

Отчёт по лабораторной работе 2

Косолапов Степан Эдуардович

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	8
5	Выводы	18
	Список литературы	19

Список иллюстраций

4.1	Начальные данные	8
4.2	Рассматриваем случай 1	9
4.3	Рассматриваем случай 2	10
4.4	Находим тангенциальную скорость	11
4.5	Составляем второе уравнение	12
4.6	Система дифференциальных уравнений	13
4.7	Исключаем производную по t	14
4.8	Подставляем значения в 1 случае	14
4.9	Находим уравнение спирали в 1 случае	15
4.10	Находим уравнение спирали во 2 случае	15
4.11	Код программы	16
4.12	Траектория катера. Случай 1	17
4.13	Траектория катера. Случай 2	17

Список таблиц

1 Цель работы

Решить “Задачу о погоне”

2 Задание

Вариант 16 На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,3 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

3 Теоретическое введение

Про язык Julia - изучили материалы см. в [1].

Прочитали методические материалы см. в [2].

4 Выполнение лабораторной работы

Изначально нам дано, что скорость катера в 3.3 раза больше чем скорость лодки. Кроме того, нам известно расстояние от лодки до катера - 9.5 км. Исходя из этого - посчитаем чему равно время (4.1).

$$\begin{aligned} V_K &= 3.3 * V_L \\ t &= \frac{x}{V_L} = \frac{k \pm x}{V_K} \\ k &= 9.5 \end{aligned}$$

Рис. 4.1: Начальные данные

Далее, исходя из формулы времени считаем x . Всего есть два случая - когда $\theta = 0$ и когда $\theta = -\pi$. Рассмотрев первый случай получаем x_1 (4.2).

Случай 1.

$$\begin{aligned}\theta &= 0 \\ t &= \frac{x}{V_{\text{л}}} = \frac{k - x}{V_{\text{к}}} \\ \frac{x}{V_{\text{л}}} &= \frac{k - x}{3.3V_{\text{л}}} \\ 3.3x + x &= k \\ x_1 &= \frac{k}{4.3}\end{aligned}$$

Рис. 4.2: Рассматриваем случай 1

Рассматриваем случай 2, когда $\theta = -\pi(4.3)$.

Случай 2.

$$\begin{aligned}\theta &= -\pi \\ t &= \frac{x}{V_{\text{л}}} = \frac{k+x}{V_{\text{к}}} \\ \frac{x}{V_{\text{л}}} &= \frac{k+x}{3.3V_{\text{л}}} \\ 3.3x - x &= k \\ 2.3x &= k \\ x_2 &= \frac{k}{2.3}\end{aligned}$$

Рис. 4.3: Рассматриваем случай 2

Мы знаем, что скорость катера можно разложить на скорость тангенциальную и скорость радиальную. Выразив тангенциальную скорость и зная, что нам нужно, чтобы радиальная скорость была равна скорости лодки, подставляем в выражение и получаем тангенциальную скорость(4.4).

Мы знаем, что

$$V_K^2 = V_t^2 + V_r^2$$

$$V_t = \sqrt{(V_K^2 - V_r^2)}$$

Нам нужно, чтобы

$$V_r = V_L$$

$$V_r = \frac{dr}{dt} = V_L$$

*Значит, нужно чтобы было
верно:*

$$V_t = \sqrt{3.3^2 V_L^2 - V_L^2}$$

$$V_t = \sqrt{9.89} V_L$$

Рис. 4.4: Находим тангенциальную скорость

Кроме этого, мы знаем, что тангенциальная скорость это отношение длины дуги сектора к dt . Получаем уравнение(4.5).

Так как:

$$V_t = r \frac{d\theta}{dt}$$

То:

$$V_t = r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{9.89} V_{\text{л}}$$

Рис. 4.5: Составляем второе уравнение

Теперь у нас есть система двух дифференциальных уравнений(4.6).

*Имеем систему двух
дифференциальных
уравнений:*

$$\frac{dr}{dt} = V_{\text{л}}$$
$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{9.89} V_{\text{л}}$$

С начальными условиями:

В случае 1:

$$\theta_0 = 0$$
$$r_0 = x_1$$

В случае 2:

$$\theta_0 = -\pi$$
$$r_0 = x_2$$

Рис. 4.6: Система дифференциальных уравнений

Исключим производную по t (4.7).

Исключая из полученной системы производную по t , переходим к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{9.89}}$$

Рис. 4.7: Исключаем производную по t

Теперь, для каждого из случаев подставим в решенное дифференциальное уравнение начальные значения, чтобы выразить константу C (см. в [2]). Разберем случай 1 (4.8).

