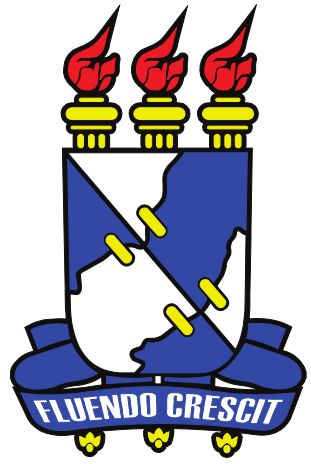


Projeto e Análise de Algoritmos

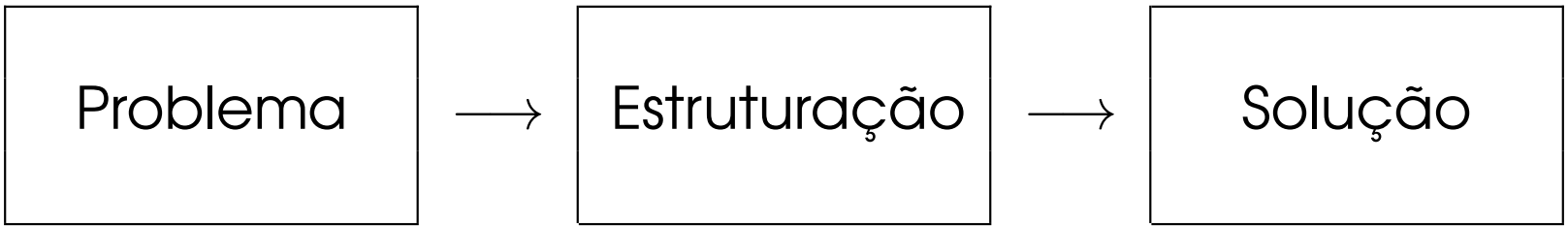
Heapsort

Bruno Prado

Departamento de Computação / UFS

Introdução

- O que é Heapsort?
  - Criado por J. W. J. Williams em 1964
  - Estratégia de Transformação e Conquista
  - Converte os dados para uma estrutura de Heap



Introdução

- Vantagens
  - In-place
    - Sem necessidade de espaço adicional
  - Eficiência algorítmica
    - Complexidade $O(n \log n)$
  - Aplicações de tempo real
    - Ordem exata de execução

Introdução

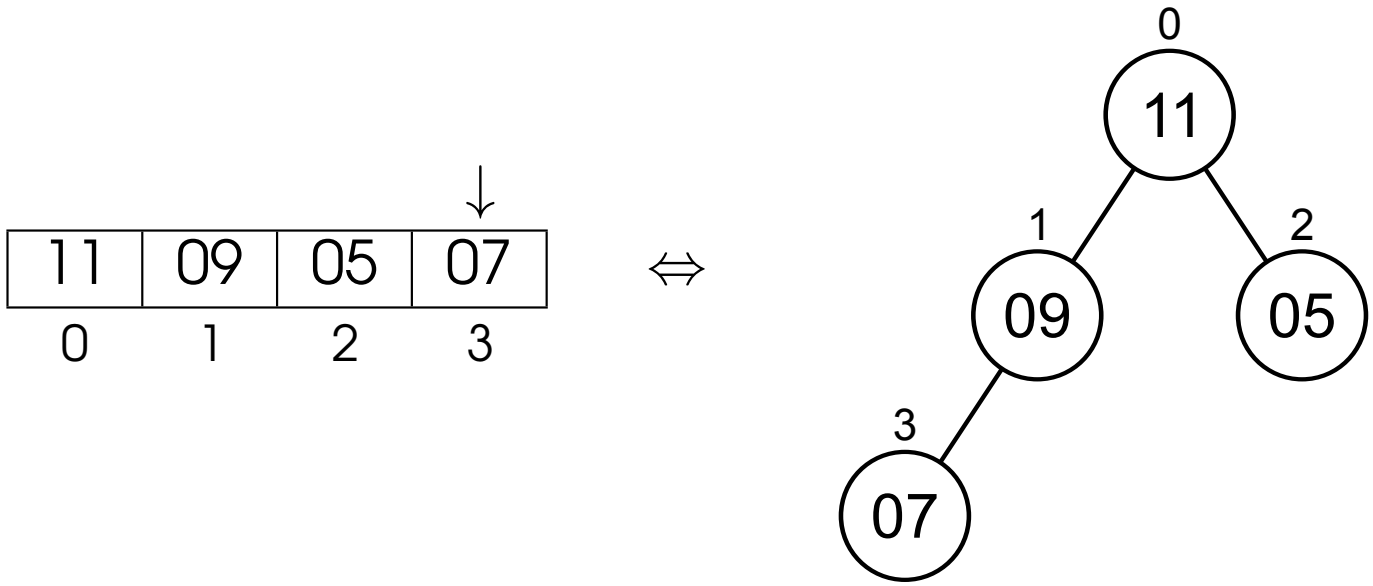
- Desvantagens
  - Desempenho
    - Mais lento que o Quicksort na prática
    - Não explora o princípio da localidade
  - Paralelismo
    - Não é tão facilmente paralelizável

Heapsort

- Conceitos chave
  - Heap mínimo ou máximo
  - Construção da estrutura de Heap
  - Manutenção da propriedade do Heap

