Problemlösning i fysik

Ett kompendium med råd och anvisningar

Sverker Fredriksson

Fysik
Luleå tekniska universitet

1 Inledning

Denna skrift innehåller goda råd om hur du på bästa sätt löser fysikproblem av typen räkneuppgifter. Den är till för att underlätta ditt eget lösande av problem på lektioner eller på annan tid samt på tentor och i samband med hemuppgifter och labbrapporter. Du får också många tips som gäller lösning av räkneuppgifter i största allmänhet, t ex inom matematik, kemi, ekonomi eller teknikämnen.

Allra sist i skriften finns ett Appendix som du får skriva ut och ta med som hjälpmedel på tentamina i fysiks baskurser (Fysik 1-3). Där sammanfattas de viktigaste kraven på hur en god problemlösning ska presenteras, så att du kan kolla kvaliteten på dina lösningar punkt för punkt.

Tipsen här bygger på dussintals fysiklärares erfarenheter, inte minst från rättande av hundratusentals tentamenstal och hemuppgifter. Alla exempel på dåliga lösningsmetoder är hämtade från verkliga fall, och är dessutom tyvärr rätt vanliga.

De råd som ges bygger också på praxis för hur fel och brister i tentamina, hemuppgifter och labbrapporter bedöms inom examination i fysikkurser. Räkna därför med att liknande fel i framtiden kommer att ge poängavdrag på tentamen. I många kurser bedöms sådana fel dessutom allvarligare om det rör sig om hemuppgifter, eventuellt i grupp, med kanske flera veckors tid för lösning, än om det handlar om vanliga tentamina med kanske någon timmas tid i snitt per problem.

Det förutsätts därför att du läst och förstått denna skrift. Du bör betrakta detta som är en viktig och nyttig del av dina fysikstudier!

Vi på fysikavdelningen hjälper dig gärna med ytterligare goda råd och ger dig individuell hjälp med problemlösning och andra problem inom fysikkurserna. Du kan få sådan hjälp antingen på lektioner och raster, eller på våra kontor på annan tid. Det går även bra att kontakta oss per email. Våra emailadresser är `fornamn.efternamn@ltu.se`. Undvik dock att besöka din fysiklärare under lunchrasten, dvs kl 12-13. Då vill även vi ha lunch!

2 Några allmänna tips

På papperet med tentamensuppgifter i baskurserna i fysik (Fysik $1-3$) finns följande text (eller liknande) återgiven strax ovanför texten till den första uppgiften:

Definiera beteckningar, ange mätetalens enheter och motivera antaganden och approximationer. Redovisa tankegångar i detalj och ange vilka lagar som använts vid uppställandet av matematiska uttryck. Presentera lösningarna så att de blir lätta att följa.

Detta är en viktig information, som alltför ofta är ”osynlig” för den stressade tentanden, som kanske vill kasta sig över problem 1 på en gång. Texten är skriven dels för att du ska läsa den och rätta dig efter den, dels för att du i efterhand ska förstå varför dina lösningar eventuellt fick avdrag för att de inte var tillräckligt korrekta, tydliga eller noggranna.

Men detta är inte bara ”krav” på hur just tentamenstal ska lösas, utan är också självklara regler för hur en redogörelse för ”vad som helst” ska presenteras för omvärlden. Ju längre du kommer i din karriär, desto tydligare kommer dessa krav att bli, t ex i ditt examensarbete eller i yrkeslivet. På LTU-kurser kan du få godkänt även om dina lösningar är fel till 50%. Ett examensarbete ska i princip inte ha några fel eller luddigheter. Och i yrkeslivet duger det inte med att broar, maskiner eller forskningsresultat är felaktiga eller ”obegripliga” på något vis. Sådant kan hota människoliv, naturen och din karriär.

Gör det därför till en god vana att från och med nu *alltid* lösa problem, särskilt räkneuppgifter, på det sätt som tipsas om i denna skrift. Det gäller alltså även när du bara ”tränar”, t ex när du sitter hemma och löser kursbokens alla rekommenderade problem inom en kurs. Det betyder att du *aldrig* bör nöja dig med att bara ”kladda ihop” en lösning på ett papper, eller kanske enbart i din räknedosa, för att kolla om du får rätt svar. Avsluta i så fall alltid med att skriva ner en fullständig och korrekt lösning på papper. Ha också ambitionen att göra rätt från början, dvs jobba inte ”på måfå”!

En varning: När du sitter på lektionen och försöker lära dig av din lärares lösningsmetoder på tavlan, så ska du också tänka på att det läraren *säger* mycket väl kan tillhöra själva lösningen, fast det kanske inte finns tid på lektionen att skriva upp detta på tavlan. Därför ska du vara försiktig när du tränar problemlösning, och inte ta dina egna avskrifter från tavlan som någon sorts självklar ideallösning.

Ett allmänt råd är att *räkna mycket*! Många fel som vi fysiklärare stöter på verkar bero på oträning, vad gäller båda att tänka rakt och logiskt, att räkna i huvudet, på fingrarna och på räknedosan, att uttrycka tankar i ord, och att skriva ner dessa ord på ett papper. Ofta är detta i kombination med svårigheter att hitta rätt i formelsamlingen. Inte minst görs för många fel på grund av att studenter inte kan hantera sina räknedosor, eller läsa av resultaten rätt på displayen. Mer om räknedosans möjligheter och risker tas upp senare. En annan fördel med mycket räkneträning är att chansen ökar att något liknande det som du tränat på kommer att dyka upp på tentamen.

Träna även på ”gamla tentor”, och inte bara på de föreslagna problemen ur kursboken. Ta också till dig hur lösningarna ser ut, dvs använd dem inte bara för att kolla om ditt svar är rätt, eller för att hitta var någonstans du själv kanske gjorde fel. De officiella lösningarna ger värdefull information om hur dina egna lösningar bör presenteras. Om du är osäker på om tentamenslösningarna verkligen följer normerna i den här skriften så fråga din lärare. Ibland kan det förekomma att lösningen snarare är en ”skiss” för att kort förklara lösningsmetoden för dig.

Ett allmänt råd för dig som har tenterat: Kolla mycket noga upp de kommentarer som görs om dina eventuella fel. Det kan vara viktig information inför framtiden, även om du fick högsta betyg på tentamen. En erfarenhet är tyvärr att just de som kör på en tentamen är sämst på att hämta ut sina rättade lösningar. Kanske tror dessa studenter att resultatet var ren ”otur”? För dem som kör kan avdragen för ”obegripliga lösningar” eller för rent ”matteslarv” göra hela skillnaden mellan underkänd och godkänd, snarare än dåliga fysikkunskaper. Alla sådana brister är relativt lätt avhjälpta med träning, om studenten är medveten om problemen. Överhuvudtaget gäller att tentamen är ett viktigt pedagogiskt moment i en kurs, dvs oavsett hur det går för dig så bör du ha lärt dig något av själva tentamen. Detta gäller förstås också ”gamla tentor”, som du bör studera noga, och inte bara för att kolla rent statistiskt ”vilka tal som brukar komma upp”.

3 Allmänt om tentamensproblem i fysik

Fysikavdelningens målsättning är att alla tentamensproblem ska vara realistiska, typiska och viktiga inom det fysikområde som kursen handlar om. Vi ger aldrig ”kuggfrågor” eller problem som är till för att jäklas med dig, till exempel nita dit dem som inte varit på lektionerna. Syftet med fysikproblem är inte heller att kolla upp om du minns ”fotnoten med undantag längst ned på sidan 135 i kursboken”. Vi ger inte heller ”putslustiga” frågor av typen ”hur stor skulle en atom vara om jorden var liten som en fotboll”. Målsättningen är ju bland annat att du ska ha en chans att själv bedöma om ditt svar är rimligt utifrån de kunskaper som kurser ger.

Om du trots dessa löften sitter på en tentamen och tycker att ett problem är ”olösligt”, så skriv inte ”omöjligt” (eller ”error”) i ditt svar! En rimligare förklaring till ”error” på din räknedosa är att du har löst uppgiften på ett felaktigt sätt, eller gjort något enkelt slarvfel. Om problemet finns kvar efter att du (självkritiskt) har kontrollerat din lösning noga, så kalla på den jourhavande läraren och fråga om det finns något tryckfel e dyl i texten på problemet. Det kan ju ibland inträffa att olyckan är framme, även för oss fysiklärare. Och den jourhavande läraren är till för att hjälpa dig!

Senare i denna skrift får du mer information om just ”orimliga” svar på fysikproblem.

