

Лабораторная работа 5

Модель “Хищник-жертва”

Косолапов С.Э

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Косолапов Степан Эдуардович
- студент уч. группы НПИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- <https://github.com/stepaKosolapov>

Вводная часть

- Необходимость навыков моделирования реальных математических задач, построение графиков.

- Модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры
- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Для модели «хищник-жертва»:

- Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построить графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
- Найдите стационарное состояние системы

- Языки для моделирования:
 - Julia
 - OpenModelica

Процесс выполнения работы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, $-c$ – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxy в правой части уравнения).

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.59x(t) + 0.058x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.57y(t) - 0.056x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8$, $y_0 = 18$. Найдите стационарное состояние системы.

В данном случае y - число жертв, x - число хищников. Тогда, из условия коэффициенты имеют следующие значения: $a = 0.57$, $b = 0.056$, $c = 0.59$, $d = 0.058$.

А уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -cx(t) + dx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = ay(t) - bx(t)y(t) \end{cases}$$

Код на Julia

```
lab5 > ❄ lab_5.1.jl
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 x_0 = 8
5 y_0 = 18
6
7 u_0 = [x_0, y_0]
8 T = (0.0, 60.0)
9
10 a = 0.57
11 b = 0.056
12 c = 0.59
13 d = 0.058
14
15 function F!(du, u, p, t)
16     du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
17     du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
18 end
19
20 prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
21 sol = solve(prob, saveat = 0.05)
22
23 const X = Float64[]
24 const Y = Float64[]
25
26 for u in sol.u
27     x, y = u
28     push!(X, x)
29     push!(Y, y)
30 end
```

```
32 plt = plot(
33     dpi = 300,
34     size = (800, 600),
35     title = "График зависимости численности хищников от численности жертв"
36 )
37
38 plot!(
39     plt,
40     Y,
41     X,
42     color = :red,
43     label = "Фазовый портрет"
44 )
45
46 savefig(plt, "julia_2.png")
47
48 plt_2 = plot(
49     dpi = 300,
50     size = (800, 600),
51     title = "Графики изменения численности хищников и численности жертв"
52 )
53
54 plot!(
55     plt_2,
56     sol.t,
57     X,
58     color = :green,
59     label = "Число жертв"
60 )
61
62 plot!(
63     plt_2,
64     sol.t,
65     Y,
66     color = :red,
67     label = "Число хищников"
68 )
69
70 savefig(plt_2, "julia_1.png")
71
```

```
1 model lab5
2   constant Integer x_0 = 8;
3   constant Integer y_0 = 18;
4   constant Real a = 0.57;
5   constant Real b = 0.056;
6   constant Real c = 0.59;
7   constant Real d = 0.058;
8   Real x(start=x_0);
9   Real y(start=y_0);
10  Real t = time;
11  equation
12    der(x) = -c*x+d*x*y;
13    der(y) = a*y-b*x*y;
14  > annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 60.0), (...));
16 end lab5;
```

Графики изменения численности хищников и численности жертв

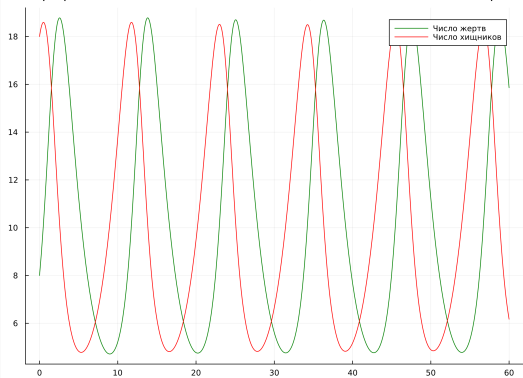
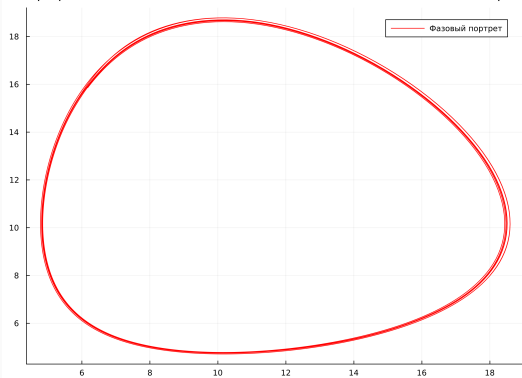
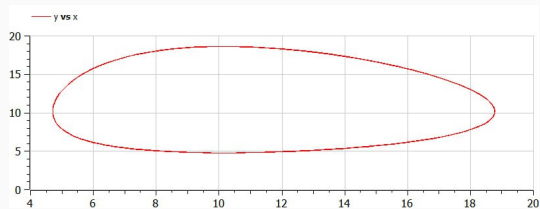
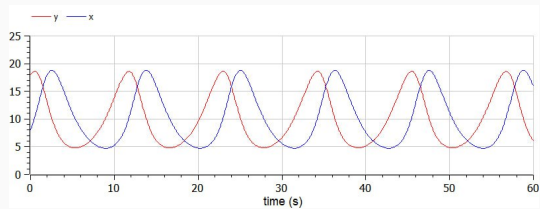