Árvores Heap

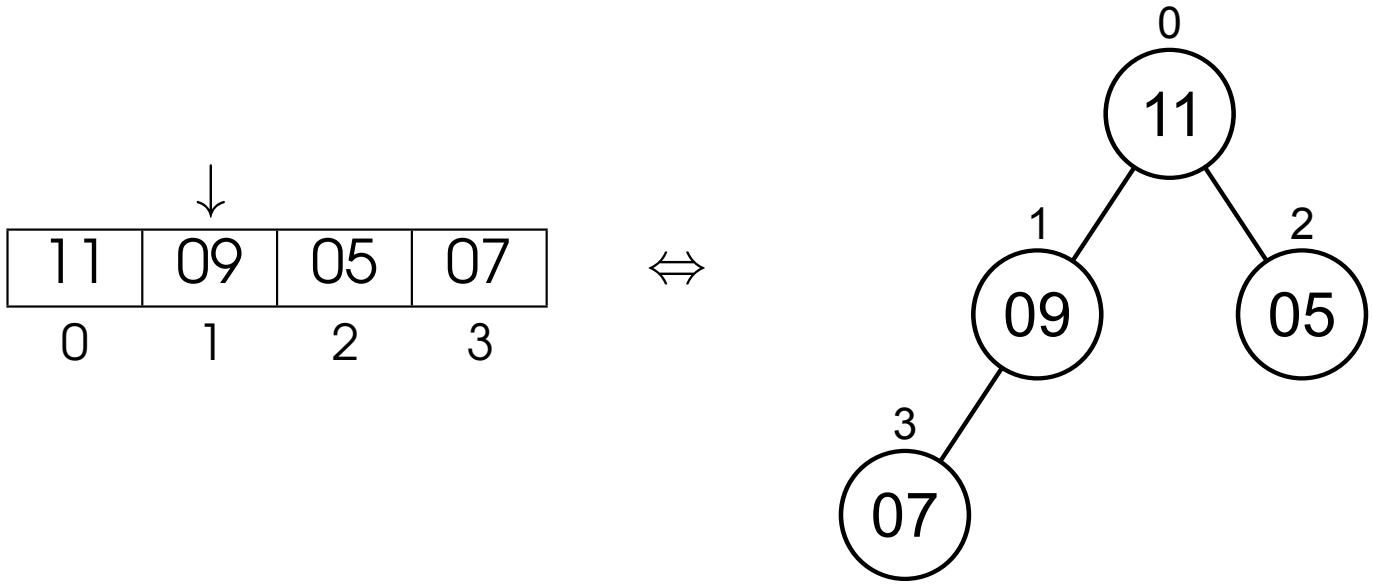
- Armazenamento e indexação
  - Nó pai



$$Pai(i) = \frac{i-1}{2}$$

Árvores Heap

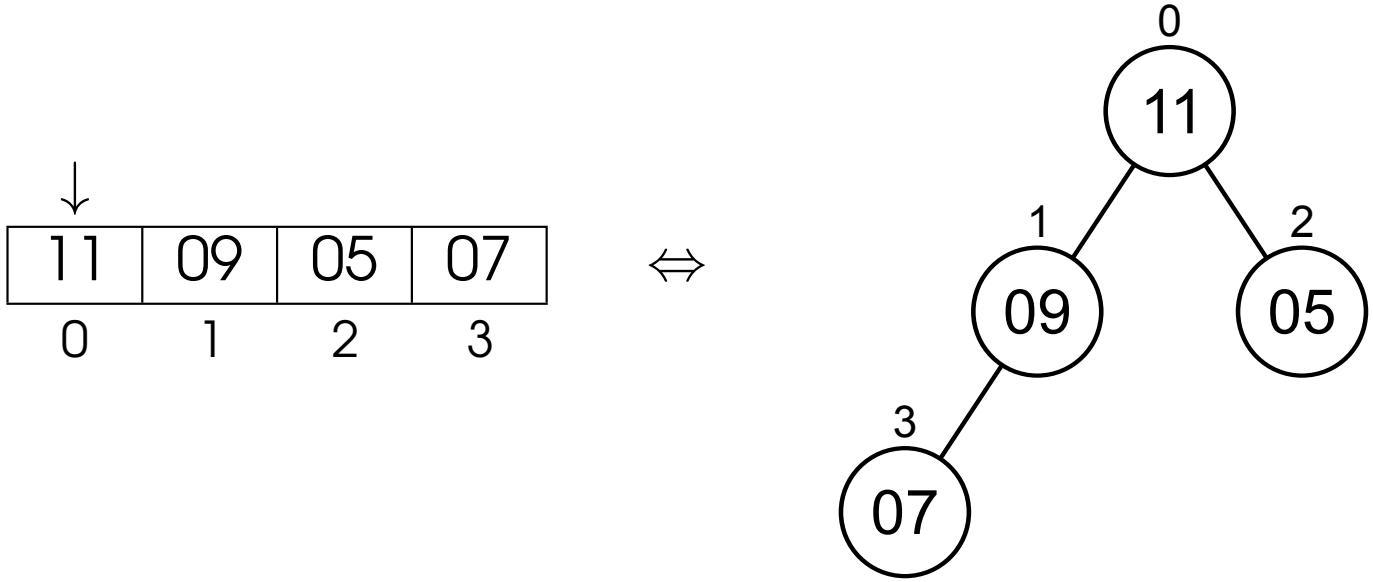
- Armazenamento e indexação
  - Nó filho esquerdo



$$Esquerdo(i) = 2i + 1$$

Árvores Heap

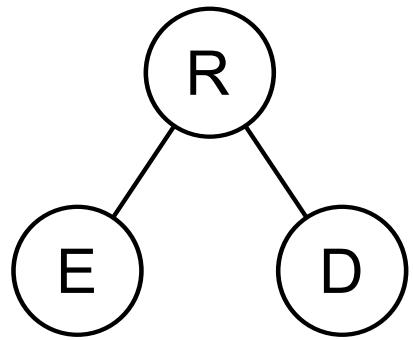
- Armazenamento e indexação dos nós
  - Nó filho direito



$$Direito(i) = 2i + 2$$

Árvores Heap

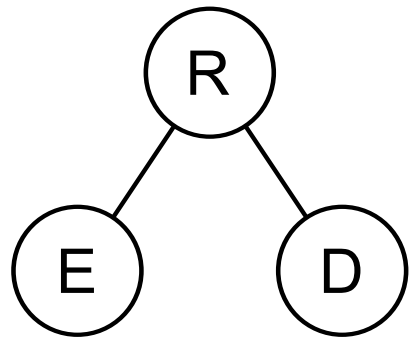
- Tipos de árvores heap
  - Heap mínimo



Propriedade $R \leq E$ e $R \leq D$

Árvores Heap

- Tipos de árvores heap
  - Heap máximo



Propriedade $R \geq E$ e $R \geq D$

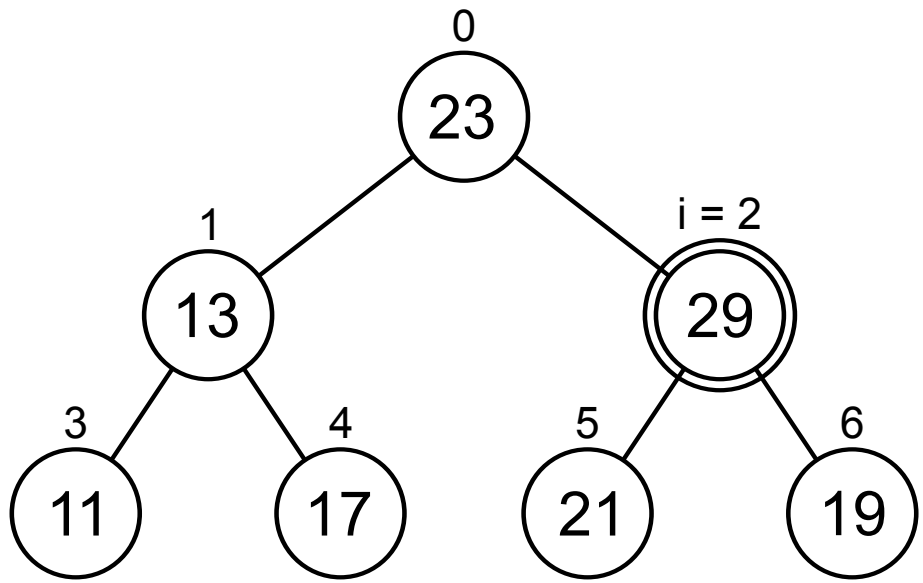
Árvores Heap

- Manutenção da propriedade de heap
  - Procedimento heapify

```
void heapify(int V(), int i, int n) {
        unsigned int P = i;
        unsigned int E = esquerdo(i);
        unsigned int D = direito(i);
        if(E < n && V(E) > V(P)) P = E;
        if(D < n && V(D) > V(P)) P = D;
        if(P != i) {
                trocar(&V(P), &V(i));
                heapify(V, P, n);
        }
}
```