En av orsakerna till att vi delar ut denna skrift är att det tyvärr är rätt ovanligt med ”full poäng” på tentamenstal. De allra flesta som ligger strax ovanför gränsen för betyg 3, når upp till godkänt tack vare ”halvkorrekta” lösningar på varje problem. Det betyder att alltför många fysiktentander når godkänt på fysikkurser utan att de mer än undantagsvis har löst *en enda uppgift* helt korrekt! Det är uppenbart att det inte går att ta med sig en sådan ”vana” ut i yrkeslivet.

Grovt räknat så brukar i snitt 2p av 3p på ett tentamenstal handla om att tentanden har kommit fram till rätt svar, medan 1p har att göra med hur snygg och prydlig lösningen är. Omvänt: Om du presenterar en slarvig och virrig lösning så riskerar du att få högst 2p av 3, oavsett hur korrekt svaret är. Ett exempel är när en lösning bara består av formler och siffror, staplade efter varandra, och utan ett ord av förklaringar, motiveringer eller definitioner.

4 Hur du börjar angripa ett problem

4.1 Läs texten noggrant!

Detta innefattar att du först och främst försöker begripa vad saken gäller, t ex vilken del av kursen det rör sig om. Det är lätt att (av nervositet eller stress) blanda ihop atomer och atomkärnor, gamma- och röntgenstrålning, krafter och moment, hastighet och acceleration, ljus och ljud etc. Innan du rett ut detta i viss detalj så är det svårt att hitta en lösningsmetod.

Varning: Bläddra inte på måfå fram och tillbaks i formelsamlingen tills du råkar hitta någon formel som innehåller ord, begrepp eller symboler som liknar dem i problemtexten. Om förståelsen inte hänger med så landar du lätt helt fel och spårar ur. Här har du stor hjälp av att träna mycket problemlösning i förväg. Då lär du dig hitta rätt sidor, formler och tabeller för olika fysikområden i din formelsamling.

När du har klart för dig vad problemet handlar om så ska du noga notera vad som söks, dvs vad ditt svar ska innehålla.

Varning: Frågorna i ett fysikproblem kan mycket väl ges lite här och där i texten, och vara fler än en.

Exempel: "En anordning består av 'xxx'. Beräkna 'yyy' om det gäller att 'zzz'. Under vilka antaganden gäller teorin bakom din beräkning, och vad skulle hända om det i stället var så att 'www'? Jämför till slut ditt resultat med det experimentella värdet som ges i formelsamlingen. Vad beror eventuella skillnader på?"

Ofta när det finns flera delfrågor så är problemet uppdelat i a, b, c etc, och det anges i så fall hur många poäng som varje del ger. Detta minskar risken att du glömmer någon "bifråga".

En sista koll att du har fattat problemet rätt är att du frågar dig vad meningen är med just detta problem. Om du inte hittar någon vettig mening med problemet så kanske du har fattat det fel. Kanske tycker du att problemet är på tok för lätt (kan lösas med gymnasiekunskaper), eller att det verkar så svårt att det ligger över kursens nivå. I så fall borde det ringa en varningsklocka att du har missat något när du snabbanalyserade problemet.

Samma gäller om du senare upptäcker att det verkar fattas någon viktig faktauppgift i talets text, eller att det tvärtom finns information som du aldrig behöver använda. Om du inte själv klarar ut varför så kan du fråga jourhavande lärare på tentamen.

4.2 Finn en lösningsmetod

Det är här det avgörs om du ska ha en chans på problemet. Om du överhuvudtaget inte hittar någon metod utan är tvungen att chansa på någon ekvation i formelsamlingen, så saknar du de fysikkunskaper som ska testas i just denna uppgift. Det betyder inte att din lösning blir felaktig. Du kan ju ha chansat rätt!

Om du inte är riktigt säker på hur du ska angripa problemet, eller om du tvekar mellan två metoder, så är det vettigt att kolla upp formelsamlingen. Du letar upp de sidor som handlar om det fysikområde som problemet verkar handla om. Använd innehållsförteckningen om du inte redan vet var dessa finns. Slösa inte tid med att bläddra helt på måfå.

Kolla texten i formelsamlingens relevanta kapitel, och beteckningarna i ekvationer och tabeller. I regel, men inte alltid, används samma beteckningar och symboler i tentamensproblem som i formelsamlingen. Dessa behöver inte vara samma som i kursboken. Exempelvis kan en energi kallas E på det ena stället, W på det andra och Q på det tredje.

I baskurserna i fysik (Fysik 1-3) betyder E total energi, K kinetisk energi, U_g gravitationell lägesenergi, U_e elastisk energi och $W_{övr}$ övriga energi- eller arbetsformer, t ex det arbete som utförs av en linkraft.

Sådan är fysiken! Olika delområden av fysiken har nästan blivit egna discipliner eller branscher, och det ingår i en ingenjörsutbildning att lära sig de olika viktiga beteckningar och enhetssystem som finns på marknaden.

4.3 Börja "treva"

Starta lösningen med att fundera kort på vilket svar du grovt sett förväntar dig. Alltså om det blir något stort eller smått. Om det handlar om något "abstrakt" av typen mobilitet eller kapacitivitet så kan det vara svårt att inse om svaret kommer att bli $0,000001$ eller 10 miljoner. Men om det är något konkret som massa, tid eller längd så kan det vara enklare att uppskatta ungefärlig storleksordning. Denna analys är mycket enklare om du skaffat dig kunskaper om just "stort och smått" i fysiken. Du bör t ex veta att längder i "atomfysiken" rör sig om Å eller nm, och i atomkärnor om fm, att ljushastigheten är ca 300.000 km/s och att vanligt ljus har våglängder på några tusen Å. Eller att energier är eV - keV i atomer, MeV i atomkärnor, och att effekter är MW i stora energianläggningar. Du bör också veta att radioaktivitet i fysikuppgifter och på labbarna handlar om $10 - 10.000$ Bq, inte $0,0000001$ Bq eller 10.000.000.000 Bq.

När du har bestämt dig för en viss lösningsmetod och eventuellt gissat grovt hur stort svaret ska bli, så kan du offra $10 - 15$ minuter på att kolla att alla ekvationer och siffror faller på plats, och hamra på räknedosan för att se om du kan få fram ett siffermässigt svar på uppgiften. Därefter är det dags att noggrant och steg för steg sätta ihop din fullständiga lösning på papperet.

5 Hur du sätter ihop din slutliga lösning

5.1 Den övergripande målsättningen

Målsättningen är förstås att du ska lösa talet helt korrekt, men också tydligt.

Det är viktigt att din lösning är begriplig för omvärlden. Du bör alltså ha inställningen att du löser en uppgift i syfte att informera ”världen” om hur du har gjort, och hur resten av mänskligheten borde lösa motsvarande uppgifter. Om det rör sig om uppgifter som är examination inom en kurs, så är syftet också att övertyga oss lärare att du begriper vad du håller på med, och att du inte bara har ”fotografiskt” minne av hur man löser typtal, eller ”chansar”.

Ha därför följande som regel i framtiden:

Varje steg i din lösning måste kunna förstås av en läsare som läst samma kurs, men som själv aldrig har försökt lösa problemet. Läsaren ska inte en enda gång behöva fråga dig vad du menar med de olika stegen, ekvationerna, siffrorna eller logiken i lösningen.

En annan formulering är: Lösningen måste vara så tydlig att varje steg och beräkning i den ska kunna göras om och kontrolleras utan att läsaren ska behöva gissa vad du menar, eller fråga dig om det.

Sammanfattningsvis ska alltså din lösning på ett fysikproblem vara

KORREKT och **TYDLIG**

5.2 Hur du når dit

5.2.1 Skriv lösningen i logisk följd

Din lösning ska kunna läsas rakt upp och ner, som texten i en bok. Läsarens ska inte behöva plocka ihop din lösning som ett pussel, där viktiga uppgifter är spridda över sidorna. Om du absolut måste lägga viktig information i ett Appendix, så ska detta klart angivas på de ställen där denna information används, och på slutet ska det också finnas ett Appendix med samma namn eller nummer som i referensen.

Använd helst inte ”faktarutor” på andra ställen än där de används, med ramar e dyl omkring, eller kanske pilar som visar hur läsaren ska hoppa från det ena stället till det andra för att förstå din lösning. Om detta är nödvändigt av något skäl, så måste du göra det solklart för läsaren hur lösningen ska följas. Det kan ju t ex hända att du behöver använda en uppsättning definitioner eller mätvärden på fler ställen än ett, och då kan en liten tabell eller faktaruta vara på sin plats. Samma gäller om du vill illustrera din lösning med en figur. Den behöver du förstås inte upprepa på flera ställen.

