

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМ. ІГОРЯ
СІКОРСЬКОГО”
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ, РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ
ТА КОМП’ЮТЕРНОГО ЗОРУ

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

Н. М. Куссуль

(підпис) (ініціали, прізвище)

2021 р.

Дипломна робота

освітньо-кваліфікаційного рівня “магістр”

за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

на тему «Прикладні можливості застосування мультимножинного випадку те-
ореми Шпернера та часткові випадки теореми»

Виконав студент 6 курсу групи ФІ-01мп

Тарасенко С.А.

Керівник доцент, Рибак О.В.

Рецензент Rank, Name

(підпис)

(підпис)

(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авто-
рів без відповідних посилань.

Студент _____

Київ — 2021 року

РЕФЕРАТ

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

ABSTRACT

KEYWORDS

РЕФЕРАТ

СЛОВА

ЗМІСТ

Вступ	6
1 Теоретичні відомості	7
1.1 Постановка задачі	7
1.2 Розв’язок	10
2 Практичні результати	11
3 Охорона праці	12
Висновки	13
Перелік посилань	14

ВСТУП

Актуальність роботи.

Об'єкт дослідження —

Предмет дослідження —

Мета дослідження.

Завдання наступні:

- 1) Вивчити;
- 2) Розробити.

Практичне значення одержаних результатів.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У цьому розділі буде розглянуто необхідний математичний апарат та теоретичні відомості стосовно проблеми яка лежить в основі даної магістерської дисертації. Розглянемо основне твердження теореми Шпернера та усі супутні визначення та твердження необхідні для вирішення поставленої задачі.

1.1 Постановка задачі

Теорема 1. *Нехай $M = \{1, \dots, n\}$ множина яка складається з елементів натурального ряду, M_1, \dots, M_k - підмножини множини M такі, що $\forall M_i, M_j : M_i \not\subset M_j$, тоді виконується дуже проста нерівність $k \leq C_n^{[n/2]}$, де k - це кількість множин у наборі M_1, \dots, M_k , n - загальна кількість елементів множини M (тобто потужність множини M , далі будемо позначати як $|M|$), $C_n^{[n/2]}$ - біноміальний коефіцієнт, $[n/2]$ - ціла частина від ділення n навпіл.*

Розглянемо одне з можливих доведень теореми базуючись на твердженні доведення якого буде представлено нижче.

Твердження 1. *Нехай M_1, \dots, M_k - попарно невикладені одна в одну підмножини множини $M = \{1, \dots, n\}$, нехай $|M_1| = m_1, \dots, |M_k| = m_k$, тоді має місце нерівність:*

$$\frac{1}{C_n^{m_1}} + \frac{1}{C_n^{m_2}} + \dots + \frac{1}{C_n^{m_k}} \leq 1 \quad (1.1)$$

Доведення. Розглянемо для кожного $M_i, i = 1, \dots, k$ перестановки множини $\{1, \dots, n\}$ зроблені по наступному принципу:

a_1	a_2	.	.	a_k	a_{k+1}	a_n
-------	-------	---	---	-------	-----------	---	---	---	---	-------

Де $a_1, \dots, a_k \in M_i$, а a_{k+1}, \dots, a_n - всі інші елементи, тоді перша частина такої перестановки, тобто a_1, \dots, a_k може мати $(m_i)!$ різних варіантів, а права частина, тобто a_{k+1}, \dots, a_n , $(n - m_i)!$ різних варіантів, де n - потужність множини $\{1, \dots, n\}$. Варто зазначити, що для різних множин M_i, M_j відповідні перестановки будуть відрізнятись. Якщо дві перестановки двох множин M_i, M_j співпадають, це означає, що $M_i \subseteq M_j$, або $M_j \subseteq M_i$.

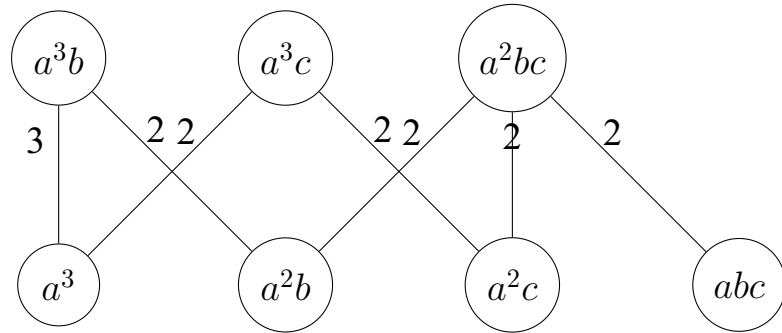
Тому маємо:

$m_1!(n - m_1)! + \dots + m_k!(n - m_k)! \leq n!$, де $n!$ - число усіх можливих перестановок множини $\{1, \dots, n\}$. Розділимо обидві частини отриманої нерівності на $n!$ та отримаємо суму обернених біноміальних коефіцієнтів з лівої частини та одиницю з правої: $\frac{1}{C_n^{m_1}} + \frac{1}{C_n^{m_2}} + \dots + \frac{1}{C_n^{m_k}} \leq 1$, що і треба було довести. \square

Наслідок 1.1. Виходячи з формули (1.1) отримаємо, що кількість різних M_i не перевищує $C_n^{[n/2]}$. Так як $C_n^{m_i} \leq C_n^{[n/2]}$ маємо $\frac{1}{C_n^{[n/2]}} + \frac{1}{C_n^{[n/2]}} + \dots + \frac{1}{C_n^{[n/2]}} \leq \frac{1}{C_n^{m_1}} + \frac{1}{C_n^{m_2}} + \dots + \frac{1}{C_n^{m_k}} \leq 1$, у найлівішій частині рівняння доданок $\frac{1}{C_n^{[n/2]}}$ зустрічається k разів, тобто $\frac{k}{C_n^{[n/2]}} \leq 1$, або ж якщо записати у звичному вигляді $k \leq C_n^{[n/2]}$.

Поставлена задача узагальнити дану теорему на випадок коли множина $M = \{1, \dots, n\}$ може мати кратні входження елементів, тобто математичний об'єкт M набуває мультимножинних властивостей. Дана задача вже була частково розглянута у бакалаврській дипломній роботі. Було розглянуто деякі часткові випадки мультимножин, які задовольняють умовам теореми. У даній роботі буде більш детально розглянуто прикладне застосування теореми, та узагальнення її на більшу кількість окремих випадків мультимножин. Для того, щоб математичні викладки та послідовність дій була зрозумілою унаступному розділі наводяться необхідні теоретичні відомості та означення базуючись на яких було отримано результати, які будуть описані нижче.

Це питання відповідь на яке ми знайдемо після того як трохи попишемо текст. Тут текст, як же він буде відображатись? Це питання відповідь на яке ми знайдемо після того як трохи попишемо текст. Тут текст, як же він буде відображатись?



1.1.1 Попередні роботи

1.1.2 Визначення

1.2 Розв'язок

2 ПРАКТИЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ

3 ОХОРОНА ПРАЦІ

ВИСНОВКИ

В результаті виконання роботи вдалося.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- 1 Knuth, D.E. The T_EXbook / D.E. Knuth // Computers & typesetting. — Addison-Wesley Publishing Company, 1984.