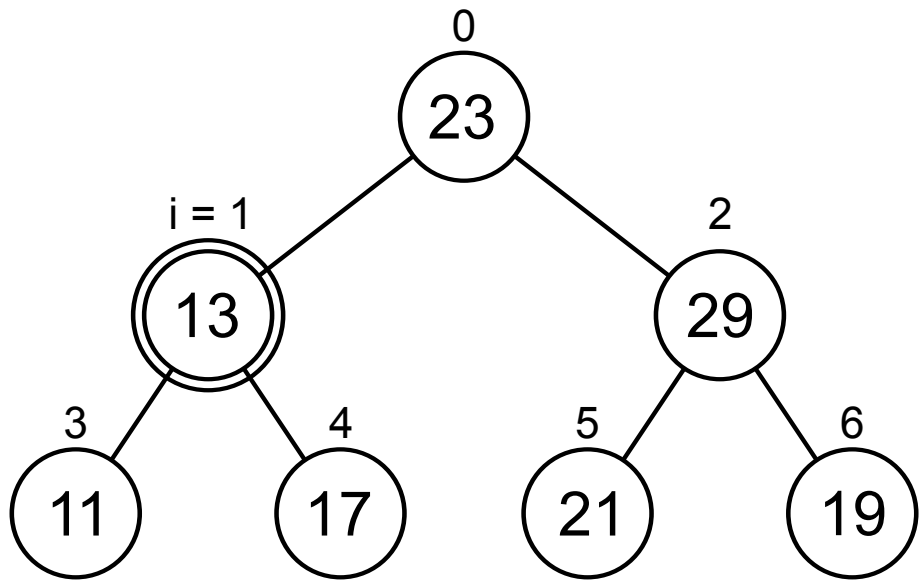
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de transformação



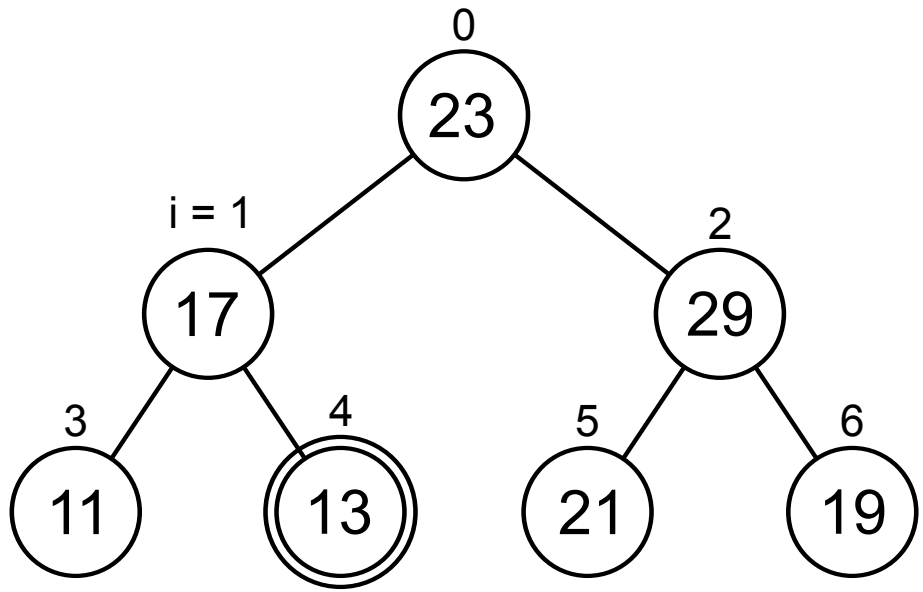
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de transformação



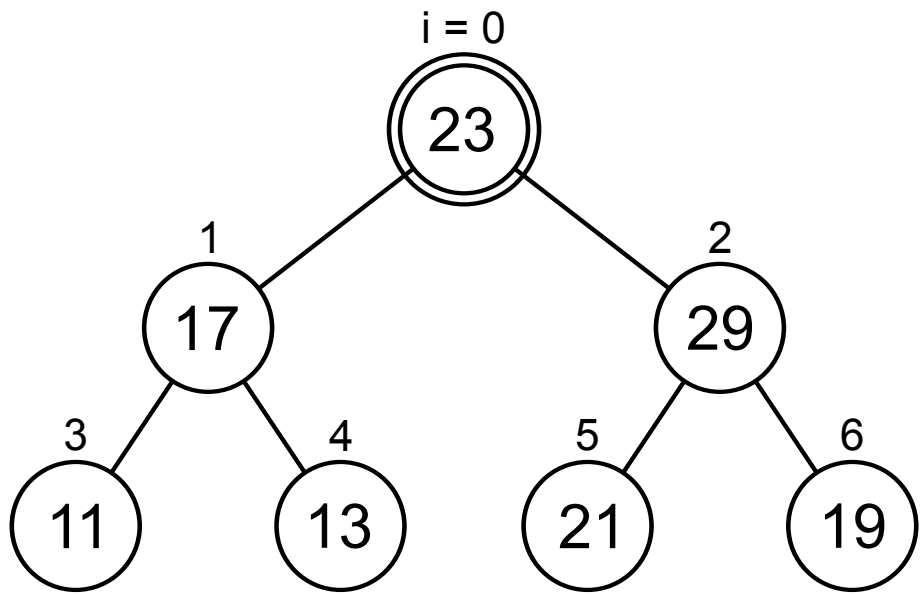
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de transformação