Kom ihåg att om en information inte begrips av en läsare så är det nästan alltid författarens fel. Vi lärare får ofta höra argument av typen ”det fattar du väl att jag menade så här, fast jag skrev så där”. Men om läsaren måste fundera på vad du menar ”i stället för” det som du skrev så är lösningen inte tillfredsställande.

5.2.2 Motivera/förklara all ”fysik” i lösningen

Alla fysikaliska argument eller ekvationer måste motiveras eller åtminstone ges en kort ”rubrik”.

Exempel: ”Kraftjämvikt ger: $A = B$.” ”Braggs lag: $2d \sin\theta = m\lambda$.” ”Antalet atomer i provet ges av: $N = M/(Au)$.” Efter dina motiveringar i ord skriver du alltså upp de allmänna ekvationer, eller naturlagar, som du tänker stoppa in siffror i senare i lösningen.

Du bör även berätta kort för läsaren vilken lösningsmetod du tänker använda, dvs inte bara vilken lista av ekvationer du tänker lösa.

Exempel: ”Jag frilägger trissan T i figuren och räknar momentjämvikt på dess mittpunkt.” ”Fotoelektriska lagen används för att lösa ut våglängden.” ”Jag beräknar aktiviteten i provet med hjälp av sönderfallslagen.”

Du behöver inte motivera ”matematik” som du använder, t ex ”5x = 1, som jag sen dividerar med 5 i båda leden och får x = 1/5”.

Det är tyvärr *mycket* vanligt att tentamenslösningar helt saknar motiveringar. Kanske kan studenten inte motivera sin lösning, utan minns bara att ”det var så läraren gjorde på lektionen”. Avsaknad av motiveringar i lösningen ger poängavdrag på tentamen.

5.2.3 Definiera alla beteckningar och storheter

Alla symboler som du använder ska definieras strax före eller strax efter det att du använder dem första gången. Eventuellt kan du göra detta för alla storheter i en ”faktaruta”, eller flera små sådana i anslutning till de ekvationer där de dyker upp.

Undantag 1: När redan problemtexten definierar en storhet, t ex ”beräkna värdet på kraften F i figuren”.

Undantag 2: Värdena på naturkonstanter, t ex ljushastigheten c, eller Plancks konstanter h och $\hbar$, samt mätdata. Där kan du hänvisa till var du hittade dem, t ex i formelsamlingen eller problemtexten. Men du ska förstås skriva upp dessa värden i din lösning innan du använder dem, typ ”$c = 2,998 \times 10^8$ m/s”. Siffervärdet ska inte bara dyka upp plötsligt mitt inne i en uträkning (vilket är vanligt just när det gäller ljushastigheten c).

5.2.4 Använd standardbeteckningar

Dåliga lösningar innehåller ofta ett virrvarr av storheter, som antingen är helt odefinierade eller där studenten använder en uppsättning hemsnickrade beteckningar, ibland till och med för välkända naturkonstanter (typ "ljushastigheten v"). Förutom att det är förvirrande så ger det intrycket att studenten inte inhämtat tillräckligt med kunskaper i kursen. Enligt studiehandbokens målsättningar för alla kurser vid LTU, så ingår det att lära sig viktiga begrepp inom ämnesområdet. Där ingår standardbeteckningarna.

Använd alltså beteckningar med m eller M för massor, E, K, U, W eller Q för olika sorters energier, arbete eller värme etc, och sätt dit index om det finns flera att välja mellan, t ex för kropp 1 och 2.

Exempel 1: Massan M_U av uran i provet ges av: $M_U = 0,001$ kg. Inte: Massan $U = 0,001$ kg. Eller ännu värre: $U = 0,001$ kg.

Exempel 2: Förhållandet mellan massorna av U-235 och U-238 ges av: $M_{235}/M_{238} = 0,75$ Inte: $235/238 = 0,75$.

Se upp med att det ibland är en och samma standardbeteckning för helt olika storheter i fysiken.

Exempel: A används för både atomtal, (radio)aktivitet och area, V kan betyda både volym och elektrisk spänning, E kan betyda både energi och elektrisk fältstyrka och λ kan stå för både våglängd och sönderfallskonstanten.

Det inträffar ibland att flera sådana storheter kan dyka upp i ett och samma problem, t ex radioaktiviteten "A" på marken per kvm efter ett nedfall av radioaktiva utsläpp, av en isotop med masstal "A" över arean "A". Då gäller det att klart definiera "rätt" storheter och att inte blanda ihop dem i formler och ekvationer.

5.2.5 Använd figurer

Ett utmärkt sätt att definiera storheter och förklara delmoment för läsaren är att använda prydliga figurer, med viktiga storheter inritade och angivna med de symboler du väljer. Då behöver du inte skriva så mycket text.

Ibland är figurer absolut nödvändiga för att du själv ska kunna lösa problemet, t ex ett kopplingsschema för en elektrisk krets, eller ett par koordinatsystem för att reda ut begreppen i relativitetsteori.

Inom mekanikområdet är figurer helt oumbärliga för att ange vilka krafter som verkar var någonstans, och hur de är riktade. Det kan då också vara nödvändigt att lägga in ett koordinatsystem för att det ska vara tydligt vad du menar med x- och y-komponenter av krafterna, om du behöver räkna ut dem, eller om du vill visa i vilken riktning något rör sig. Om du senare vill frilägga någon del av ditt system, så ritar du en ny figur med bara detta delsystem, och de krafter som verkar på det. Använd absolut inte den krångligare ursprungsfiguren för detta, eftersom det då blir plottrigt och oklart vilken kraft som verkar på vad.

Det är tyvärr mycket vanligt att tentander struntar i att frilägga delsystem i mekanikuppgifter, och därför räknar fel. Det leder ofta till att någon viktig kraft glöms bort eller anges med fel tecken.

Figurer med koordinatsystem och vinklar är användbara inom många fysikområden, t ex sådana som handlar om utsändande (emission) och mottagande (absorption) av ljus och annan strålning, kanske vid Braggspridning mot ett kristallint material, eller vid belysning av en yta.

Men även triviala saker som att berätta att radien i en cirkel kallas för R, kan med fördel göras med en enkel figur. Eller när ett avstånd ska beräknas, t ex med hjälp av Pythagoras' sats.

När en figur innehåller en triangel där man senare ska beräkna vinklar och längder, så underlättar det att rita den med rejält olika vinklar (om dessa inte redan är givna). Tyvärr verkar det frestande att alltid rita nästan liksidiga trianglar (även i kursböcker). Då kan man lätt blanda ihop vinklar och komplementvinklar, vilket kan leda till att man använder cos och sin på ett felaktigt sätt.

Du bör också lära dig att tolka formelsamlingens figurer på rätt sätt. Det är lätt att blanda ihop formler för area, volym, tröghetsmoment mm för ”runda” kroppar, om man inte kollar upp noga om figuren visar en cirkelperiferi, en cirkelskiva, en sfär eller ett cylindriskt rör.

5.2.6 Skriv först upp en ekvation på allmän form

När du ska använda en viss ekvation, så ska du först skriva upp den på den form som finns i formelsamlingen. Därefter definierar du ingående storheter, och skriver upp vilka siffervärden du ger dessa, inklusive rätta enheter på dem. Det bör också framgå varifrån du tagit dessa siffervärden. Oftast är det från formelsamlingen och från problemtexten. Om formelsamlingen är Physics Handbook, så räcker det om du skriver ”(PH)” efter det använda siffervärdet, resp ”(givet)” om du tar ett värde från problemtexten. I hemuppgifter kan du behöva ta värden från andra källor, t ex nätet, någon avancerad tabellsamling eller vetenskapliga artiklar. I så fall anger du dessa källor så noggrant du kan.

Exempel: ”Beräkna kraften som får en kropp med massan $2,00$ kg att accelerera med $1,23$ m/s^2.” Lösning: Kraften F ges av Newtons ekvation

$F = ma$, där massan $m = 2,00$ kg (givet) och accelerationen $a = 1,23$ m/s^2 (givet). Detta ger $F = 2,00 \times 1,23 = 2,46$ N. Svar: Kraften är $2,46$ N. Skriv inte bara ”Kraften $= 2,00 \times 1,23 = 2,46$ N”.

Det kan också hända att ekvationen har en viktig begränsning. Då bör du även ange den.

Exempel: Vissa approximativa formler inom relativitetsteorin har ibland kravet $v << c$, och ibland $v \approx c$, beroende på om det är ”icke-relativistiska” eller ”extrem-relativistiska” gränsfall.

