

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Институт Энергетики
Высшая школа энергетического машиностроения

Лабораторная работа №2
"Определение частот собственных колебаний вращающегося диска"

Студент гр. 3231303/81001 _____ Степанов С.С.

Преподаватель _____ Курнухин А.А.

Санкт-Петербург
2021

СОДЕРЖАНИЕ

1	Исходные данные	2
---	---------------------------	---

1 Исходные данные

$$l = 1,24 \text{ м};$$

$$b = 122 \text{ мм};$$

$$\delta = 32 \text{ мм};$$

$$h = 36 \text{ мм};$$

$$\rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$n = 3000 \text{ об/мин} = 50 \text{ Гц}$$

$$\frac{d}{l} = 3,7$$

1) Определить частоту крутильных колебаний рабочей лопатки

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[Gk \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] - \rho Y_p \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} = 0$$

$$\varphi_n(x, \tau) = \Phi_n(x) T_n(\tau)$$

$$Gk \cdot \Phi'' T - \rho Y_p \Phi \ddot{T} = 0$$

$$\frac{Gk}{\rho Y_p} \frac{\Phi''}{\Phi} = \frac{\ddot{T}}{T} = -\lambda^2$$

$$T = N_\varphi \cos(\lambda \tau - \alpha)$$

$$\Phi'' + k^2 \Phi = 0, \text{ где } k^2 = \frac{\lambda^2 \rho Y_p}{Gk}$$

$$\Phi(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$$

Граничные условия:

$$x = 0 \Rightarrow \varphi = 0; \quad \Phi(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$x = l, \quad M = Gk \frac{\partial \varphi}{\partial x} = Gk T \Phi' = 0; \quad \Phi'(l) = 0 \Rightarrow C_1 \cos kl = 0$$

$$C_1 \neq 0 \Rightarrow kl = 0$$

$$k_n l = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \text{ при } n \in N$$

$$\lambda_n = k_n \sqrt{\frac{GK}{\rho Y_p}}$$

$$f_{1\text{кр}} = \frac{\lambda_1}{2\pi} = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{GK}{\rho Y_p}}$$

$$k = \frac{0,162b\delta^3}{1 + 1,43\left(\frac{\delta}{b}\right)^2 + 2,87\left(\frac{h}{b}\right)^2} = \frac{0,162 * 122 * 32^3}{1 + 1,43\left(\frac{32}{122}\right)^2 + 2,87\left(\frac{36}{122}\right)^2} = 0,48 * 10^{-6} \text{ м}^4$$

$$Y_p = 0,038\delta b^3 + 0,04b\delta\left(\delta^2 + h^2\right) = 0,038 * 32 * 122^3 + 0,04 * 122 * 32 * \left(32^2 + 36^2\right) = 2,57 * 10^{-6} \text{ м}^4$$

$$f_{1\text{кр}} = \frac{1}{4 * 1,24} \sqrt{\frac{7,93 * 10^{10} * 0,48 * 10^{-6}}{7800 * 2,57 * 10^{-6}}} = 275,6 \text{ Гц}$$

$$f_{2\text{кр}} = 3f_{1\text{кр}} = 3 * 275,6 = 826,8 \text{ Гц}$$

$$f_{3\text{кр}} = 5f_{1\text{кр}} = 5 * 275,6 = 1377,98 \text{ Гц}$$

$$\Phi_n(x) = C_{1n} \sin k_n x$$

$$C_{1n} = \sqrt{\frac{2}{\rho Y_p l}} = \sqrt{\frac{2}{7800 * 2,57 * 10^{-6} * 1,24}} = 8,97$$

$$k_{n1} = (2n - 1) \frac{\pi}{2} = (2 * 1 - 1) * \frac{3,14}{2} = 1,571$$

$$k_{n2} = 4,712$$

$$k_{n3} = 7,854$$

Данные для построения форм крутильных колебаний:

	х	$\Phi_1(x)$	$\Phi_2(x)$	$\Phi_3(x)$
0	0	0	0	0
0,1	0,115	1,612	4,627	7,046

0,2	0,23	3,17	7,927	8,722
0,3	0,345	4,627	8,956	3,755
0,4	0,46	5,932	7,419	-4,072
0,5	0,575	7,046	3,755	-8,797
0,6	0,69	7,927	-0,984	-6,821
0,7	0,805	8,552	-5,442	0,352
0,8	0,92	8,899	-8,34	7,257
0,9	1,035	8,956	-8,849	8,634
1	1,15	8,722	-6,821	3,433