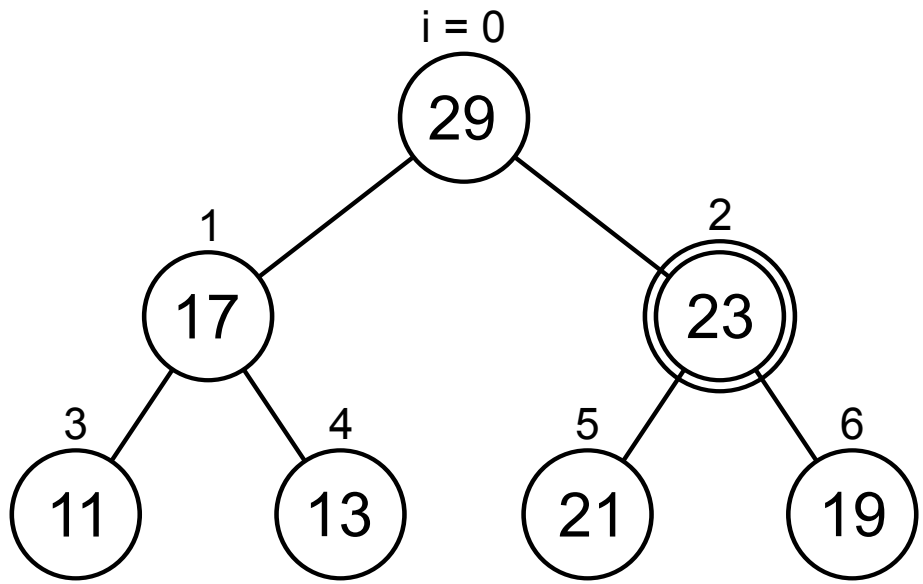
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de transformação



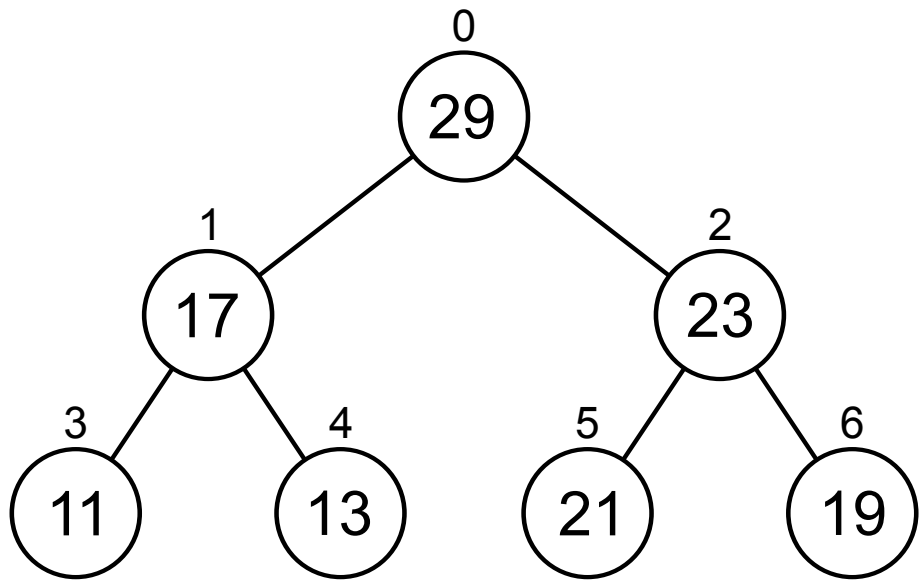
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de transformação



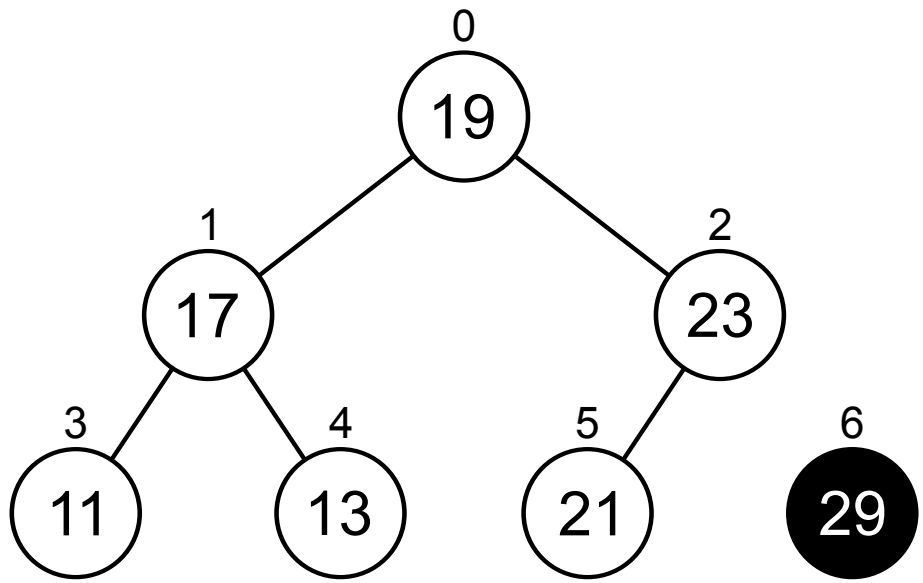
Heapsort

- Dados estruturados
  - Heap máximo



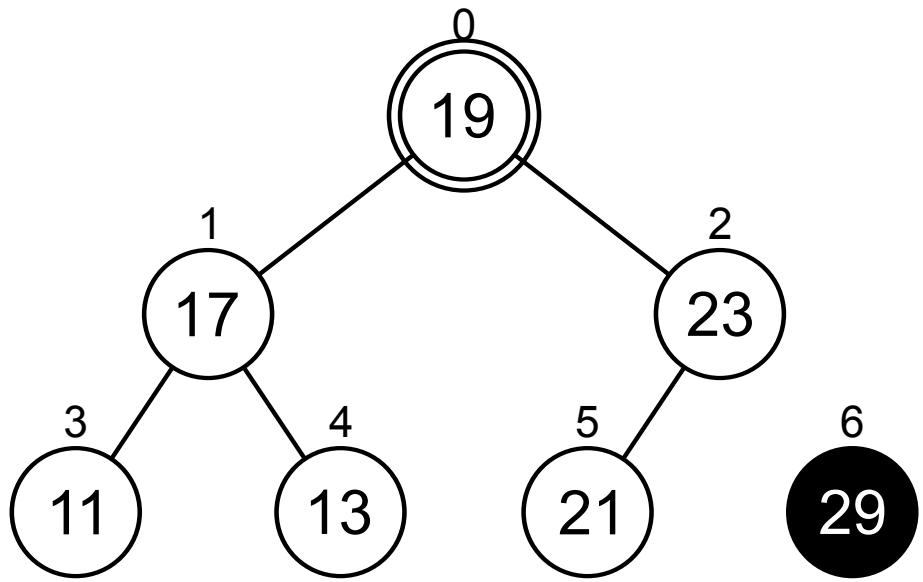
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