5.2.7 Sätt in siffervärdena och räkna ut svaret

Du börjar med att skriva om, eller fortsätta, din ekvation, men nu med siffervärden insatta på samma ställen som ekvationens symboler (som i det enkla exemplet med F ovan). På så sätt kan läsaren se att du har satt in alla siffervärden på rätta ställen.

Först därefter räknar du ut allt på din räknedosa. Om beräkningen går ut på att multiplicera och dividera en massa ”krångliga” tal med varandra så behöver du inte skriva upp delresultat, dvs om du inte själv tycker att det underlättar för dig. Det finns oftast ingen anledning att skriva t ex ”Kvoten $= 64/32 = 32/16 = 16/8 = 8/4 = 4/2 = 2$”, om inte du själv känner dig osäker på matematiken eller på din räknedosa.

Många lösningar kräver att man löser fler än en ekvation. I regel räknar man fram resultatet av en, och stoppar in i nästa. En intressant fråga är då om man verkligen ska räkna fram delresultat. Kanske är det smartare att stoppa in den algebraiska lösningen i nästa ekvation, och vänta med beräkningen tills man har ett totalt algebraiskt uttryck på det som ska bli svaret på uppgiften.

Detta bestämmer du själv! Ibland är det bra att se vilka siffror det blir för ett delresultat. Då kan du kolla om du är på rätt väg, och om delresultatet ser rimligt ut. Det kan också hända att redan den första ekvationen är så krånglig att du måste lösa den på räknedosan i stället för algebraiskt.

Exempel: Tredjegradsekvationer (som dock inte dyker upp i baskurserna i fysik).

Men ofta är det smart att ha ett totaluttryck på slutet, innan du börjar räkna ut svaret. Det händer att lösningen som av ett mirakel blir enklare till slut, t ex om en del storheter ”tar ut varandra”, t ex via subtraktion eller division. Det lönar sig att träna på att se sådana förenklingar i beräkningarna. På tentor händer det att studenter låter enkla uttryck att typen ”$5a - 3a$” hänga kvar rad efter rad innan de inser att det blir $2a$.

Den största fördelen med ett totaluttryck är att det är lättare att kolla en formel än en siffra. En formel ger t ex möjlighet att kolla att "enheten" är rätt. Detta kallas dimensionsanalys och är ett viktigt hjälpmedel i fysiken. Mer om detta får du lära dig i baskursernas moment i "experimentell metodik".

Exempel: Om din slutformel skulle bli att kraften "$F = mv$", så ser du direkt att det är fel enhet på kraften, och förstår att du har gjort fel någonstans. Ett siffersvar, t ex $9,81$, ger inte alls denna information.

I ett slututtryck har du också en chans att "testa" formeln i några olika gränser, t ex då någon storhet växer mot oändligheten eller krymper mot noll.

Exempel: Om du har fått att en kropp som rör sig får en energi där massan dyker upp i nämnaren, så är svaret uppenbart fel. Energin kan inte bli oändlig när en kropp har mycket liten massa.

5.2.8 Lär känna din räknedosa!

Tyvärr så orsakas en stor del (ca 20%) av felen på fysiktentor av rena mattefel - mer eller mindre triviala. Typ: $5x = 1 \Rightarrow x = 5$. I värsta fall leder ett trivialt räknefel till att svaret blir fysikaliskt orimligt, och då ses felet som extra allvarligt. Egentligen är det tursamt om ett fel leder till ett orimligt svar, för då borde man ju lätt inse att det finns ett fel i lösningen.

Påfallande många mattefel beror på felaktig hantering av räknedosan. Här är några vanliga exempel:

(i) Vinklar brukar vara förinställda på räknedosan som antingen grader ("deg"), radianer ("rad") eller "nygrader" ("grad"). I fysikproblem ges nästan alltid vinklar i vanliga grader, dvs "degrees" på engelska, t ex 20^o. Om räknedosan är felinställd när man knappar in ett givet gradtal så kan displayens resultat bli hur fel som helst. Rätt ofta blir sin eller cos med fel tecken (och siffror), vilket kan spilla över i slutresultatet i form av "negativa våglängder" eller "negativa rörelseenergier", vilka båda är ofysikaliska = orimliga.

(ii) I fysiken är tal ofta väldigt stora eller väldigt små. Detta betyder att man ofta måste använda räknedosans "exp"-knapp. När exponenten är negativ är det enkelt att glömma knappen +/- och då blir svaret ibland fel med faktorer upp mot 10^{68}, och därmed klart orimligt.

(iii) När uttryck är krångliga så måste man ibland använda en följd av parenteser på räknedosan. Då är det lätt att glömma en eller flera "högerparenteser". Detta gäller även i skriven text, och till och med i vetenskapliga publikationer. I fysiken dyker det upp ekvationer av typen $E = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2}$. Här är det lätt att glömma både den sista kvadraten och den sista parentesen runt kvadratroten. Om du är osäker på sådana uttryck så försök arbeta stegvis genom att trycka på "=" ett antal gånger, så att du får ut delresultat. Detta är ofta bättre än att sätta in en följd av parenteser. När du exempelvis drar kvadratroten ur ovanstående uttryck för att få fram värdet på E, så gör det med ett "=" följt av "roten ur", på slutet efter att du har beräknat det som finns innanför rottecknet, inte med hjälp av en massa parenteser redan från början.

(iv) Division är ofta orsak till felknappning. När du stöter på uttryck av typen $1 \times 2 \times 3/(4 \times 5 \times 6)$ så löser du dem enklast som $1 \times 2 \times 3/4/5/6$, inte med parentes. Och absolut inte som $1 \times 2 \times 3/4 \times 5 \times 6$. Tänk också på att $(2/2)/2$ inte är samma som $2/(2/2)$! Uttrycket $2/2/2$ är alltså inte definierat i matematisk mening, även om det kan användas som beskrivning av hur man knappar på räknedosan.

(v) Triviala ekvationer är ofta lättast att lösa i huvudet. Skriv alltså inte in ekvationen "$5x = 1$" på räknedosan och tryck på "solve", utan inse direkt att $x = 1/5 = 0,2$. Då spar du i vilket fall tid, och minskar risken för "feltryck" på räknedosan.

(vi) "Error" på displayen betyder antingen att du har gjort något fel, eller på att ditt tal blev för stort eller för litet för räknedosan. Ett enkelt exempel på det senare är e^{-235} som kan ge "error" eller "0" eller annan konstig text på displayen. Detta betyder inte att problemet är "omöjligt" eller "olösligt". Du kan ju skriva om detta tal på standardform med tiopotens: $e^{-235} = 10^{-235 \log e} = 10^{-102,059..} = 10^{0,059..} \times 10^{-102} = 1,146.. \times 10^{-102}$.

(vii) Räknedosan har ingen aning om vilka enheter du använder. Det kommer inte att dyka upp "m" eller "kg" i fönstret på slutet. Du måste alltså själv hålla reda på vilken enhet ditt svar och dina delresultat har. Mer om detta senare.

Det är inte en förmildrande omständighet för en felaktig lösning att en räknedosa "bär sig konstigt åt", eller visar "error" i displayen! Och det är inte säkert att det kommer att betraktas bara som "enkelt slarvfel" när du råkar trycka på fel knapp på dosan och får fel svar. Det beror på hur "mycket fel" det blir. Om du får "error" eller eller något lika konstigt på räknedosan, så skriv inte Svar: "error", eventuellt med någon kommentar om att det är något konstigt i talet. Gå i stället tillbaks i din lösning och hitta felet som du gjort! Det handlar ofta om något trivialt mattefel i slutet av lösningen.

5.2.9 Hur noggrant ska du räkna och svara?

En viktig del av svaret på ett fysikproblem är hur noggrant det anges. Generellt sett krävs alltid i vetenskapliga och tekniska sammanhang att man kompletterar ett påstående med att själv ange hur noggrant det är. Detta gäller även vanligt talspråk, typ ”jag är nästan säker på att ...”.

Ett vetenskapligt sätt att uttrycka noggrannhet är att tala om mellan vilka värden svaret ”troligen” ligger. Det brukar man göra ungefär så här: ”hastigheten är 53 ± 3 km/h”. Det betyder rent vetenskapligt att man tar hänsyn till alla tänkbara (mer eller mindre slumpmässiga) felkällor i ingångsvärden, mätmetoden och analysmetoden, och anger de gränser som ett korrekt värde ligger inom med en sannolikhet på ca 65%. Detta under förutsättning att ”slumpens lagar” gäller i statistisk mening. Talet efter $\pm$ brukar kallas ”standardavvikelsen”. Mer om detta får du lära i baskursen i matematisk statistik.

