, maka *q*
- Jika *p*, *q*
- *p* mengakibatkan *q*
- *q* jika *p*
- *p* hanya jika *q*
- *p* syarat cukup untuk *q*
- *q* syarat perlu bagi *p*
- *q* bilamana *p*
- *q* mengikuti dari *p*

- *if p, then q*
- *if p, q*
- *p implies q*
- *q if p*
- *p only if q*
- *p is sufficient condition for q*
- *q is necessary condition for q*
- *q whenever p*
- *q follows from p*

Implikasi

- Contoh 12. Proposisi berikut adalah implikasi dalam berbagai bentuk:
  - *Jika* hari hujan, *maka* tanaman akan tumbuh subur.
  - *Jika* tekanan gas diperbesar, mobil melaju kencang.
  - Es yang mencair di kutub *mengakibatkan* permukaan air laut naik.
  - Orang itu mau berangkat *jika* ia diberi ongkos jalan.
  - Ahmad bisa mengambil matakuliah Teori Bahasa Formal *hanya jika* ia sudah lulus matakuliah Matematika Diskrit.
  - *Syarat cukup* agar pom bensin meledak adalah percikan api dari rokok.
  - *Syarat perlu* bagi Indonesia agar ikut Piala Dunia adalah dengan mengontrak pemain asing kenamaan.
  - Banjir bandang terjadi *bilamana* hutan ditebangi.

Implikasi

- Contoh 13:
  - Dua pedagang barang kelontong mengeluarkan moto jitu untuk menarik pembeli. Pedagang pertama mengumbar moto “Barang bagus tidak murah” sedangkan pedagang kedua mempunyai moto “Barang murah tidak bagus”. Apakah kedua moto pedagang tersebut menyatakan hal yang sama?
- Penyelesaian:
  - p: Barang itu bagus
  - q: Barang itu murah

Implikasi

- Penyelesaian:
  - Moto pedagang pertama: “Jika barang itu bagus maka barang itu tidak murah” atau $p \rightarrow \sim q$
  - Moto pedagang kedua: “Jika barang itu murah maka barang itu tidak bagus” atau $q \rightarrow \sim p$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	$q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

$\therefore p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow q \rightarrow \sim p$

∴ Kedua moto tersebut menyatakan hal yang sama.

Implikasi

- Indra, Ical, Parry adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan *polygraph.*
- Perhatikan urutan pernyataan berikut.
  - Indra berkata : “Ical bersalah dan Parry tidak bersalah.”
  - Ical berkata : “Jika indra bersalah maka Parry bersalah.”
  - Parry berkata : “Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah”.
- Tentukan siapa sajakah yang bersalah bila tes *poligraph* menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara kedua temannya mengatakan kebenaran!

Implikasi

- Pernyataan:
  - p : Indra bersalah
  - q : Ical bersalah
  - r : Parry bersalah

- Proposisi logika:
  - Indra : $q \wedge \sim r$ ("Ical bersalah dan Parry tidak bersalah.")
  - Ical : $p \rightarrow r$ ("Jika indra bersalah maka Parry bersalah.")
  - Parry : $\sim r \wedge (p \vee q)$ ("Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah.")

Implikasi

- Tabel kebenaran:

p	q	r	Indra ($q \wedge \sim r$)	Ical ($p \rightarrow r$)	Parry ($\sim r \wedge (p \vee q)$)
T	T	T	F	T	F
T	T	F	T	F	T
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	T	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	F	T	F
F	F	F	F	T	F

- Dari soal diketahui Ical berbohong (pernyataan Ical salah) sedangkan dua teman lainnya mengatakan kebenaran.
- Hal itu bersesuaian dengan tabel kebenaran pada pada baris ke 2 (berwarna merah).
- Pada baris kedua tersebut:
  - p benar $\rightarrow$ Indra bersalah (benar)
  - q benar $\rightarrow$ Ical bersalah (benar)
  - r salah $\rightarrow$ Parry bersalah (tidak benar)
- Sehingga dapat disimpulkan bahwa yang bersalah adalah Indra dan Ical.

Varian Proposisi Bersyarat

- Konvers (kebalikan) : $q \rightarrow p$
- Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$
- Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	Implikasi $p \rightarrow q$	Konvers $q \rightarrow p$	Invers $\sim p \rightarrow \sim q$	Kontraposisi $\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Varian Proposisi Bersyarat

- Contoh 14:
  - Tentukanlah konvers, invers, kontraposisi dan ingkaran dari pernyataan “Jika ABCD persegi maka sisi-sisinya sama panjang”!