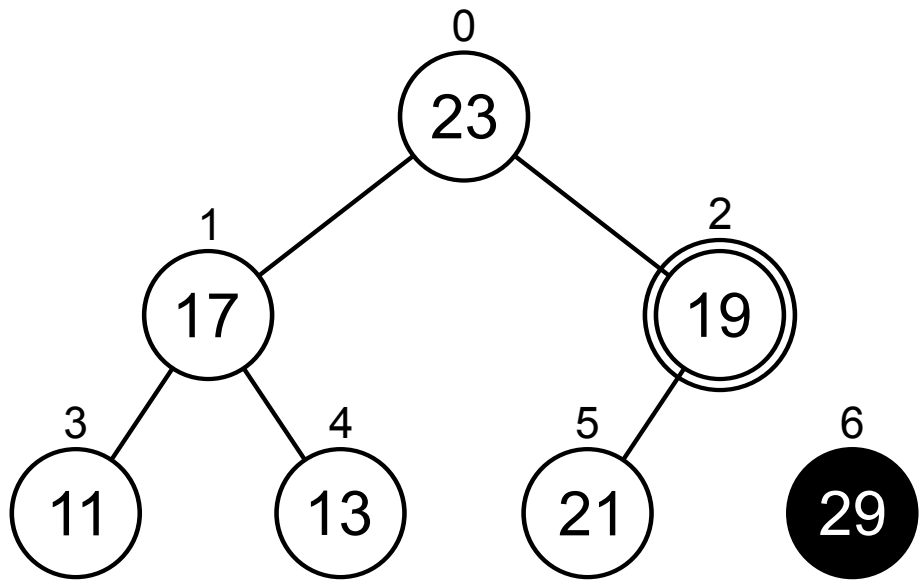
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



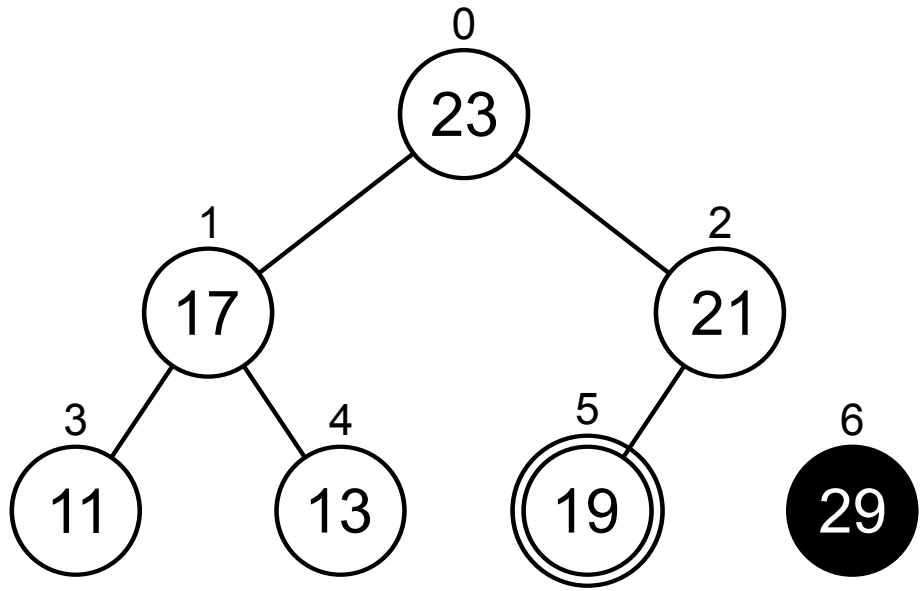
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



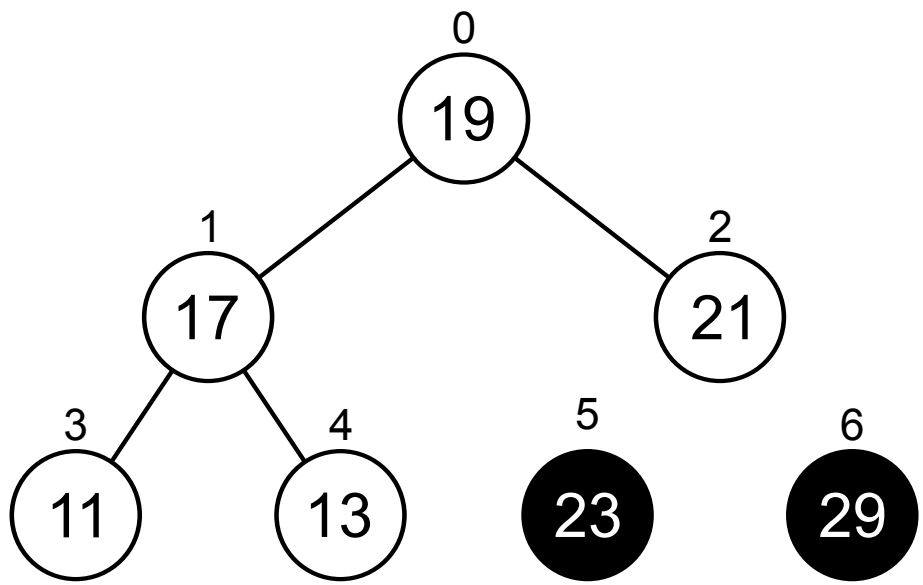
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



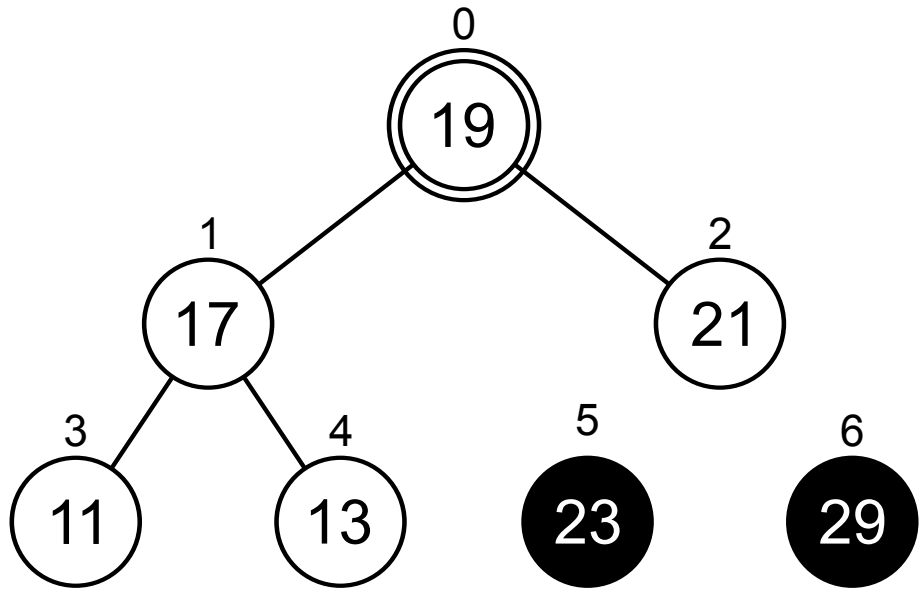
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