Ett möjligt sätt att uppskatta svarets ”felgränser” är att räkna ut ”tre olika svar”. Först med givna siffror insatta i alla formler. Därefter med de maximalt eller minimalt möjliga värdena på dessa, på så sätt att man får största och minsta möjliga svar.

Ett enkelt exempel från talet med F ovan: massan $m = 2,00$ kg, kan i princip vara från $1,995$ till $2,005$ kg, och accelerationen a kan vara från $1,225$ till $1,235$ m/s^2. Kraften F kan därför ligga mellan $2,444$ och $2,476$ N. Ett vetenskapligt korrekt svar är därför $F = 2,46 \pm 0,02$ N. Egentligen kan man skriva $2,460 \pm 0,016$ N, men om man vill hålla sig till tre värdesiffror så ska man välja dessa så att felgränserna ”överskattas” hellre än underskattas. Då är man säkrare på att korrekt svar verkligen ligger inom de angivna gränserna.

I fysik på grundutbildningsnivå behövs nästan aldrig en så noggrann analys. Det räcker med att ange ett svar med ett korrekt antal ”värdesiffror” (kallas även ”antal korrekta siffror”). Regeln är att man ska svara med den maximala noggrannhet som ingångsvärdena ger möjlighet till. Denna (o)noggrannhet ges i regel av det sämst kända ingångsvärdet.

Huvudregeln är därför att ange svaret med så många korrekta siffror som hos ingångsvärdena, alternativt det ingångsvärde som har minst antal värdesiffror.

Exempel: Talet ovan, men med $m = 2,0$ kg och $a = 1,23$ m/s^2. Då blir svaret $F = 2,5$ N (= två värdesiffror efter det sämst kända värdet $2,0$).

OBS: Värdesiffror är *inte* alltid samma som antalet decimaler.

Exempel: Talet ovan med massan $0,99$ kg, som fortfarande bara är två värdesiffror (nollan i början är ingen värdesiffra). Svar: $F = 1,2$ N, inte

$1,22$ N, eftersom detta tal har tre värdesiffror (= för noggrant).

Nollor i slutet av ett tal är dock värdesiffror, även om det slarvas med detta ibland i fysiklitteraturen. Om inget annat sägs så är därför talet 1000 angivet med 4 värdesiffror, dvs ligger mellan $999,5$ och $1000,5$. Om man vill berätta att talet 1000 är ungefärligt så kan man skriva t ex $1,00 \times 10^3$, $1,0 \times 10^3$ eller 1×10^3, beroende på antal värdesiffror. Talet 10^3 (utan faktor framför) har egentligen "inga värdesiffror alls", dvs kan ligga mellan 500 och 5000, och är därför ett dåligt sätt att skriva talet 1000.

På motsvarande sätt bör du själv skriva vid behov, för att markera verklig noggrannhet i dina svar.

Exempel: Du har fått radioaktiviteten 12756 Bq med hjälp av din räknedosa, men givna värden har bara 3 värdesiffrors noggrannhet. Då skriver du Svar: $1,28 \times 10^4$ Bq, eller kortare Svar: $12,8$ kBq (1 kilo-Bq = 1000 Bq). Skriv *inte* Svar: 12800 Bq. Överdriv inte heller det där med tiopotenser om det inte behövs.

Exempel: Skriv inte $1,28 \times 10^1$, utan $12,8$.

Ett *mycket* vanligt fel på tentor är att studenter skriver av alla siffror de ser i räknedosans display, och svarar med 10-12 värdesiffror, när givna värden kanske har 2-3 värdesiffror. Detta leder till avdrag vid rättning, med motiveringen "alltför noggrant svar".

Svar med en värdesiffra för mycket eller för lite i ett tentaproblem accepteras i regel utan avdrag, såvida det inte på något sätt blir ett följdfel av detta. Ett exempel är om resultatet ska illustrera någon liten förändring av någon storhet, och en för häftig avrundning innebär att det inte blir någon skillnad alls.

Exempel: Hur mycket åldras en person som varit ute i en rymdfarkost med hastigheten $0,1c$ under tiden som 20 år har gått på jorden? Svar: $19,8997... \approx 20$ år. Där missar man hela poängen med talet på grund av en alltför grov avrundning. Trots att given storhet har bara en värdesiffra $(0,1)$ så blir svaret noggrannare än så, och det krävs också för att svaret ska bli vettigt. Bättre Svar: ca $19,9$ år.

Det finns några fall där man får vara extra försiktig med hur man tar hänsyn till noggrannheten i givna värden:

(i) Om given siffra är "principiellt exakt", som till exempel om frågan är hur mycket radioaktivitet ett kilo renkött har om man mätt upp ett visst värde för t ex 525 gram. Där är siffran "1 kg" att betrakta som exakt, och inte som vilken siffra som helst med bara en värdesiffras noggrannhet. Eller: "Om en person gräver $4,6$ m dike per dag, hur många gräver då två personer". Antal personer är "exakt", så svaret blir $9,2$ m inte 9 m.

(ii) Om en given siffra kommer in på ett krångligare sätt än bara via multiplikation eller division, så kan noggrannheten påverkas på ett annat sätt än bara via antal värdesiffror.

Exempel: Många formler inom relativitetsteorin är "icke-linjära". Om man t ex ska räkna ut hastigheten för en partikel med hög rörelseenergi, så kan en noggrannhet på bara en värdesiffra hos energin ("1 TeV") ge en noggrannhet på $7-10$ värdesiffror i svaret ("$0,99999999...c$"). Här hade det varit korrekt att ange alla siffror inklusive den första "icke-nian", men inte fler.

(iii) Ibland leder principen "lika många värdesiffror ut som in" till felaktigt svar. Ett exempel är att det vore ett grovt fel att avrunda svaret i pkt (ii) till "$1c$", eftersom en kropp aldrig kan röra sig med ljushastigheten. Hela vitsen med talet är att beräkna hur nära c man kommer.

(iv) Om en given siffra inte används alls, eller bara kommer in i någon liten korrektionsterm, så spelar dess noggrannhet inte så stor roll som om svaret blir direkt proportionellt mot siffran.

(v) Om en beräkning innebär att man ska ta skillnaden mellan två stora tal så kan noggrannhet i svaret bli avsevärt mycket sämre än hos de två talen vart för sig.

Exempel: Vad är skillnaden i massa mellan två personer som väger $85,6$ och $85,4$ kg? Svar: $0,2$ kg (inte $0,200$ kg).

(vi) Om uppgiften går ut på att beräkna en övre eller undre gräns för att något ska inträffa, så kanske man behöver "avrunda åt fel håll" för att vara säker på att ligga på rätt sida om kravet.

Exempel: "Om en person gräver $4,6$ m dike per dag, hur många personer krävs för att gräva 10 m på en dag?". Svar: 3 personer (inte $2,2$, eller avrundat till 2).

En annan fråga om noggrannhet är hur noggrant man ska *räkna* när man löser problemet. Det gäller ju att bevara den noggrannhet som finns i givna värden, och inte "förstöra" den på vägen fram till svaret.

En god regel är att räkna med minst två "extra" värdesiffror hela tiden. När det gäller naturkonstanter, typ värdet på c, så är de i regel givna med stor noggrannhet i formelsamlingen, och ibland finns de till och med inprogrammerade i räknedosan. Det är oftast inte nödvändigt att ta med alla dessa siffror, $4-5$ st brukar räcka. Risken att knappa in fel ökar ju för tal med $10-12$ värdesiffror, och om man tröttar ut sig med många värdesiffror så kanske man missar tiopotensen i slutet av värdet. Dessutom tar det tid att trycka in alla formelsamlingens siffror varje gång de används.

Målet är alltid att siffrorna i svaret ska vara *korrekta* och så noggranna som möjligt, oavsett hur många värdesiffror det handlar om.

Ett alltför vanligt sätt att förstöra noggrannheten och korrektheten i svaret är att avrunda ett delresultat för mycket, och sen ”återinföra” fler siffror mot slutet. Dessa blir då felaktiga.

Exempel: ”Beräkna $3,159 \times 3,159 \times 3,140$.” Om man startar med $3,159 \times 3,159 = 9,979281 \approx 10$, och sen tar $10 \times 3,140 = 31,40$, så blir svaret fel. Rätt svar är $31,33$.

En vanlig orsak till små fel i svaret är när studenten lär sig vissa siffror ”utantill”, t ex värdena ”$\pi = 3,14$” och ljushastigheten ”$c = 3 \times 10^8$ m/s”. Ofta krävs högre noggrannhet, t ex $3,1416$ och $2,998 \times 10^8$.