- Misal:
  - p: ABCD persegi
  - q: sisi-sisinya sama panjang

Varian Proposisi Bersyarat

- Penyelesaian:
  - Konvers: $q \rightarrow p$
    - Jika sisi sisinya sama panjang maka ABCD persegi
  - Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$
    - Jika ABCD bukan persegi maka sisi-sisinya tidak sama panjang
  - Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$
    - Jika sisi-sisinya tidak sama panjang maka ABCD tidak/bukan persegi
  - Ingkaran : $p \wedge \sim q$
    - ABCD persegi dan sisi-sisinya tidak sama panjang

Varian Proposisi Bersyarat

- Contoh 15:
  - Tentukanlah konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan “Jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya.”!
- Penyelesaian:
  - Konvers: $q \rightarrow p$
    - Jika Amir orang kaya, maka ia mempunyai mobil.
  - Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$
    - Jika Amir tidak mempunyai mobil, maka ia bukan orang kaya.
  - Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$
    - Jika Amir bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai mobil.

Varian Proposisi Bersyarat

- Contoh 16:
  - Diberikan pernyataan “Perlu memiliki *password* yang sah agar Anda bisa *log on* ke *server*”.
  a) Nyatakan pernyataan di atas dalam bentuk proposisi “jika *p*, maka *q*”!
  b) Tentukan ingkaran, konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan tersebut!
- Misal:
  - *p*: Anda bisa *log on* ke *server*
  - *q*: Memiliki *password* yang sah
- Penyelesaian
  a) Jika Anda bisa *log on* ke *server* maka Anda memiliki *password* yang sah.
  b) Ingkaran: Anda bisa *log on* ke *server* dan Anda tidak memiliki *password* yang sah.
     Konvers: Jika Anda memiliki password yang sah maka Anda bisa *log on* ke *server*.
     Invers: Jika Anda tidak bisa *log on* ke *server* maka Anda tidak memiliki *password* yang sah.
     Kontraposisi: Jika Anda tidak memiliki *password* yang sah maka Anda tidak bisa *log on* ke *server*.

Biimplikasi

- Bentuk proposisi: "*p* jika dan hanya jika *q*"
- Notasi: $p \leftrightarrow p$
- Tabel kebenaran:

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

- $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Biimplikasi

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T

- Dengan kata lain, pernyataan "*p* jika dan hanya jika *q*" dapat dibaca "Jika *p* maka *q* dan jika *q* maka *p*".

Biimplikasi

- Cara-cara menyatakan bikondisional $p \leftrightarrow q$:
  - p jika dan hanya jika q
  - p adalah syarat perlu dan cukup untuk q
  - Jika p maka q, dan sebaliknya
  - p *iff* q

Biimplikasi

- Contoh 17. Proposisi majemuk berikut adalah biimplikasi:
  - 1 + 1 = 2 jika dan hanya jika 2 + 2 = 4.
  - Syarat cukup dan syarat perlu agar hari hujan adalah kelembaban udara tinggi.
  - Jika anda orang kaya maka anda mempunyai banyak uang, dan sebaliknya.
  - Bandung terletak di Jawa Barat *iff* Jawa Barat adalah sebuah propinsi di Indonesia.

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

- Konklusi diturunkan dari premis-premis
- Apabila premis yang digunakan benar, maka konklusi akan bernilai benar
- Keabsahan argumen dapat ditunjukkan dengan bantuan tabel kebenaran

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

- Contoh 18:
- Tunjukkan dengan tabel kebenaran!

  Premis 1: $p \to q$

  Premis 2: p

  Konklusi: $\therefore q$

  - $\{(p \to q) \wedge p\} \to q$ benar

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \wedge p$	$\{(p \to q) \wedge p\} \to q$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

1. Modus Ponen (*law of detachment*)

   Premis 1: $p \rightarrow q$

   Premis 2: p

   Konklusi: $\therefore q$

- Simbol $\therefore$ dibaca "jadi" atau "karena itu"
- Modus Ponen menyatakan bahwa jika premis p dan implikasi $p \rightarrow q$ benar, maka konklusi q benar

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

- Contoh 19:

  Premis 1: Jika $2 + 3 = 5$, maka $5 > 4$

  Premis 2: $\underline{2 + 3 = 5}$

  Konklusi: $\therefore 5 > 4$

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

2. Modus Tollen

Premis 1: $p \rightarrow q$

Premis 2: $\sim q$

Konklusi: $\therefore \sim p$

- Contoh 20:

Premis 1: Jika hari hujan, maka cuaca dingin

Premis 2: Cuaca tidak dingin

Konklusi: ∴ Hari tidak hujan

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

3. Silogisme Hipotesis

Premis 1: $p \rightarrow q$

Premis 2: $q \rightarrow r$

Konklusi: $\therefore p \rightarrow r$

- Contoh 21:

