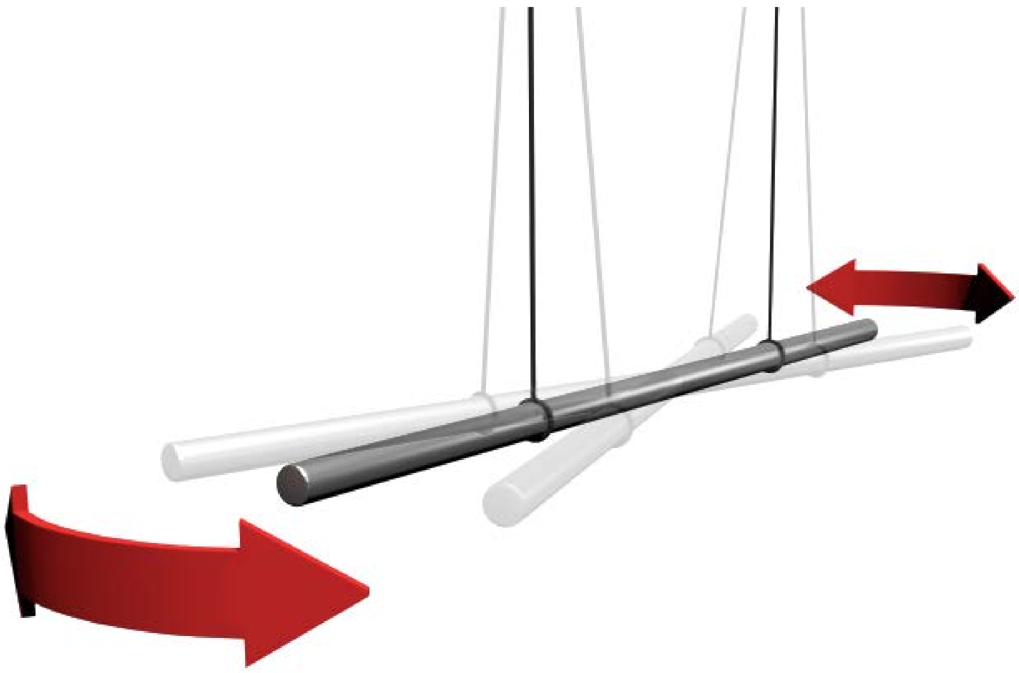


Laboration 1

Formel för periodtid hos bifilär pendel

av

Petter Åström

Pontus Stenlund

Elias Waranoi

2016-12-01

LULEÅ TEKNISKA UNIVERSITET

Sammanfattning

Uppgiften var att komma på en matematisk formel som beskriver periodtiden hos en bifilär pendel. Experimentuppställningen var ett rör som hängde fritt i två trådar. För att mäta storheter så användes linjal, skjutmått och tidtagarur. Rören var av olika längd och material. Resultatet av upprepande mätningar visade att rörens massa har ingen inverkan på experimentets periodtid. Luftmotståndet antas vara försumbart.

Formeln på periodtiden hos en bifilär pendel blev $T = \frac{3,9 * L_S^1 * \sqrt{L_T}}{B * \sqrt{g}}$

Abstract

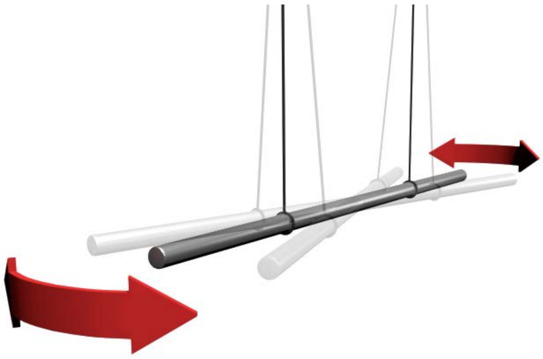
The task was to come up with a mathematical formula to describe the period time of a bifilar pendulum. The experimental setup was a pipe that hung free in two strings. To measure the physical quantity, a ruler, calipers and a stopwatch were used. The pipes were of different length and material. With many repeated measurements it was shown that the mass of the pipes did not affect the period time of the experiment. Air resistance was assumed to be negligible.

Innehållsförteckning

1 Inledning

Syftet med denna laboration var att sammanställa en matematisk formel för att räkna ut periodtiden för en horisontell svängning för en stång hängandes i två trådar. Experiment gjordes för att ta fram vilka variabler som är relevanta.

Se figur 1.



Figur 1, stång i svängning.