График зависимости численности хищников от численности жертв





Стационарное состояние - Julia

```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 a = 0.57
5 b = 0.056
6 c = 0.59
7 d = 0.058
8
9 x_0 = a / b
10 y_0 = c / d
11
12 @show x_0
13 @show y_0
14
15 u_0 = [x_0, y_0]
16 T = (0.0, 60.0)
17
18 function F!(du, u, p, t)
19     du[1] = -c * u[1] + d * u[1] * u[2]
20     du[2] = a * u[2] - b * u[1] * u[2]
21 end
22
23 prob = ODEProblem(F!, u_0, T)
24 sol = solve(prob, saveat = 0.05)
25
26 const X = Float64[]
27 const Y = Float64[]
28
29 for u in sol.u
30     x, y = u
31     push!(X, x)
32     push!(Y, y)
33 end
```

```
35 plt_2 = plot(
36     dpi = 300,
37     size = (800, 600),
38     title = "Графики изменения численности хищников и численности жертв"
39 )
40
41 plot!(
42     plt_2,
43     sol.t,
44     X,
45     color = :blue,
46     label = "Число жертв"
47 )
48
49 plot!(
50     plt_2,
51     sol.t,
52     Y,
53     color = :purple,
54     label = "Число хищников"
55 )
56
57 savefig(plt_2, "julia_1_stat.png")
58
```

```
● → lab5 git:(master) x julia lab_5.2.jl  
x_0 = 10.178571428571427  
y_0 = 10.172413793103447
```

Стационарное состояние - Julia - графики

Графики изменения численности хищников и численности жертв

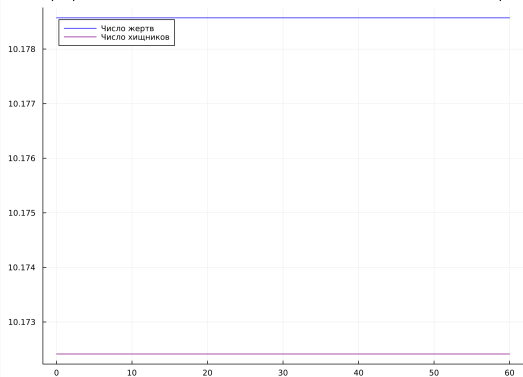
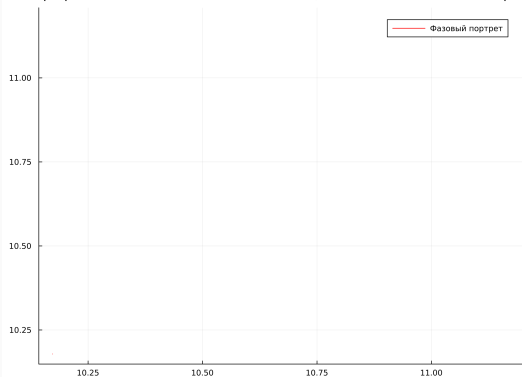


График зависимости численности хищников от численности жертв



Результаты работы

- Построили график зависимости численности хищников от численности жертв
- Построили графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях
- Нашли стационарное состояние системы

Вывод

Создали простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Нашли стационарное состояние.