

Equazioni differenziali

1 Trovare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$\begin{aligned}
 y' &= e^x (y - 2) & 2+2Ke^{(e^x)} \\
 y' - 2xy &= x & Ke^{(x^2)}-1/2 \\
 y'' - y' - 2y &= e^{2x} (x + 3) & K1e^{2x}+K2e^{(-x)}+e^{2x}(1/6x^2+8/9x) \\
 y'' + 3y' - 4y &= 2x e^{3x} & K1e^x+K2e^{(-4x)}+e^{3x}(1/7x-9/98) \\
 y'' - 8y' + 16y &= e^{-x} & K1e^{4x}+K2xe^{4x}+1/25e^{(-x)} \\
 y'' - 2y' + y &= e^x (x + 3) & K1e^x+K2xe^x+e^x(1/6x^3+3/2x^2) \\
 y'' - 9y &= x + 1 & K1e^{3x}+K2e^{(-3x)}-1/9x-1/9 \\
 y'' + 2y' - 8y &= e^x (x^2 + 1) & K1e^{2x}+K2e^{(-4x)}+e^x(-1/5x^2-4/25x-51/125) \\
 y'' + 2y' - 15y &= (2x + 1) e^x \\
 y'' + 3y' - 4y &= x^2 e^x \\
 y'' + y' &= x - 6 \\
 y'' + 4y &= \cos 2x - \sin 2x & K1e^{2ix}+K2e^{(-2ix)}+1/4x\sin(2x)+1/4x\cos(2x) \\
 y'' + 2y &= 4 \sin \sqrt{2} x & K1\cos(\sqrt{2}(x))+K2(\sin(\sqrt{2}x))-\sqrt{2}x\cos(\sqrt{2}x) \\
 y'' - 2y' - 3y &= e^x (\cos x - 3 \sin x) & K1e^{(-x)}+K2e^{3x}-1/5e^x\cos(x)+3/5e^x\sin(x)
 \end{aligned}$$

2 Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} y'' + 4y = xe^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases} & \begin{aligned} &K1\cos(2x)+K2\sin(2x)+e^x(1/5x-2/25) \\ &K1=2/25; K2=36/25 \end{aligned} \\
 &\begin{cases} y'' - 3y' = 3x + 1 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases} & \begin{aligned} &K1e^{3x}+K2-1/2x^2-2/3x \\ &K1=2/9; K2=7/9 \end{aligned} \\
 &\begin{cases} y' + (\cos x)y = \cos x \\ y(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{e} \end{cases} & \begin{aligned} &Ke^{(-\sin(x))}+1 \\ &K=1-e \end{aligned} \\
 &\begin{cases} y' - xy = 3x \\ y(1) = 0 \end{cases} & \begin{aligned} &3+3Ke^{(x^2/2)} \\ &K=-e^{1/2}/e \end{aligned}
 \end{aligned}$$

3 Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

(a) $y' = \frac{1}{xy}$

(b) $y' = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$

(c) $y' = -\frac{2x}{1+x^2}y + \frac{1}{x(1+x^2)}$

4 Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

(a) $y'' + y - 1 = x \sin x$

(b) $y'' - 2y' + 2y = -2(\sin x - \cos x)e^x$

(c) $y'' - 4y = 4xe^{2x}$

5 Determinare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' - 2y' + 2y = 0$$

verificante le condizioni

$$y(0) = y(\pi) = 0, \quad \int_0^\pi y(x) dx = 2$$

6 Risolvere l'equazione differenziale

$$y' + y \tan x = -\frac{1}{\cos x}$$

7 Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = yx \sin x + e^{-x \cos x} \cos x \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' + \frac{6x}{1+3x^2}y = \arctan x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$