Beteckningar

Storhet	*Symbol*	*Enhet*	*Grunddimension*
Periodtid	**T**	**s**	**T**
Gravitation	**g**	m/s^2	**L/T^2**
Stånglängd	**L_S**	**m**	**L**
Trådlängd	**L_T**	**m**	**L**
Bredd	**B**	**m**	**L**
Stångvikt	**m**	**kg**	**M**

2 Teori

Den initiala teorin var att alla värden noterade i beteckningar påverkade periodtiden. Därav utformades ett antal försök för att studera dem en och en, för att eventuellt kunna verifiera deras relevans.

Initialt så formulerades en ekvation för periodtiden

$T = C \cdot L_s^W \cdot L_T^Q \cdot B^A \cdot m^Z \cdot g^S \qquad (1)$

För experimentet bestämdes det också att ej ta hänsyn till luftmotstånd samt vikt på tråd då det saknades redskap för att ta dem i beaktning samt för att dess påverkan antas negligerbar.

Efter några få korta försök så antogs det även att periodtiden för multipla svängningar är densamma. D.v.s. vid ett försök så tilläts tio svängningar, och även om det såg ut som att periodtiden blev kortare och kortare så var den fortfarande densamma.

Alla försök är gjorda på planeten Tellus år 2016 enligt den nya Gregorianska kalendern under de förhållanden som rådde på planeten på just denna och endast denna tidpunkt.

3 Metod

3.1 Utrustning

- Tejp
- Våg
- Tumstock
- Skjutmått
- Ställning
- Stänger (Olika längd, massa)
- Tidtagarur
- Tråd

3.2 Experimentell uppställning och arbetsgång

Tejp användes för att markera vissa distanspunkter på röret så det var lätt att ändra bredden på trådarna.

Se figur 1.

3.3 Metodbeskrivning

För varje isolerad storhet utfördes fyra mätningar där värdet av den isolerade variabeln ändrades samtidigt som vi höll övriga storheter konstanta. För att få ut ett medelvärde på periodtiden så tillät vi tio svängningar, dvs svängningen från startpunkten och tillbaka och tog klockade tiden emellan. Sedan delades den totala tiden med antalet svängningar. Genom att ta medelvärdet på periodtiden så har den mänskliga faktorn inte lika stor inverkan på resultatet. Detta gjordes för stånglängd, trådlängd, bredden mellan trådarna och stångvikt.

Det gjordes för att kunna se vilka storheter som har inverkan på periodtiden och kunna räkna ut storheternas exponent.

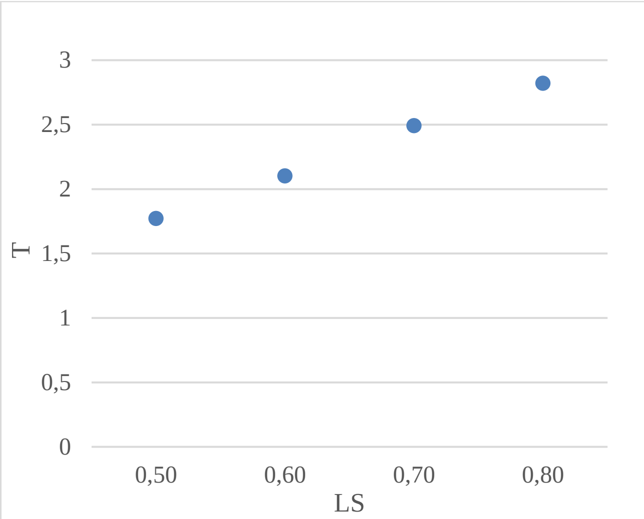
För att analysera mätresultaten och plotta mätdata så användes Microsoft Excel 2016.

4 Resultat

Referera till beteckningar i kapitel ett för enheterna hos de uppmätta värdena.

Tabell 1 (Tid med avseende på stånglängd)

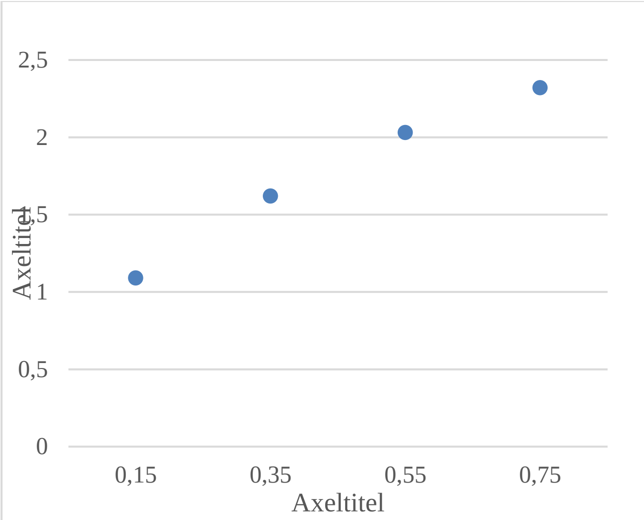
T	1,77	2,10	2,49	2,82
L_S	0,50	0,60	0,70	0,80
L_T	0,55	0,55	0,55	0,55
B	0,26	0,26	0,26	0,26
M	0,490	0,490	0,490	0,490
D	0,01	0,01	0,01	0,01