Om man vill tala om i lösningen att man räknar med ”tillräckligt” många värdesiffror så kan man ange det i delresultaten med prickar: $c = 2,998... \times 10^8$ m/s. Då behöver man inte skriva ut alla siffror. Gäller dock ej i svaret. Där ska det vara tydligt hur noggrant man tror att det ska vara. Svaret ska vare sig ha ”prickar” eller för många eller för få siffror.

5.2.10 Skriv enheter på använda storheter

De allra flesta uppgifter (”storheter”) i ett fysikproblem består av ett värde i form av siffror och en enhet. Båda är lika viktiga! En borttappad eller felaktig enhet i ett tentasvar ger poängavdrag. Om du ”konsekvent” undviker enheter (eller har fel enheter) även i dina delresultat så kan du drabbas av liknande avdrag.

Du behöver däremot inte ange enheter i varje led i en uträkning, typ ”$v = 2\text{m}/5\text{s} = 0,4$ m/s”. Skriv ”$v = 2/5 = 0,4$ m/s”. Undantag: Om du byter enheter mitt i en uträkning.

Exempel: Avståndet = 1 mile = 1,609 km. Eller $t = 1$ år $\approx 3,156 \times 10^7$ s.

Ibland är enheter i fysiken rätt abstrakta och ”intetsägande” för den som inte känner till dem, typ Bq för radioaktivitet, Ω för elektrisk resistans och Hz för frekvens. Ibland är de mer lättbegripliga, som kg, m och s. Fysikkurserna har som målsättning att du ska lära dig viktiga enheter och enhetssystem i kursernas delområden, och det förutsätts att du behärskar detta på tentamen.

Om du räknar fram ett svar där du inte vet vilken enhet som ska användas för den sökta storheten, så kan det hjälpa om du bevarar ”formlerna” ända fram till slutresultatet. Då kan du sätta in kända enheter på alla ingående faktorer och ”räkna” fram rätt enhet för svaret.

Ditt svar bör dock anges i vanliga enheter, och inte i krångligare.

Exempel: Kraften $F = 5$ N. Inte ”$F = 5$ kg m/s^2”, som du får om du utgår från formeln $F = ma$ och kommer fram till att m är i kg och a i m/s^2. Eller ”resistansen = 5 V/A”, när du menar 5 Ω (ohm).

En del enheter verkar svårare än andra att komma ihåg. Ett exempel är radioaktivitet, där standard är Bq ("becquerel"). 1 Bq betyder "ett radioaktivt sönderfall per sekund". Det är alltså fel att skriva "Bq/s" eftersom "per sekund" redan är inbakat i Bq. Däremot förekommer Bq ofta i kombinationerna Bq/kg eller Bq/m^2. På samma sätt betyder 1 Hz "en svängning per sekund", och har enheten 1/s. Enheten Hz kan även användas för vad som helst som sker regelbundet "per sekund", inte bara sinusformade svängningar. Lägg märke till att Bq och Hz har samma enhet (1/s), men Bq används bara om radioaktiva sönderfall, och inte för annat som sönderfaller, t ex Sovjetunionen.

En "frekvensstorhet" som ofta felaktigt anges utan enhet, eller med fel enhet, är sönderfallskonstanten λ som förekommer i sönderfallslagen för radioaktiva sönderfall. Den har enheten 1/s, men även enheten 1/år används med fördel, beroende på vad som är lämpligast. Påfallande många tentander tror att sönderfallskonstanten λ är en våglängd, och ger den felaktigt enheten m (meter), eller glömmer helt bort enheten. Detta leder påfallande ofta till fel svar, eftersom siffervärdet på λ kanske blir i enheten 1/år, vilket kan behöva omvandlas till 1/s för att aktiviteten ska bli i Bq, som ju alltid har enheten 1/s. Ett sådant misstag ger ett fel i svaret med en faktor på flera miljoner, vilket oftast gör svaret orimligt.

Inom fysiken förekommer ofta andra enheter än dem som kallas SI-enheter, och som bygger på grundenheterna m, kg och s, plus några till. Dessa enheter är till för att *underlätta* beräkningarna, inte för att krångla till tentamenstal. Bakgrunden är att fysiken ofta har så stora eller små tal att det blir jobbigt att alltid släpa med en massa tiopotenser i beräkningarna.

Stora tiopotenser har två nackdelar: (i) Det är lätt att knappa fel på räknedosan; (ii) det är svårt att bedöma om ett resultat är rimligt.

Därför införs ibland enheter som ska ge "lagom" stora resultat. Detta är inget konstigt. Motsvarande förenklingar används nästan dagligen av alla människor.

Exempel: Vi använder sällan sekunder vid tidsangivelser. Det är vanligare med sekler, år, månader, veckor, dagar, timmar och minuter när vi pratar om tid. Begreppet hästkraft dominerar fortfarande i bilbranschen, kalorier inom kostbranschen, miles och fot inom flyget och nautiska mil ("sjömil") och famnar inom sjöfarten.

Inom fysiken är det framför allt energienheten eV (elektronvolt) som förvirrar många studenter. Den är till för att ge rimliga siffror att räkna på. Den underlättar också vissa beräkningar, eftersom den definieras som det tillskott i rörelseenergi en enhetsladdning får av potentialskillnaden 1 V. Därför blir det enkelt att beräkna energi och hastighet hos accelererade laddningar. Exempelvis accelereras elektronerna i en vanlig TV till en rörelseenergi på ca 30 keV eftersom bildröret har en spänning på ca 30 kV.

Du bör utnyttja elegansen och förenklingen med fysikens "specialenheter" och *inte* omedelbart omvandla allt till SI-enheter. Dessutom ska du svara i det enhetssystem som anges i givna uppgifter (om inte annat sägs i problemformuleringen).

Exempel: "Hur stor rörelseenergi har två elektroner tillsammans i TV-röret?" Svar: 60 keV, inte 2×30 keV $= 2 \times 30000 \times 1,602 \times 10^{-19}$ J $= 9,61 \times 10^{-15}$ J. En sådan lösning är onödigt klumpig även om man till slut skulle omvandla svaret tillbaks till keV.

I formelsamlingen finns ofta värden på viktiga naturkonstanter angivna även i enheter som är särskilt lämpade att använda då energin anges i eV.

Ett annat vanligt exempel är att använda andra tidsenheter än sekund då man räknar på radioaktiva sönderfall. I sönderfallslagen finns utryck av typen $t/T_{1/2}$, där t är den tid som söks i ett problem, och $T_{1/2}$ är ett ämnes "halveringstid". För långlivade ämnen anger formelsamlingen $T_{1/2}$ i enheten år (a), eller till och med i miljarder år (Ga). Om ett värde på t söks, t ex den tid det tar för 90% av ämnet att sönderfalla, så finns ingen som helst anledning att omvandla $T_{1/2}$ till sekunder. Om enheten år används så blir värdet på t också i år. Det gör ingen skillnad i räkningarna eftersom värdet på $t/T_{1/2}$ blir detsamma oavsett enheten för tid. Att genomföra beräkningen 1 år $= 365,24 \times 24 \times 3600$ s tar en massa tid och ökar risken för slarvfel. Om däremot aktiviteten efterfrågas i samma problem så måste man förr eller senare gå över till enheten sekund, eftersom aktivitet alltid anges i Bq, som är kopplat till sekund. Här ska också nämnas att alltför många tentander tror att det går 60 sekunder på en timma, eller glömmer bort siffran "24" i omvandlingen mellan år och sekunder.

En "enhet" som ibland ställer till problem är "procent", trots att den har den enkla definitionen $1\% = 0,01$. Men när en given uppgift är, t ex, $0,00117\%$ så är det lätt att göra fel på "antal nollor" när man ska omvandla till ett vanligt tal, och till och med flytta decimalkommat åt fel håll. Påståenden av typen "$0,00117\% = 0,117$" är alltså inte så ovanliga i tentamentslösningar eller laborationsrapporter.

Slutligen några detaljer om skrivsätt: Det ska vara mellanslag mellan siffervärde och enhet, t ex 3 km, inte 3km. Detta gäller även enheten "grader Celsius" (^{o}C): 10 ^{o}C, inte 10^{o}C, eller 10^o C. Däremot ska det inte vara något mellanslag mellan siffra och "procent", eftersom procent inte är en enhet utan "tillhör talet": 10%, inte 10 %.

5.2.11 Skriv läsligt och begripligt!

Om du skriver så otydligt att läsaren inte kan tolka dina siffror, tecken eller bokstäver, så riskerar du att dessa delar av din lösning betraktas som felaktiga, eller som om de inte finns med överhuvudtaget.