Premis 1: Jika Maher seorang siswa SMK maka Maher melaksanakan PSG

Premis 2: Jika Maher melaksanakan PSG maka Maher belajar di industri

Konklusi: ∴ Jika Maher seorang siswa SMK maka Maher belajar di industri

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

4. Silogisme Disjungtif

Premis 1: $p \vee q$

Premis 2: $\sim p$

Konklusi: $\therefore q$

- Contoh 22:

Premis 1: Saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan

Premis 2: Saya tidak belajar dengan giat

Konklusi: ∴ Saya menikah tahun depan

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

4. Silogisme Kontrapositif

Premis 1: $p \lor q$

Premis 2: $\sim q$

Konklusi: $\therefore p$

- Contoh 23:

Premis 1: Saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan

Premis 2: Saya tidak menikah tahun depan

Konklusi: ∴ Saya belajar dengan giat

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

5. Simplifikasi

Premis :	$p \land q$	Premis :	$p \land q$
Konklusi:	$\therefore p$	Konklusi:	$\therefore q$

- Contoh 24:

Premis : Hamid suka jeruk dan tomat

Konklusi: ∴ Hamid suka jeruk

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

6. Penjumlahan

   Premis : p

   Konklusi: $\therefore p \vee q$

- Contoh 25:

  Premis : Hamid suka jeruk

  Konklusi: ∴ Hamid suka jeruk atau tomat

Penarikan Kesimpulan (Inferensi)

7. Konjungsi

   Premis 1: p

   Premis 2: q

   Konklusi: $\therefore p \wedge q$

- Contoh 26:

   Premis 1: Saya belajar dengan giat

   Premis 2: Saya menikah tahun depan

   Konklusi: ∴ Saya belajar dengan giat dan menikah tahun depan

Argumen

- Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai

$$
\begin{array}{l}
p_1 \\
p_2 \\
\vdots \\
p_n \\
\hline
\therefore \mathrm{q}
\end{array}
$$

- Dalam hal ini, p_1, p_2, …, p_n disebut hipotesis (atau premis), dan q disebut konklusi
- Sering ditulis dalam bentuk $p_1, p_2, \ldots, p_n \rightarrow q$
- Konklusi biasanya ditandai dengan kata "Jadi", "Oleh karena itu"

Argumen

- Contoh 27:
  - *Jika Anda mahasiswa Informatika maka Anda tidak sulit belajar Bahasa Java. Jika Anda tidak suka begadang maka Anda bukan mahasiswa Informatika. Tetapi, Anda sulit belajar Bahasa Java dan Anda tidak suka begadang. Jadi, Anda bukan mahasiswa Informatika.*
- Argumen ada yang sahih (*valid*) dan palsu (*invalid*)
- Sebuah argumen dikatakan sahih jika konklusi benar bilamana semua hipotesisnya benar; sebaliknya argumen dikatakan palsu (*fallacy* atau *invalid*).
- Contoh argument terbukti sahih: Modus Ponen dan Modus Tollens.

Argumen

- Perlihatkan bahwa argumen berikut adalah sahih:
  - *Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu tsunami datang.*
- Misalkan:
  - p: Air laut surut setelah gempa di laut
  - q: Tsunami datang
- Argumen:

Premis 1: $p \rightarrow q$

Premis 2: p

Konklusi: $\therefore q$

Argumen

- Tabel kebenaran:

p	q	$p \rightarrow q$	
T	T	T	(baris 1)
T	F	F	(baris 2)
F	T	T	(baris 3)
F	F	T	(baris 4)

- Argumen dikatakan sahih jika semua hipotesisnya benar, maka konklusinya benar. Kita periksa apabila hipotesis p dan $p \rightarrow q$ benar, maka konklusi q juga benar sehingga argumen dikatakan benar. Periksa tabel, p dan $p \rightarrow q$ benar secara bersama-sama pada baris 1. Pada baris 1 ini q juga benar.
- Jadi, argumen di atas **sahih**.

Argumen

- Perlihatkan bahwa argumen berikut adalah tidak sahih:
  - *Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang. Tsunami datang. Jadi, air laut surut setelah gempa di laut.*
- Misalkan:
  - p: Air laut surut setelah gempa di laut
  - q: Tsunami datang
- Argumen:

Premis 1: $p \rightarrow q$

Premis 2: q

Konklusi: $\therefore p$

Argumen

Premis 1: $p \rightarrow q$
Premis 2: q
Konklusi: $\therefore p$

- Tabel kebenaran:

p	q	$p \rightarrow q$	
T	T	T	(baris 1)
T	F	F	(baris 2)
F	T	T	(baris 3)
F	F	T	(baris 4)

- Dari tabel tampak bahwa hipotesis q dan $p \rightarrow q$ benar pada baris ke-3, tetapi pada baris 3 ini konklusi p salah. Jadi, argumen tersebut **tidak sahih** atau palsu, sehingga penalaran menjadi tidak benar.