Graf 1(Tid med avseende på stånglängd)

Tabell 2 (Tid med avseende på trådlängd)

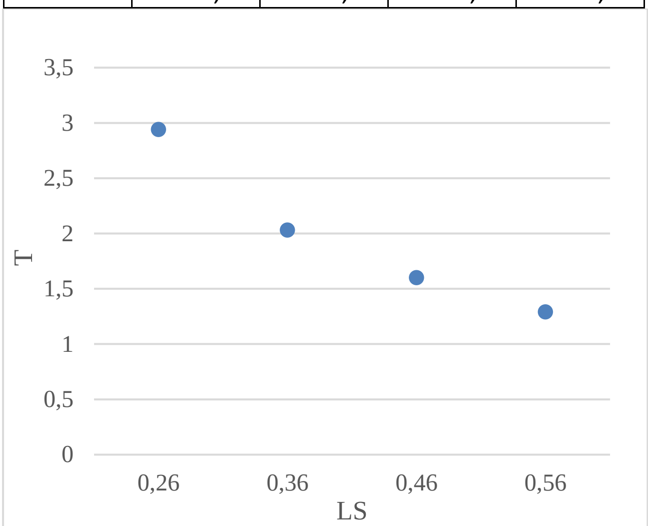
T	1,09	1,62	2,03	2,32
L_S	0,80	0,80	0,80	0,80
L_T	0,15	0,35	0,55	0,75
B	0,36	0,36	0,36	0,36
M	0,490	0,490	0,490	0,490
D	0,01	0,01	0,01	0,01



Graf 2 (Tid med avseende på trådlängd)

Tabell 3 (Tid med avseende på bredd)

T	2,94	2,03	1,60	1,29
L_S	0,80	0,80	0,80	0,80
L_T	0,55	0,55	0,55	0,55
B	0,26	0,36	0,46	0,56
M	0,490	0,490	0,490	0,490
D	0,01	0,01	0,01	0,01



Graf 3(Tid med avseende på bredd)

Tabell 4 (Tid med avseende på densitet)

T	2,97	2,96	2,96
L_S	0,5	0,5	0,5
L_T	0,55	0,55	0,55
B	0,26	0,26	0,26
M	0,351	0,306	0,108
D	0,01	0,01	0,01
ρ	8,9e3	7,8e3	2,75e3

I tabell 4 så ser man att densitet och massa inte har någon inverkan på periodtiden. Så massan på trådarna, tejpen och massan på röret har ingen påverkan. Den matematiska ekvation blir då:

$$T = C \cdot L_s^W \cdot L_T^Q \cdot B^A \cdot g^S \qquad (1)$$

Ekvation (1) berättar vilka storheter som har inverkan på periodtiden.

För att få fram exponenterna i storheterna så skrevs ekvation (1) om så att tiden var en produkt av endast en variabel.

För att få fram exponenten för stånglängden L_s^W

$$T = C \cdot L_s^W, \qquad (2)$$

där C är alla andra storheter. Genom att logaritmera ekvation (2) så får man då fram exponenten.

$$ln(T) = ln(C * L_s^W) \qquad (3)$$

och logaritmiska lagar säger att vi kan skriva ekvation (3) som

$$ln(T) = ln(C) + W * ln(L_s) \qquad (4)$$

Då har vi en linjär funktion. Och då gäller $y = kx + m$.

$$W = k = \frac{ln(T)}{ln(L_s)} = W \qquad (5)$$

$$\frac{\Delta ln(T)}{\Delta ln(L_s)} = W \qquad (6)$$

När vi sätter in mätvärden i formel (6) så får vi ut att

$$\frac{l\,n(2{,}82) - \ln(2{,}10)}{l\,n(0{,}80) - \ln(0{,}60)} = 1{,}024740741 \;\approx\; 1$$

W ≈ 1

Så den matematiska formeln blir då:

$$T = C \cdot L_s^1 \cdot L_T^Q \cdot B^A \cdot g^S \qquad (7)$$

Därefter så söker vi exponenten för trådlängd

$$T = C \cdot L_t^Q$$

$$ln(T) = ln(C * L_T^Q)$$

$$ln(T) = ln(C) + Q * ln(L_T) \quad (8)$$

Då har vi en linjär funktion. Och då gäller $y = kx + m$.