Det spelar ingen roll att "läsaren borde fatta att du menar $\pi = 3,14159$" när du skriver något som ser ut som $\aleph = \Im, \jmath 41 \pounds \S$. Det är inte vad du "egentligen menar" som är din tentalösning, utan vad som faktiskt står på ditt papper.

Om du skriver på en dator, t ex för en hemuppgift, så är det ingen ursäkt att datorn "inte klarar formler". Du ska *inte* skriva t ex 3*10 $\wedge$ -34 m$\wedge$2 om du menar 3×10^{-34} m^2. Du måste då antingen lära dig hur man skriver sådant på datorn, eller skriva in uttrycken för hand.

Det kan också betraktas som "oläsligt" om du hänvisar till långa utskrifter från Maple e dyl i ett bifogat Appendix. En läsare ska inte behöva vara expert på Maple eller Matlab för att förstå din lösning.

Slutligen bör du använda korrekt svenska i din lösning, inte en massa svengelska särskrivningar eller stav- och slarvfel.

Exempel: Skriv *de* och *dem*, inte dom; *vårt* och *ert*, inte vårat och erat; *tunt*, inte tunnt; *bedöma*, inte bedömma; *noggrant*, inte noggrannt eller nogrannt; *bakgrund*, inte bakrund; *kraftmoment*, inte kraft moment; *tvärsnittsyta*, inte tvär snitts yta osv.

5.2.12 Lösningen ska avslutas med ett tydligt Svar: ...

När du är nöjd med din lösning så avslutar du den med ett tydligt angivet Svar: ..... *sist* i lösningen. Om ett problem är uppdelat i delproblem, a, b, c etc så bör du ha ett svar i slutet av varje delproblem. Men det är också OK att samla alla svar till slutet av hela problemet.

Det duger *inte* att bara markera någon siffra inne i din lösning, t ex med ett streck, en pil eller en ram. *Svaret ska stå separat från själva lösningen, och sist.*

Om du har text efter detta så ska den handla om någon efterfrågad diskussion, t ex "jämför till slut ditt svar med formelsamlingens värde".

Om du inte har ett tydligt angivet Svar: .... sist i din lösning, så riskerar du att det som ändå står sist i lösningen kommer att betraktas som ditt svar.

Svaret ska vara korrekt avrundat till lämpligt antal värdesiffror och innehålla rätt enhet.

Var uppmärksam på om problemtexten innehåller något krav på vilken enhet du ska ha i svaret, typ ”svara i enheten MeV” eller ”ange ditt svar i enheten c (ljushastigheten)”. I så fall ska du följa detta *exakt* och t ex inte svara ”125.000 eV” (eller ”$0,125 \times 10^6$ eV”), eller ”240.000 km/s”, utan ”$0,125$ MeV” resp ”$0,80c$”.

Obs att det är fel att svara ”$0,80c$ m/s” ovan, eftersom enheten redan finns i c. Detsamma gäller om ett problem bara innehåller symboler, typ att en given massa kallas m, en kraft F osv, och du ska ange svaret i dessa storheter. Då ska svaret inte ha någon enhet. Svaret blir en ”formel” och enheterna ingår redan i givna storheter. Svaret ska därför vara på formen (t ex) ”F/m”, och *inte* ”F/m m/s^2” eller ”F/m [m/s^2]”

Om svaret handlar om tal med tiopotenser, så bör du använda standard-skrivsättet för potenser, dvs en heltalssiffra $1-9$ följt av decimaler och en tiopotens.

Exempel: Talet 125.000 bör skrivas $1,25000 \times 10^5$, men inte $0,125000 \times 10^6$ eller $12,5000 \times 10^4$.

Använd gärna vanliga prefix för enheterna, om det annars blir mycket stora eller mycket små tal.

Exempel: $20,3$ km i st f 20.300 m, 3 kΩ i st f 3000 Ω och $5,2$ MHz i st f 5.200.000 Hz (men kolla upp att det blir rätt antal värdesiffror i svaret, och att svaret är i samma enheter som de givna värdena, eller i de enheter som efterfrågas).

Svaret bör också innehålla en kort ”påminnelse” om vad det handlar om.

Exempel: Svar: Bollens rörelseenergi är 3 J. (Men undvik ”fegheter” som ”rörelseenergin borde bli 3 J” eller ”såvitt jag förstår blir svaret....”).

Ett svar ska däremot *inte* se ut på något av följande sätt:

(dåligt) Svar: Energin $= 0,2 \times e^{1,4}$ J. Här är lösningen helt enkelt inte klar. Det återstår en beräkning som inte utförts. Bedömningen blir: ”ofullständig lösning”.

(dåligt) Svar: Energin $= \sqrt{2}$ J. Svaret ska vara ett siffervärde (om inte annat sägs i problemtexten), även om ett ”algebraiskt” svar råkar vara exakt.

(dåligt) Svar: Energin $= xy^2 \cos\alpha = 3$ J. Här har en del av lösningen hamnat i svaret. Ett svar ska inte innehålla formler och beräkningar.

(dåligt) Svar: $E_{boll} = 3$ J. Här innehåller svaret den ”hemsnickrade” beteckningen E_{boll}. De enda symboler och beteckningar som ska ingå i svaret är de som finns i problemtexten, eller som är ”självklara”, t ex ”Svar: Hastigheten $= 0,99c$”.

6 När du är klar: Analysera din lösning!

När du har fått ett svar på uppgiften, så är det frestande att skynda till nästa problem i boken eller på tentan.

Men det kan löna sig att i stället ägna $5-10$ minuter åt att analysera ditt svar i viss detalj. Ställ ett antal frågor till dig själv enligt nedanstående mall.

6.1 Skrev jag ett tydligt Svar:... i slutet av lösningen?

Detta kontrollerar du på "en sekund".

6.2 Har jag svarat på alla frågor i uppgiften?

Du bör kolla problemtexten noga en gång till och jämföra med ditt svar.

6.3 Är svaret rimligt?

Alltför ofta leder triviala räknefel till helt orimliga svar, och utan att studenten inser detta. Ett enkelt räknefel som normalt leder till ett avdrag på $0,5$p på ett tentatal på totalt 3p, kan innebära att svaret blir så orimligt att lösningen inte ger någon poäng alls.

Ett svar är orimligt om en enkel kontroll skulle ha visat att det är grovt fel, eller "omöjligt" i fysikalisk mening.

Ett orimligt svar strider inte alltid mot "sunt förnuft" eller mot det du lärt dig i gymnasiet. Det handlar i stället om att du snabbt och enkelt borde inse att något är grovt fel, tack vare de kunskaper som kursen eller din utbildning erbjuder.

Här är några exempel på mycket enkla fysikkunskaper som hjälper dig att hitta orimliga svar:

En våglängd är *aldrig* negativ.

En rörelseenergi är *aldrig* negativ.

En bindningsenergi i ett bundet system är *aldrig* negativ.

En hastighet är *aldrig* större än ljushastigheten c.

Ovanstående orimligheter dyker ofta upp som följd av något trivialt teckenfel pga rena mattefel. Ibland hittar du kanske ett obehagligt minustecken i en storhet, typ sönderfallskonstanten, eller i någon kraft som du tycker borde vara positiv, eller kanske i något som du ska ta roten ur, eller logaritmen av. Sudda då inte bara bort minustecknet och fortsätt. Dra i stället slutsatsen att du har gjort fel tidigare i lösningen, och ge dig inte förrän du har hittat felet och rättat det. Det finns ingen anledning att bara skriva

”verkar orimligt” och gå till nästa tal. Då kan ju allt arbete som du lagt ner på din lösning vara bortkastat.

Kolla särskilt noga om du verkligen bytt tecken på en storhet som du flyttat från ena sidan av en ekvation till den andra. Detta enkla mattegrepp är en mycket vanlig källa till teckenfel. Ett annat vanligt fel är fel tecken på exponenten i uttryck av typen e^{-x}. När du senare logaritmerar så får du ett teckenfel. I exempelvis sönderfallslagen blir det teckenfel om du räknar ”baklänges”, dvs stoppar in de två tiderna ”noll” och ”nutid” på fel ställen i lagen.

Om du har ”tur” så leder felet till ett orimligt svar, så att du enkelt upptäcker att du har gjort fel, när du analyserar din lösning.

Du bör också skaffa dig en känsla för hur stora eller små fysikens tal brukar vara. På så sätt kan du undvika orimliga svar av typen ”renköttet hade en aktivitet på 3 miljarder Bq/kg” eller ”atomens radie är 1 mm”.