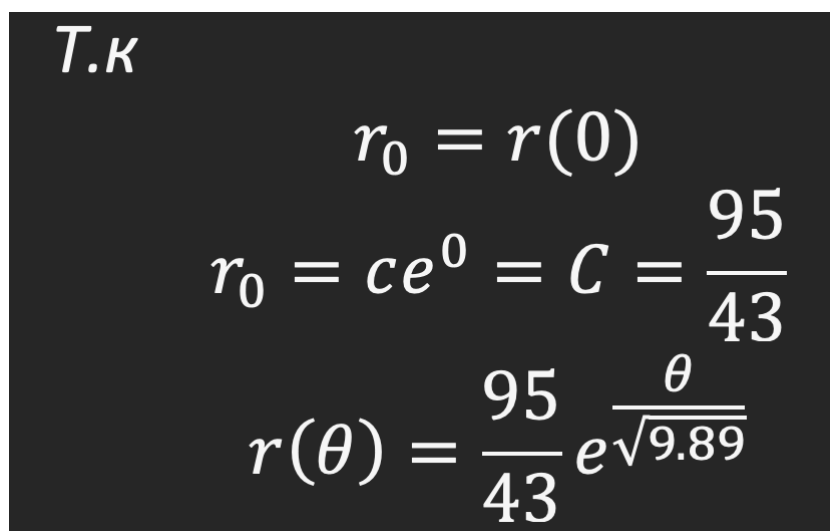
Случай 1:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0 \\ r_0 = x_1 &= \frac{k}{4.3} = \frac{9.5}{4.3} = \frac{95}{43} \\ \frac{dr}{r} &= \frac{d\theta}{\sqrt{9.89}} \\ r(\theta) &= C e^{\frac{\theta}{\sqrt{9.89}}} \end{aligned}$$

Рис. 4.8: Подставляем значения в 1 случае

Находим константу C и подставляем, получив уравнение кривой движения

катера(4.9).

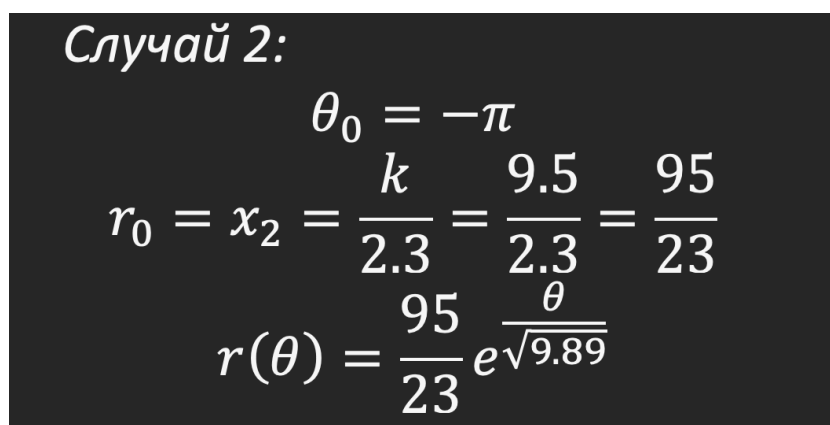


The image shows a handwritten derivation on a black background with white text. It starts with the label 'Т.к' (Since). Then it shows the equation $r_0 = r(0)$. This is followed by $r_0 = ce^0 = C = \frac{95}{43}$. Finally, the general equation for the spiral is given as $r(\theta) = \frac{95}{43} e^{\frac{\theta}{\sqrt{9.89}}}$.

$$\begin{aligned} \text{Т.к} \quad & r_0 = r(0) \\ & r_0 = ce^0 = C = \frac{95}{43} \\ & r(\theta) = \frac{95}{43} e^{\frac{\theta}{\sqrt{9.89}}} \end{aligned}$$

Рис. 4.9: Находим уравнение спирали в 1 случае

То же самое делаем в случае 2(4.10).



The image shows a handwritten derivation on a black background with white text. It starts with the label 'Случай 2:'. Then it shows $\theta_0 = -\pi$. This is followed by $r_0 = x_2 = \frac{k}{2.3} = \frac{9.5}{2.3} = \frac{95}{23}$. Finally, the general equation for the spiral is given as $r(\theta) = \frac{95}{23} e^{\frac{\theta}{\sqrt{9.89}}}$.

$$\begin{aligned} \text{Случай 2:} \quad & \theta_0 = -\pi \\ & r_0 = x_2 = \frac{k}{2.3} = \frac{9.5}{2.3} = \frac{95}{23} \\ & r(\theta) = \frac{95}{23} e^{\frac{\theta}{\sqrt{9.89}}} \end{aligned}$$