$$Q = k = \frac{ln(T)}{ln(L_T)} = Q \quad (9)$$

$$\frac{\Delta ln(T)}{\Delta ln(L_T)} = Q \quad (10)$$

När vi sätter in mätvärden i formel (10) så får vi ut att

$\frac{l\,n(2{,}32)-\ln(1{,}62)}{l\,n(0{,}75)-\ln(0{,}35)} = 0{,}4712270868 \approx\ 0{,}5$

Q ≈ 0,5

Så den matematiska formeln blir då:

$$T = C \cdot L_s^{1} \cdot L_T^{0,5} \cdot B^A \cdot g^S \quad (11)$$

Därefter så söker vi exponenten för bredd

$$T = C \cdot B^A$$

$$ln(T) = ln(C * B^A)$$

$$\ln(T) = ln(C) + A * ln(B) \quad (12)$$

Då har vi en linjär funktion. Och då gäller $y = kx + m$.

$$A = k = \frac{ln(T)}{ln(B)} = A \quad (13)$$

$$\frac{\Delta ln(T)}{\Delta ln(B)} = A \quad (14)$$

Vid insättning av mätvärden i formel (14) så får man ut att

$\frac{l\,n(1{,}29)-\ln(2{,}03)}{l\,n(0{,}56)-\ln(0{,}36)} = -1{,}066359539\ \approx\ -1$

A ≈ -1

Så den matematiska formeln blir då:

$$T = C \cdot L_s^{1} \cdot L_T^{0,5} \cdot B^{-1} \cdot g^S \quad (15)$$

Dimensionsanalys görs genom att först skriva om formel (15) i grunddimensioner

$$T^1 = L^1 * L^{0.5} * L^{-1} * L^s * T^{-2s} = L^{0.5} * L^s * T^{-2s} \quad (16)$$

För att formel (16) ska gå jämnt ut visar det sig att den okända variabeln s måste vara -0.5 vilket ger att g^s från formel (15) måste vara $g^{-0.5}$.

Så då får man en matematisk formel som ser ut som följande

$$T = \frac{C * L_S^1 * \sqrt{L_T}}{B * \sqrt{g}} \tag{17}$$

Och för att få ut konstanten C så gör man om formel (17) så att den blir

$$C = \frac{T * B * \sqrt{g}}{L_S * \sqrt{L_T}} \tag{18}$$

Tabell(5), värde på C genom att ta alla tillgängliga kombinationer på övriga variabler. Hämtade från tabell 1.2.3.4

Nr	$C = \frac{T * B * \sqrt{g}}{L_S * \sqrt{L_T}}$	T	B	L_S	L_T	g
1	3,869876175	2,82	0,26	0,80	0,55	9,806
2	3,905163799	2,49	0,26	0,70	0,55	9,806
3	3,842430244	2,10	0,26	0,60	0,55	9,806
4	3,886343733	1,77	0,26	0,50	0,55	9,806
5	3,812873089	1,29	0,56	0,80	0,55	9,806
6	3,884654752	1,60	0,46	0,80	0,55	9,806
7	3,857208822	2,03	0,36	0,80	0,55	9,806
8	4,034551756	2,94	0,26	0,80	0,55	9,806
9	3,774990051	2,32	0,36	0,80	0,75	9,806
10	3,857208822	2,03	0,36	0,80	0,55	9,806
11	3,88250515	1,62	0,36	0,80	0,35	9,806
12	3,965877786	1,09	0,36	0,80	0,15	9,806

Genom att addera alla tal i kolumn 2 så får vi ut värdet: 46,57368418

Och sedan delas talet med 12.

$$\frac{46{,}57368418}{12} = 3{,}881140348 \approx 3{,}9$$

Så då har vi fått en fullständig formel

$$T = \frac{3{,}9 * L_S^1 * \sqrt{L_T}}{B * \sqrt{g}} \tag{19}$$

5 Diskussion och slutsatser

Ekvation (19) är förutsatt att luftmotståndet är försumbart. Men även om man skulle räkna med luftmotstånd så har det förmodligen en så liten påverkan på tiden pga. storleken på experimentet.

5.1 Felkällor

Den mänskliga faktorn kan tillföra mätfel när det gäller tidtagning, mätning av trådlängd och mätning av längd på bredden mellan trådarna.

En annan felkälla är att pga. de verktyg som användes i mätningarna av längd så kunde man bara få 2 värdesiffrors precision.

5.2 Slutsatser

Genom att sätta in mätvärden från tabell 5 så ser vi att vi formel (19) ger en bra uppskattning på periodtiden.

T.ex. $\frac{3{,}9*0{,}8*\sqrt{0{,}55}}{0{,}26*\sqrt{9{,}806}} \approx 2{,}84$s

Vid mätningarna så blev tiden 2,82s vilket troligtvis kan bero felmätningar och noggrannheten med mätinstrumenten.