

Integrali indefiniti e definiti - Parte 2

1 Determinare e i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} & \int \frac{\arctan^2 x - \arctan x}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{\log^2 x - 3 \log x + 1}{x} dx, \quad \int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx, \\ & \int x \arctan x dx, \quad \int x^3 \log x dx, \quad \int x \sin x dx, \quad \int (x+2) \cos x dx, \\ & \int \frac{x+1}{x^3-6x^2+9x} dx, \quad \int \frac{x+4}{x^2-x-6} dx, \quad \int \frac{x+1}{x^2+6x+10} dx, \\ & \int \frac{2x-1}{x^2+x+4} dx, \quad \int \frac{dx}{(x-1)(x^2+3)} \end{aligned}$$

2 Determinare i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} & \int \frac{1}{\sqrt{x}+1} dx, \quad \int e^{\sqrt{x}} dx, \quad \int \cos(\log x) dx, \\ & \int \frac{\log(1+x)}{x^2} dx, \quad \int x^3 \sin(9x) dx, \quad \int \frac{1}{x \log x (1+\log^2 x)} dx \\ & \int \frac{x^5}{x^4-1} dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx, \quad \int \sqrt{x} \arctan \sqrt{x} dx. \\ & \int \frac{\log x + 1}{x(\log^2 x + 3)} dx, \quad \int \frac{\log x + 4}{x(\log^2 x - 2 \log x - 3)} dx, \quad \int \frac{\tan x + 1}{(\tan x)(\tan^2 x + 1)} dx, \\ & \int \frac{e^x}{e^{2x}(e^x-1)} dx, \quad \int \frac{e^x+3}{e^{2x}-1} dx, \quad \int \frac{\tan x+2}{\tan^2 x+4} dx, \quad \int \frac{\tan x}{\tan x+2} dx \\ & \int \frac{e^x+5}{e^{2x}+e^x-12} dx, \quad \int \frac{e^x+1}{e^{2x}+2e^x+8} dx, \quad \int \frac{dx}{e^x+2} \\ & \int \frac{1}{(x-3)^2} \log(x+1) dx, \quad \int \frac{x}{\sqrt{x}+1} dx, \quad \int \frac{1}{x^2} \arctan x^2 dx, \\ & \int \frac{\log x + 1}{x(\log^2 x + \log x + 4)} dx, \quad \int \frac{\sin x(\cos x + 1)}{\cos^3 x + \sin^2 x - 1} dx. \end{aligned}$$

3 Determinare i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} & \int (\sin^3 x) (\cos^4 x) dx, \quad \int (\sin^4 x) (\cos^4 x) dx, \\ & \int \cos^2 x \sin^4 x dx, \quad \int (\cos^3 x) (\sin^6 x) dx \end{aligned}$$

4 Determinare i seguenti integrali definiti

$$\int_0^{\frac{3\pi}{4}} \frac{|\cos x|}{\sin^2 x + 2 \sin x + 2} dx, \quad \int_1^4 \frac{|\log x - 1|}{x \log^2 x + x} dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(2 + \cos 2x)^2} dx,$$
$$\int_0^2 \frac{|2x - 3|}{x^2 - 5x + 6} dx, \quad \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx, \quad \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x}{3 + \cos^2 x} dx$$

5 Calcolare i seguenti integrali definiti

$$\int_{-1}^1 \frac{|e^x - 1|}{e^{2x} + 1} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{|x|}{x^3 + 8} dx$$
$$\int_0^{\pi} \frac{|\sin 2x| \sin x}{\sin^2 x + 4} dx, \quad \int_1^3 x \log(1 + |x^2 - 4|) dx.$$

6 Determinare la funzione $F(x)$ primitiva in \mathbb{R} della funzione definita dalla legge

$$f(x) = e^{-x^2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

e tale che $F(4) = e$.

7 Determinare la funzione F , primitiva nell'intervallo $]0, \frac{\pi}{2}[$ della funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{1}{\tan x + 1}$$

e tale che $F(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{8}$

8 Determinare la funzione F , primitiva della funzione nell'intervallo $]0, +\infty[$ della funzione definita dalla legge

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$$

e tale che $F(1) = \log(e - 1)$

9 Determinare la funzione F , primitiva nell'intervallo $[0, 2]$ della funzione definita dalla legge

$$f(x) = |x^2 - x|$$

e tale che $F(\frac{1}{2}) = \frac{1}{12}$.

10 Determinare la funzione F , primitiva nell'intervallo $[-1, 2]$ della funzione definita dalla legge

$$\begin{cases} \sin(x - 1) + 2 & \text{se } x < 1 \\ x^2 + \cos(x - 1) & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

e tale che $F(0) = 0$

11 Determinare, se esistono, tutte le primitive nell'intervallo $[-1, 1]$ della funzione definita dalla legge

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

e, fra esse, determinare la funzione F tale che $F(\frac{\pi}{6}) = \frac{3}{2}$

12 Determinare $F(x)$ primitiva in $]1, +\infty[$ della funzione definita dalla legge

$$f(x) = |x - 2| \log \frac{x - 1}{x + 1}$$

tale che $F(2) = 0$.

13 Determinare $F(x)$ primitiva in \mathbb{R} della funzione definita dalla legge

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ x \arctan \frac{1}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

e tale che

$$F(0) = 2.$$

14 Data la funzione definita dalla legge

$$G(x) = \int_1^{1+x^2} \sqrt{3+t^2} dt$$

i) calcolarne la derivata prima;

ii) scrivere l'equazione della retta tangente al suo grafico nel punto di ascissa $x = 0$.

15 Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{\sin x} (e^{t^2} - 1) dt.$$