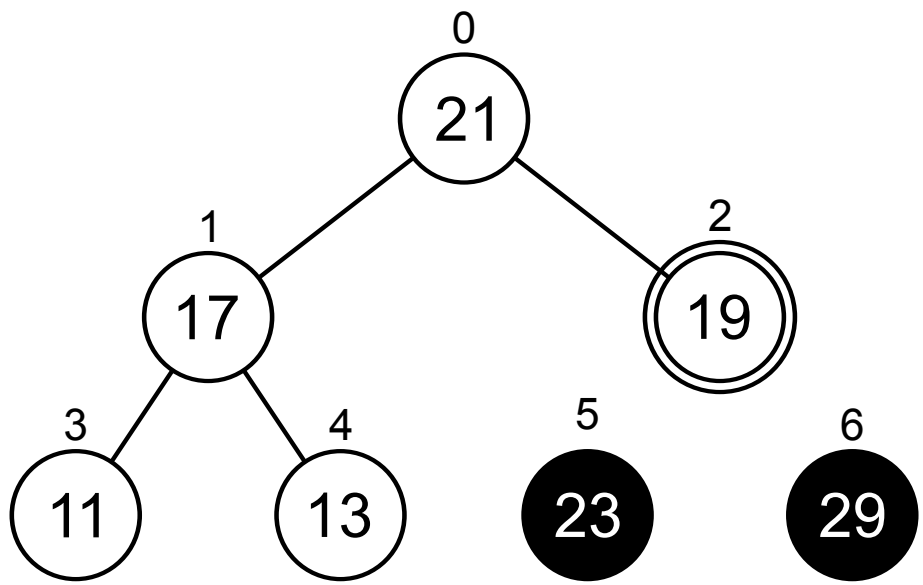
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



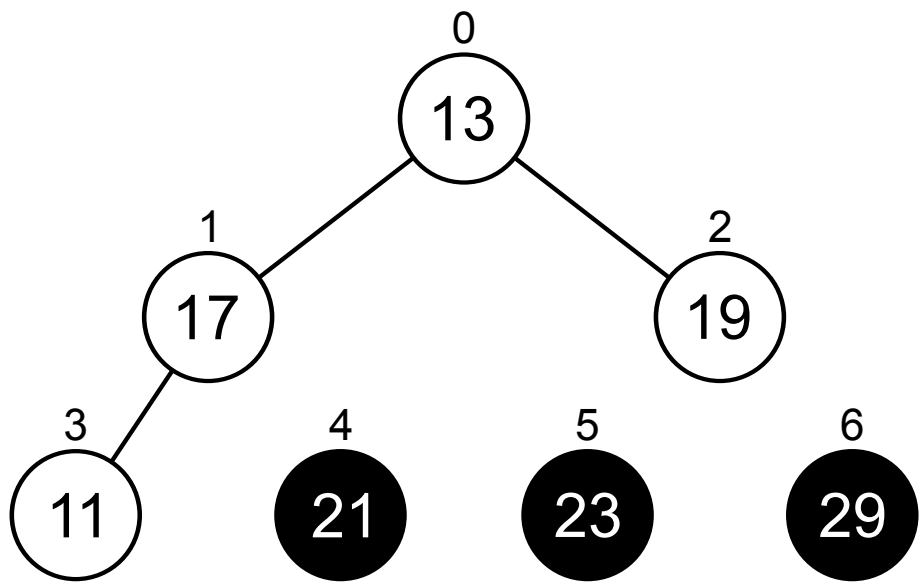
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



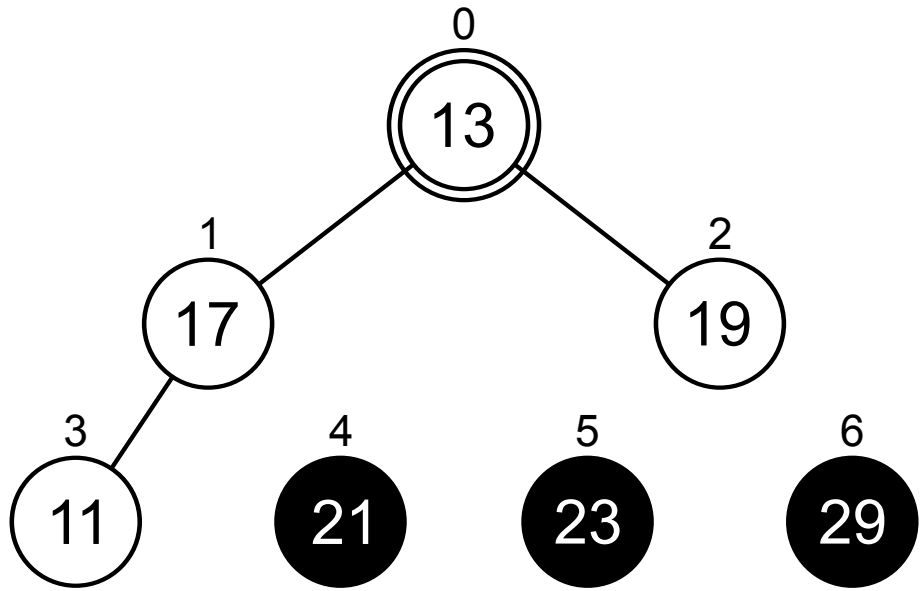
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



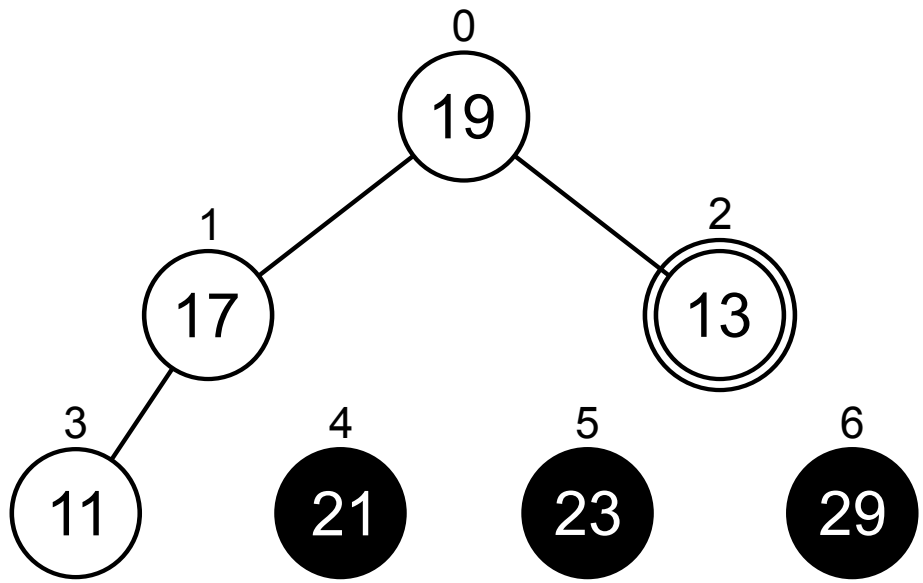
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