Aksioma, Teorema, Lemma, Corollary

- **Aksioma** adalah proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi.
  - Contoh: Jika diberikan dua buah titik yang berbeda, maka hanya ada satu garis lurus yang melalui dua buah titik tersebut
- **Teorema** adalah proposisi yang sudah terbukti benar.
  - Bentuk khusus dari teorema adalah *lemma* dan *corolarry*.

Aksioma, Teorema, Lemma, Corollary

- **Lemma**: teorema sederhana yang digunakan untuk pembuktian teorema lain
- **Corollary**: teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan.
  - atau, corollary adalah teorema yang mengikuti teorema lain.

Latihan

1. Diketahui
   - p: Tuti gadis cantik
   - q: Tuti gadis pandai

- Tulislah pernyataan yang benar dari
  a. $\sim q$
  b. $p \wedge \sim q$
  c. $\sim p \vee q$
  d. $p \Rightarrow q$
  e. $p \Leftrightarrow q$

- Jawab:
  a. Tuti bukan gadis cantik
  b. Tuti gadis cantik dan tidak pandai
  c. Tuti bukan gadis cantik atau pandai
  d. Jika tuti gadis cantik maka pandai
  e. Tuti gadis cantik jika dan hanya jika pandai

Latihan

2. Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan di bawah ini:
   a. Tidak benar 2 + 7 > 9
   b. 30 atau 40 habis dibagi 6
   c. Jika Jakarta Ibu kota Indonesia maka Jakarta di Pulau Bali

- Jawab:
  a. T
  b. T
  c. F

Latihan

3. Tentukan konvers, invers, kontraposisi dan ingkaran dari pernyataan "Jika ABC suatu segitiga sebangun maka sudut-sudut seletaknya sama"

- Jawab:
- Konvers:
  - Jika sudut-sudut seletaknya sama maka ABC suatu segitiga sebangun
- Invers:
  - Jika ABC bukan suatu segitiga sebangun maka sudut-sudut seletaknya tidak sama
- Kontraposisi:
  - Jika sudut-sudut seletaknya tidak sama maka ABC bukan suatu segitiga sebangun
- Ingkaran:
  - ABC suatu segitiga sebangun dan sudut-sudut seletaknya tidak sama

Latihan

4. Buatlah tabel kebenaran dari:
   a. $\sim(p \vee q)$
   b. $p \rightarrow (\sim q \wedge p)$
   c. $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow (p \vee r))) \rightarrow (p \rightarrow r)$
   d. $\sim(q \wedge \sim r) \Leftrightarrow (\sim p \rightarrow r)$
   e. $(p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow ((\sim p \vee r) \wedge q)$

Latihan

5. Manakah yang merupakan Modus Ponens, Modus Tollens, atau Silogisme:
   a. Premis 1: Jika ibu pergi maka adik menangis.
      Premis 2: Adik tidak menangis.
      Konklusi: Ibu tidak pergi.

   b. Premis 1: Jika log 10 = 1 maka ${}^{2}\log 8 = 3$.
      Premis 2: log 10 = 1.
      Konklusi: ${}^{2}\log 8 = 3$.

Latihan

5. Manakah yang merupakan Modus Ponens, Modus Tollens, atau Silogisme:
   c. Premis 1: Jika Aldi seorang programer IT maka Aldi memahami *flowchart*.
   Premis 2: Jika Aldi memahami *flowchart* maka Aldi mampu mengoperasikan komputer.
   Konklusi: Jika Aldi seorang programer IT maka Aldi mampu mengoperasikan komputer.

Latihan

5. Manakah yang merupakan Modus Ponens, Modus Tollens, atau Silogisme:

   d. Premis 1: Jika semua masyarakat resah maka harga bbm naik.

      Premis 2: Harga BBM naik atau harga bahan pokok naik.

      Premis 3: Harga bahan pokok naik

      Konklusi: Jika Aldi seorang programer IT maka Aldi mampu mengoperasikan komputer.

Latihan

6. Tentukan kesimpulan dari pernyataan berikut!
   a. Premis 1: Jika hari ini hujan, maka tanah menjadi basah.
      Premis 2: Jika tanah menjadi basah, maka tanah menjadi licin.
      Premis 3: Hari ini hujan

   b. Jika Paryo rajin bekerja, maka ia mendapat reputasi kerja yang baik. Jika Paryo memiliki reputasi kerja yang baik, maka karirnya akan meningkat dengan cepat. Ternyata karir Paryo tidak meningkat.

Terimakasih.

Adab di atas ilmu.