

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Институт Энергетики
Высшая школа энергетического машиностроения

Лабораторная работа №1
"Определение собственных частот колебаний ротора с диском"

Студент гр. 3231303/81001 _____ Степанов С.С.

Преподаватель _____ Курнухин А.А.

Санкт-Петербург
2021

СОДЕРЖАНИЕ

1	Теория	2
2	Исходные данные	3
3	Определение собственной частоты поперечных колебаний ротора с диском, расположенным между опорами	4
4	Определение собственных частот поперечных колебаний для консольного расположения диска	5
5	Определение собственных частот крутильных колебаний	7
6	Определение характеристик затухания	8
7	Список использованной литературы	9

1 Теория

При проектировании газотурбинных двигателей рассматриваются такие явления, которые связаны с большими частотами вращения упругих роторов ГТД и взаимодействием роторных систем с упругим корпусом. По мере приближения частоты вращения вала к критической происходит потеря устойчивости быстровращающихся роторов, что ведет к резонансным режимам системы ротор – корпус. Эти явления сопряжены с опасностью выхода из строя элементов конструкции, приводящему к разрушению двигателя.

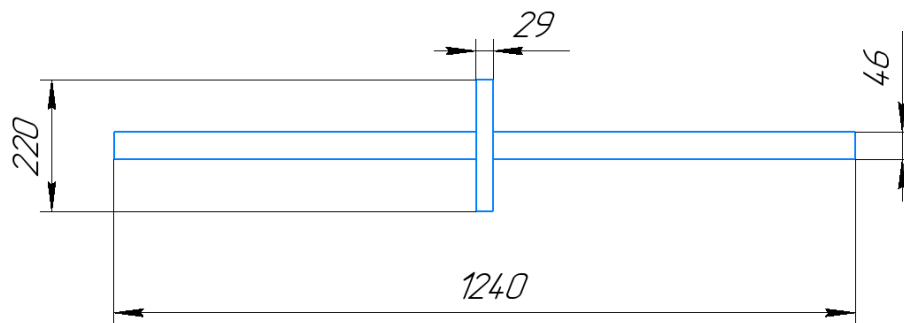


Рисунок 1 — Чертеж ротора с диском

В ходе данной лабораторной работы были произведены расчеты собственных частот колебаний ротора с диском при различных условиях закрепления, а так же расчет собственных частот крутильных колебаний.

2 Исходные данные

Длина ротора, [м]

$$l = 1,24.$$

Диаметр ротора, [мм]

$$d = 46 \cdot 10^{-3}.$$

Диаметр диска, [мм]

$$D = 220 \cdot 10^{-3}.$$

Толщина диска, [мм]

$$h = 29 \cdot 10^{-3}.$$

Плотность стали, [кг/м³]

$$\rho = 8000.$$

Модуль упругости, [Па]

$$E = 2 \cdot 10^{11}.$$

3 Определение собственной частоты поперечных колебаний ротора с диском, расположенным между опорами

Масса диска, [кг]

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h = 8000 \cdot \frac{3,14 \cdot (220 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 29 \cdot 10^{-3} = 8,81.$$

Полярный момент инерции, [м⁴]

$$Y_{xx} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot (46 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 2,19 \cdot 10^{-7}.$$

Податливость, [м/Н]

$$\delta_{11} = \frac{P \cdot (2 \cdot l)^3}{48 \cdot E \cdot Y_{xx}} = \frac{1 \cdot (2 \cdot 1,24)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,197 \cdot 10^{-7}} = 7,22 \cdot 10^{-6}.$$

Собственная частота поперечных колебаний, [Гц]

$$p = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11} \cdot m}} = \sqrt{\frac{1}{7,232 \cdot 10^{-6} \cdot 8,81}} = 125,3 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 19,93.$$

4 Определение собственных частот поперечных колебаний для консольного расположения диска

Масса диска, [кг]

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h = 8000 \cdot \frac{3,14 \cdot (220 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 29 \cdot 10^{-3} = 8,81.$$

Полярный момент инерции, [м⁴]

$$Y_{x0} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot (46 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 2,19 \cdot 10^{-7}.$$

Податливость, [м/Н]

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot Y_{x0}} = \frac{1,24^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,197 \cdot 10^{-7}} = 1,4 \cdot 10^{-5}.$$

Собственная частота поперечных колебаний, [Гц]

$$p = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11} \cdot m}} = \sqrt{\frac{1}{14,46 \cdot 10^{-6} \cdot 8,81}} = 88,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 14,09.$$