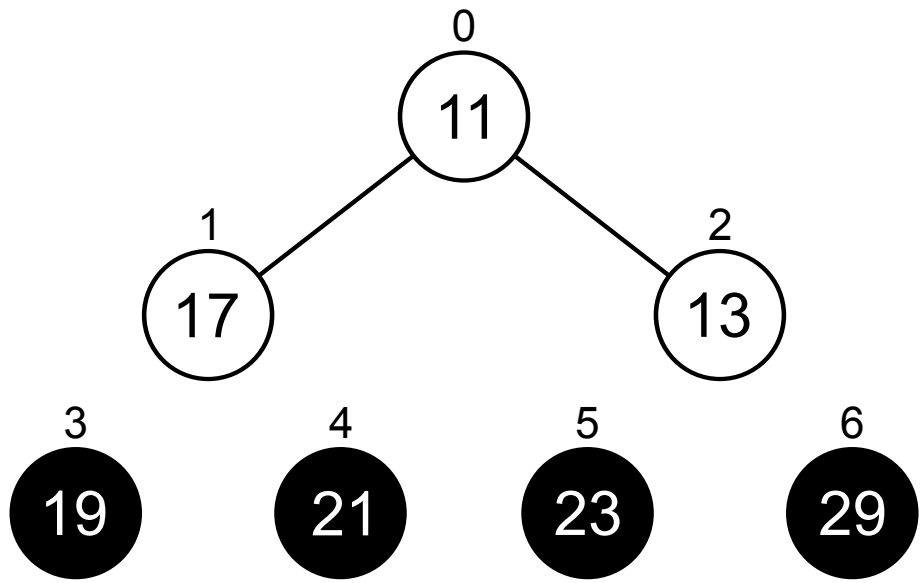
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



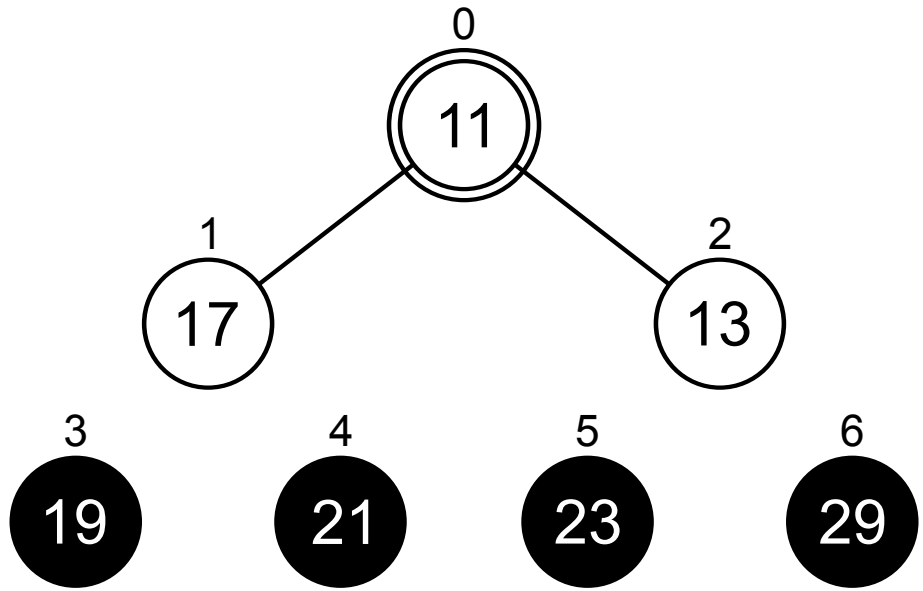
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



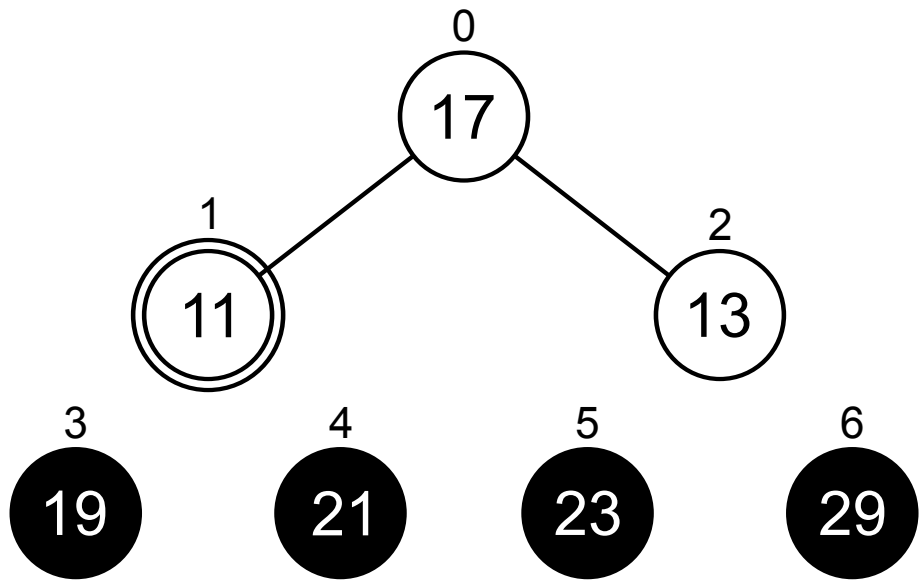
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



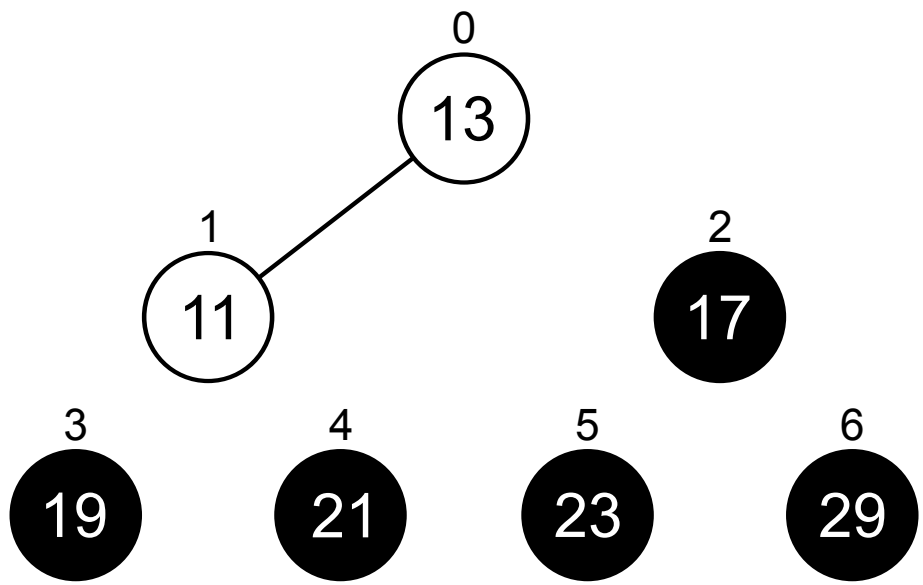
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