Kom också ihåg att det inte går att ”snacka” sig ur ett orimligt svar, typ ”mitt svar verkar orimligt så jag har nog gjort något fel när jag räknade ut hastigheten, eller kanske energin. Om jag inte hade gjort detta fel så hade nog svaret blivit rätt”. Och trassla inte in dig i krystade ”förklaringar” av typen ”våglängden blev negativ, så ljuset måste ha rört sig åt vänster”. Ta i stället motsvarande tid till att åtgärda felet. Och om du tycker att ditt svar trots allt är orimligt och inte hinner hitta felet, så skriv då klart och tydlig att du tycker att det är orimligt och förklara varför du tycker det. Då slipper du i varje fall extra avdrag för orimligt svar. *Men*: Det lönar sig inte att *alltid* gardera sig med en sådan text! Du bör ju även ha en känsla för när ett svar är rimligt.

6.4 Har mitt svar en enhet, och är det rätt enhet?

Om problemtexten inte innehåller krav på typ av enhet i svaret, så ska du i första hand använda samma enhetssystem som i givna uppgifter.

Exempel: Om längder ges i km, nm, Å eller fm, så bör ditt svar ange längder i motsvarande enheter. Om tider är i år, så bör du använda år i svaret. Om energier är i eV så använder du det. Om inga sådana ledtrådar finns så förutsätts det att du svarar i SI-enheter, och de enklaste versionerna av dessa. En kraft ska alltså anges i N (Newton) och inte i ”kg m/s^2”, en energi i J (Joule) och inte i ”kg m^2/s^2”.

6.5 Har mitt svar en korrekt noggrannhet?

Kolla i första hand att antalet värdesiffror stämmer med samma i de givna värdena. Fundera på om det kan finnas något undantag, t ex ”icke-linjära” formler. Skriv *aldrig* bara av räknedosans alla siffror utan eftertanke. Och ta inte med ett par värdesiffror extra ”för säkerhets skull”. Det är mycket vanligt i tentalösningar att det är exakt två värdesiffror mer i svaret än i givna storheter. Detta ger i regel -0,5p, med kommentaren ”för noggrant svar”, följt av en hänvisning till någon typisk given storhet.

6.6 Har jag motiverat all ”fysik” och definierat alla storheter?

Gå igenom alla antaganden som du har gjort och alla formler du använt (även dem som du ”bara” hämtat från formelsamlingen), och kolla att de är ordentligt motiverade, eller åtminstone rubricerade. Har du definierat alla storheter du använt i lösningen? Det bör med andra ord framgå av din lösning att du vet varför en viss formel ska användas, och att du inte bara ”chansar”, eller har fotografiskt minne av hur läraren gjorde på lektionen.

6.7 Har jag använt figurer för att göra lösningen tydligare?

Särskilt i mekanikuppgifter är figurer obligatoriska. Vid friläggningar krävs ”extra” figurer.

6.8 Är problemets svårighetsgrad rimlig i förhållande till kursboken, lektionerna och ambitionerna som angavs i kurs-PM?

Det är rätt vanligt att studenter antingen tror sig ha hittat en smart genväg i lösningen, så att det blir nästan trivialt, eller att de trasslar in sig i mycket långa beräkningar som aldrig verkar leda till ett svar.

Det kan därför vara nyttigt att ställa sig själv en eller flera av följande frågor, om något av ovanstående inträffar.

(i) Vad kan det pedagogiska syftet ha varit med den här uppgiften? Uppfylldes detta syfte? Vad har problemet med denna kurs att göra?

(ii) Är det rimligt att lösningen var så enkel att jag bara behövde multiplicera två av de givna talen med varandra och skriva ner detta på två rader?

(iii) Är det rimligt att lösningen var så svår att jag måste skriva $4-5$ sidor för en 3p-uppgift?

(iv) Varför kunde jag lösa detta problem enbart med hjälp av gamla gymnasiekunskaper (eller rentav grundskolekunskaper)?

(v) Varför behövde jag inte använda alla givna sifferuppgifter?

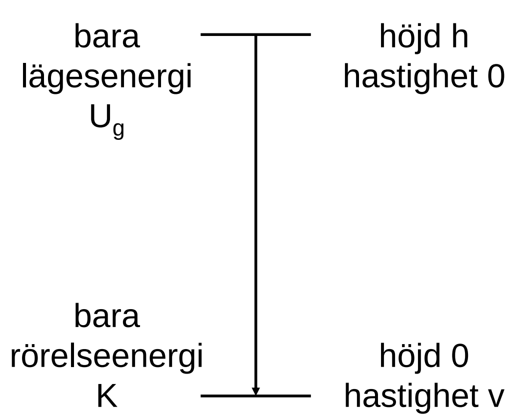
(vi) Varför kom jag inte fram till ett siffersvar, utan bara en "formel" med okända storheter i? Har jag kanske missat någon information i problemtexten?

7 Till sist: En "ideallösning"

Nedanstående text är en mall för lösning av fysikproblem. Talet är mycket enkelt, men metoden för att presentera en tydlig lösning framgår klart.

Problemtext: En kula med massan $5,2$ kg släpps från taket av ett höghus med tio våningar. Vad är kulans hastighet när den slår i marken? Avståndet mellan två våningar är $2,75$ m. Inverkan av luftmotståndet kan försummas. Hur skulle svaret bli om kulan i stället vägde det dubbla?

Lösning: Jag använder mig av att energin hos kulan bevaras under fallet. Från början har kulan enbart lägesenergi relativt marken, och på slutet enbart rörelseenergi. Den här uppgiften handlar om att jämföra "läge 1" (i början) med "läge 2" (på slutet). Det gör man bäst med den mekaniska energisatsen. Här blir den så trivial att alla dess termer inte behöver skrivas upp. Beteckningarna finns illustrerade i figuren nedan.



Lägesenergin i början ges av $U_g = mgh$. Här är $m = 5,2$ kg massan (given), $g = 9,81...$ m/s^2 är tyngdkraftaccelerationen (Physics Handbook) och $h = 10 \times 2,75 = 27,5$ m är höjden från vilken kulan släpps (givet: 10 våningar på $2,75$ m).

Rörelseenergin vid marken ges av $K = \frac{1}{2}mv^2$. Här är m massan och v sluthastigheten (som söks).

Energisatsen $U_g = K$ ger nu $mgh = \frac{1}{2}mv^2$, dvs $v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$.

Insatta värden ger $v = \sqrt{2 \times 9,81... \times 27,5} = 23,23$ m/s ≈ 23 m/s
(2 värdesiffror pga det "sämst kända" ingångsvärdet "$5,2$").

Eftersom kulans massa inte finns med i slutformeln så blir svaret detsamma oberoende av massan.
(vilket Galilei konstaterade redan på 1500-talet från lutande tornet i Pisa.)

Svar: Kulans hastighet när den slår i marken är 23 m/s. Den är oberoende av kulans massa.

Till slut önskar jag och alla andra fysiklärare dig lycka till med fysikstudierna och problemlösandet! Om du har frågor eller kommentarer kring detta dokument så kontakta mig gärna. Om du har frågor om problemlösning i din fysikkurs, så bör du i första hand reda ut dem med din lärare.

Sverker

Sverker Fredriksson

Professor och ämnesföreträdare i fysik

rum E117 i fysikkorridoren nära ingång E7
0920-491172
sverker@ltu.se

APPENDIX

Tillåtet hjälpmedel på tentamen i fysiks baskurser, Fysik 1, 2 och 3

Här följer en lista med olika sätt att kontrollera att din lösning är av god kvalitet.

0. Läs först den fetstilta texten ovanför uppgift 1 på tentamens-papperet en gång till!

1. Har du ett tydligt angivet Svar:.... i *slutet* av lösningen?

2. Har du svarat på *alla* frågor i uppgiften?

3. Är svaret rimligt med tanke på de kunskaper kursen ger?

4. Är svaret ungefär så stort eller så litet som du förväntade dig?

5. Har svaret en enhet, och är det rätt enhet?

6. Har svaret en korrekt noggrannhet (rätt antal värdesiffror)?

7. Är *alla* använda (icke-triviala) fysikaliska samband motiverade, förklarade eller åtminstone rubricerade, *och* nedskrivna på sina generella former *innan* du sätter in siffror i dem?

8. Är *alla* använda (icke-triviala) storheter definierade och givna siffervärden med rätt enheter, *innan* du sätter in siffrorna i dina ekvationer?

9. Har du ritat en tydlig figur när en sådan underlättar förståelsen av din lösning? I mekanikproblem är det obligatoriskt med figurer, inte minst vid friläggningar, där det ska framgå vad som friläggs och vilka yttre krafter som verkar på den frilagda kroppen.

10. Verkar problemet på tok för svårt eller för enkelt i förhållande till nivån på kursen? Testar den de kunskaper som kursen gav dig?