Рис. 4.10: Находим уравнение спирали во 2 случае

Теперь мы можем приступить к графику. Чтобы нарисовать график - будем использовать пакет Plots в языке Julia см. в [1]. Напишем код для двух случаев(4.11)

```

1  using Plots
2
3  r1(theta) = 95/43*exp(theta/sqrt(9.89))
4
5  ts1 = range(0, 2pi, length=100)
6  rs1 = r.(ts1)
7
8  r2(theta) = 95/23*exp(theta/sqrt(9.89))
9
10 ts2 = range(-pi, 2pi, length=100)
11 rs2 = r.(ts2)
12
13 bx(r) = 2pi/3
14
15 plt1 = plot(
16     ts1,
17     rs1,
18     xlabel='θ',
19     ylabel="r(t)",
20     proj = :polar,
21     aspect_ratio=:equal,
22     dpi=300,
23     legend=true,
24     label="Траектория катера",
25     color=:green,
26 )
27
28 plot!(
29     plt1,
30     bx.(rs1),
31     rs1,
32     label="Траектория браконьеров",
33     color=:red,
34 )
35
36 plt2 = plot(
37     ts2,
38     rs2,
39     xlabel='θ',
40     ylabel="r(t)",
41     proj = :polar,
42     aspect_ratio=:equal,
43     dpi=300,
44     legend=true,
45     label="Траектория катера",
46     color=:green,
47 )
48
49 plot!(
50     plt2,
51     bx.(rs2),
52     rs2,
53     label="Траектория браконьеров",
54     color=:red,
55 )
56
57 savefig(plt1, "lab2.png")
58 savefig(plt2, "lab2.2png")
59

```

Рис. 4.11: Код программы

Получаем траекторию катера в случае 1(4.12)

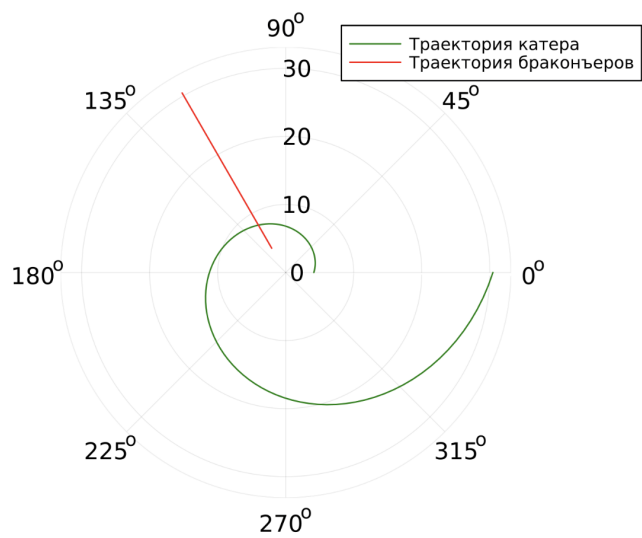


Рис. 4.12: Траектория катера. Случай 1

И траекторию катера в случае 2(4.13)

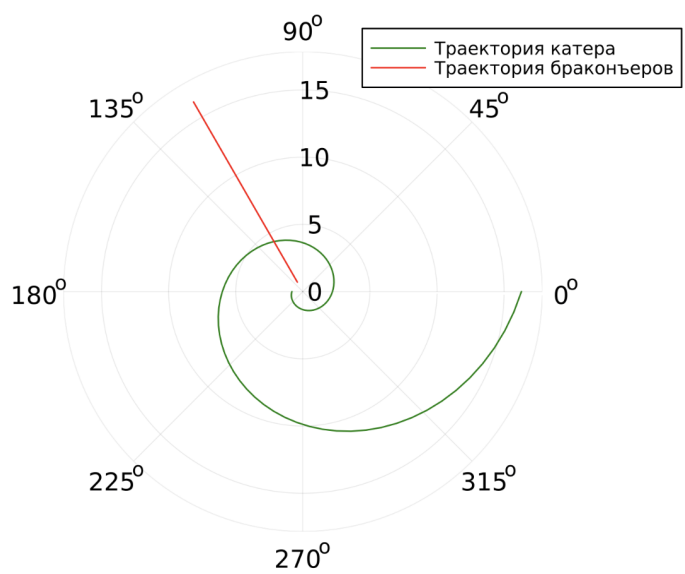


Рис. 4.13: Траектория катера. Случай 2

5 Выводы

В данной лабораторной работе мы решили задачу о погоне и построили график с помощью Julia.

Список литературы

1. Julia tutorial [Электронный ресурс]. URL: <https://julialang.org/learning/tutorials/>.
2. Методические материалы [Электронный ресурс]. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971721/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%201.pdf.