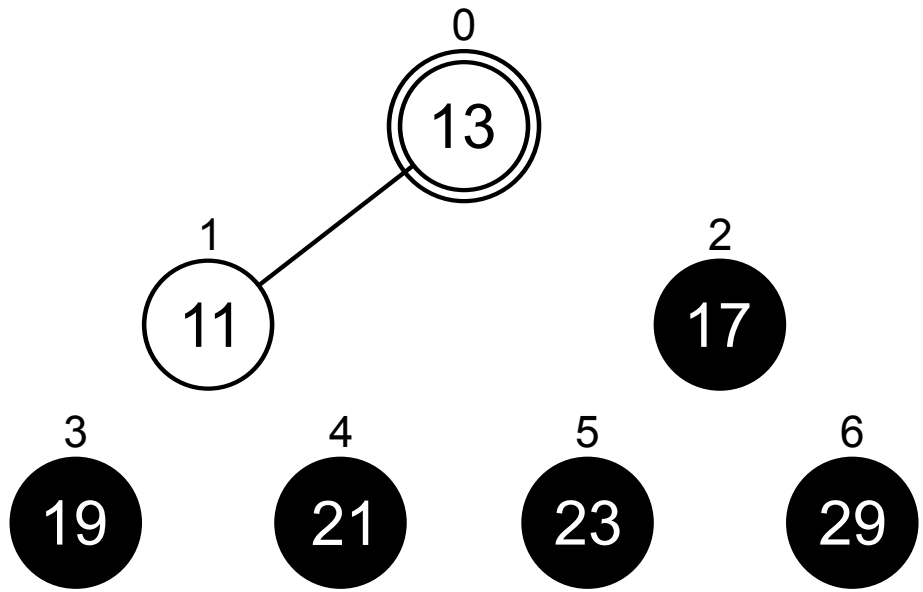
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



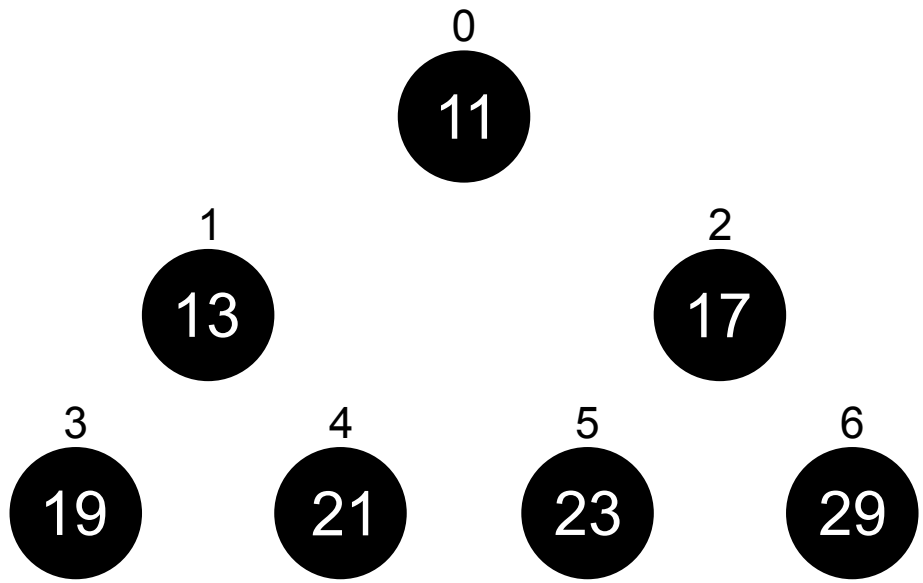
Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



Heapsort

- Princípio de funcionamento
  - Etapa de conquista



Heapsort

- Realizando o processo de ordenação
  - Procedimento heapsort

```
void heapsort(int V(), int n) {
        construir_heap(V, n);
        int i;
        for(i = n - 1; i > 0; i–) {
                trocar(&V(0), &V(i));
                heapify(V, 0, i);
        }
}
```

Heapsort

- Análise de complexidade
  - Tempo $O(n \log_2 n)$
    - Construção é $O(n)$
    - Heapify é $O(\log_2 n)$
  - Espaço $O(1)$
    - Implementação iterativa
    - Sem alocação de espaço extra
  - Não é estável

Exemplo

- Considerando o algoritmo Heapsort, realize a ordenação decrescente do vetor
  - Sequência 32, 54, 92, 74, 23, 3, 43, 63
  - Utilize o heap mínimo e máximo
  - Execute o algoritmo passo a passo

Exercício

- A empresa de telecomunicações Poxim Tech está construindo um sistema de comunicação, baseado no protocolo de datagrama do usuário (UDP) para transferência de pacotes em redes TCP/IP
  - Os dados são organizados em sequências de bytes de tamanho variável, mas limitados até o tamanho máximo de 512 bytes
  - Devido às características de roteamento de redes TCP/IP, os pacotes podem chegar ao seu destino desordenados, sendo necessária a ordenação dos pacotes para receber os dados corretamente
  - Para permitir o acesso rápido dos dados, é possível processar as informações recebidas desde que estejam parcialmente ordenadas, com os pacotes iniciais, sendo este processamento disparado por uma determinada quantidade de pacotes recebidas

Exercício

- Formato de arquivo de entrada
  - [#*n total de pacotes*] [*Quantidade de pacotes*]
  - [*Número do pacote*] [#m_1 *Tamanho do pacote*] [*B*1] $\cdots$ [B_{m_1}]
  - $\cdots$
  - [*Número do pacote*] [#m_n *Tamanho do pacote*] [*B*1] $\cdots$ [B_{m_n}]

```
6 2
0 3 01 02 03
1 2 04 05
2 4 06 07 08 09
4 2 0F 10
3 5 0A 0B 0C 0D 0E
5 6 11 12 13 14 15 16
```

Exercício

- Formato de arquivo de saída
  - Quando uma quantidade determinada de pacotes é recebida, é feita a ordenação parcial dos pacotes para verificar se é possível exibir a parte inicial completa dos dados que já foram recebidos

```
0: 01 02 03 04 05
1: 06 07 08 09
2: 0A 0B 0C 0D 0E 0F 10 11 12 13 14 15 16
```