а) С учётом момента инерции диска

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \delta_{11} \cdot (-m \cdot \ddot{y}) + \delta_{12} \cdot (-\theta_x \cdot \ddot{\varphi}) \\ \varphi = \delta_{21} \cdot (-m \cdot \ddot{y}) + \delta_{22} \cdot (-\theta_x \cdot \ddot{\varphi}) \end{cases}$$

$$y = Y e^{ipm}; \quad \varphi = \Phi e^{ipm}.$$

$$\begin{cases} 0 = (m \cdot p^2 \cdot \delta_{11} - 1) \cdot Y + \theta_x \cdot p^2 \cdot \delta_{12} \cdot \Phi \\ 0 = m \cdot p^2 \cdot \delta_{21} \cdot Y + (\theta_x \cdot p^2 \cdot \delta_{22} - 1) \cdot \Phi \end{cases}$$

$$0 = \begin{vmatrix} m \cdot p^2 \cdot \delta_{11} & \theta_x \cdot p^2 \cdot \delta_{12} \\ m \cdot p^2 \cdot \delta_{21} & \theta_x \cdot p^2 \cdot \delta_{22} \end{vmatrix}$$

$$p^4 \cdot m \theta_x \cdot (\delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12} \cdot \delta_{21}) - p^2 \cdot (\theta_x \cdot \delta_{22} + m \cdot \delta_{11}) + 1 = 0.$$

Податливость, [м/Н]

$$\delta_{11} = \frac{l^3}{3 \cdot E \cdot Y_{x0}} = \frac{1,24^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,297 \cdot 10^{-7}} = 1,44 \cdot 10^{-5};$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{l^2}{2 \cdot E \cdot Y_{x0}} = \frac{1,24^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2,179 \cdot 10^{-7}} = 1,75 \cdot 10^{-5};$$

$$\delta_{22} = \frac{l}{E \cdot Y_{x0}} = \frac{1,24}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,197 \cdot 10^{-7}} = 2,82 \cdot 10^{-5}.$$

Момент инерции, [кг · м²]

$$\theta_x = \frac{m \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}{2} = \frac{8,81 \cdot \left(\frac{220 \cdot 10^{-3}}{2}\right)^2}{2} = 0,053;$$

Получим квадратное уравнение:

$$4,783 \cdot 10^{-11} p^4 - 1,289 \cdot 10^{-4} p^2 + 1 = 0;$$

Дискриминант:

$$D = \left(-1,289 \cdot 10^{-4}\right)^2 - 4 \cdot 4,783 \cdot 10^{-11} \cdot 1 = 16,43 \cdot 10^{-9}.$$

Корни уравнения:

$$p^2 = \frac{1,289 \cdot 10^{-4} - \sqrt{16,43 \cdot 10^{-9}}}{2 \cdot 4,783 \cdot 10^{-11}} = 7773;$$

$$p^2 = \frac{1,289 \cdot 10^{-4} + \sqrt{16,43 \cdot 10^{-9}}}{2 \cdot 4,783 \cdot 10^{-11}} = 2681210.$$

Собственные частоты колебаний, [Гц]

$$p = 88,17;$$

$$p = 1637,44.$$

Проверка ортогональности:

$$Y_1 = 1; \quad Y_2 = 1.$$

$$\Phi_1 = \frac{1 - m \cdot p_2^2 \cdot \delta_{11}}{\theta_x \cdot p_2^2 \cdot \delta_{12}} = \frac{1 - 8,81 \cdot 1639,3^2 \cdot 14,46 \cdot 10^{-6}}{53300 \cdot 10^{-6} \cdot 1639,3^2 \cdot 17,5 \cdot 10^{-6}} = -136,239;$$

$$\Phi_2 = \frac{\theta_x \cdot p_1^2 \cdot \delta_{21}}{1 - m \cdot p_1^2 \cdot \delta_{22}} = \frac{53300 \cdot 10^{-6} \cdot 86,8^2 \cdot 17,5 \cdot 10^{-6}}{1 - 8,81 \cdot 86,8^2 \cdot 28,22 \cdot 10^{-6}} = -0,007.$$

$$Y_1 \cdot Y_2 \cdot m + \theta_x \cdot \Phi_1 \cdot \Phi_2 = 8,87.$$

5 Определение собственных частот крутильных колебаний

Масса диска, [кг]

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h = 8000 \cdot \frac{3,14 \cdot (220 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 29 \cdot 10^{-3} = 8,81.$$

Полярный момент инерции, [м⁴]

$$Y_{x0} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot (46 \cdot 10^{-3})^4}{64} = 2,19 \cdot 10^{-7}.$$

Податливость, [м/Н]

$$\delta = \frac{l}{E \cdot Y_{x0}} = \frac{1,24}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,197 \cdot 10^{-7}} = 2,82 \cdot 10^{-5}.$$

Собственная частота колебаний, [Гц]

$$p = \sqrt{\frac{1}{\delta \cdot m}} = \sqrt{\frac{1}{28,22 \cdot 10^{-6} \cdot 8,81}} = 63,42 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 10,09.$$

6 Определение характеристик затухания

$$\frac{A_i}{A_{i+1}} = \frac{12}{11};$$

$$\eta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} = \ln \frac{12}{11} = 0,087;$$

$$\beta = \frac{\eta}{\pi} = \frac{0,087}{3,14} = 0,0277.$$

7 Список использованной литературы

1. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин: Учебник для вузов. Москва.: Издательский дом МЭИ, 2007. 477 с.