

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
Corso di Laurea in INFORMATICA
Elementi di Analisi Matematica 2 (Proff. R. Cirmi e O.Naselli)

1) Stabilire il carattere delle seguenti serie

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^{\infty} \log \frac{3n^2+1}{(n+2)^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n+3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2+3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (1-n^2) \\
& \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^4+8}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3-6}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+2}{(n+1)^5} \\
& \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^2}{(n+6)^8}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{2n+1}{n^2+3}\right)}{n\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n-1}{n^2+3}\right)}{n^2+5}, \\
& \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\cos\frac{2}{n^2}}{\frac{1}{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{n^2+4}, \\
& \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+8}{n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n+3}, \\
& \sum_{n=1}^{\infty} 4^n \sin \frac{1}{2^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{1}{4^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n^3}{3^n+n^2 2^n}
\end{aligned}$$

2) Stabilire, al variare del parametro reale x , il carattere delle seguenti serie, e in caso di convergenza calcolarne la somma

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1-2x)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} 3^{4nx-1}$$

3) Stabilire, al variare del parametro reale x , il carattere delle seguenti serie,

$$x < 0? \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1} x^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(2n+1)\sqrt{n^5+6}} x^n$$

4) Quali delle seguenti serie sono geometriche?

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^{\infty} (\cos 3)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \cos 3^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}, \\
& \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^3}}{2^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n)}{n^2}, \\
& \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^{n+1}}
\end{aligned}$$

5) Quali delle seguenti serie numeriche sono convergenti?

$$(1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n} \log(n+1)}; \quad (2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{3^{2n}}; \quad (3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n^2(n-1)!}; \quad (4) \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n\sqrt[5]{n}} \right]$$

- ☐ a) (1) e (2);
- ☐ b) (2) e (3);
- ☐ c) (3) e (4);
- ☐ d) (1) e (4).

6) Quali delle seguenti serie numeriche sono convergenti?

$$(1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^3} \tan \frac{1}{n}; \quad (2) \sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{(-1)^n}{3^{n+2}} - n \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right) \right]; \quad (3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{(2n)!}; \quad (4) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n\sqrt{n}}$$

- ☐ a) (1) e (2);
- ☐ b) (1) e (4);
- ☐ c) solo la (1);
- ☐ d) (1) e (3).

7) Data la serie (*) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + 3^{2nx} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, è vero che:

- ☐ a) la (*) diverge per ogni $x \in \mathbb{R}$;
- ☐ b) la (*) converge solo se $x < 0$;
- ☐ c) la (*) converge solo se $x < -\frac{1}{9}$;
- ☐ d) la (*) converge per ogni $x < 1$.

8) Quali delle seguenti serie numeriche non sono convergenti?

$$(1) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^{n^2} n!}; \quad (2) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \left(\frac{1}{\sqrt{n}+2} \right); \quad (3) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right); \quad (4) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \arctan \frac{\pi^{n^2+1}}{\ln(n^2+1)}$$

- ☐ a) (2) e (4);
- ☐ b) (2) e (3);
- ☐ c) (1) e (3);
- ☐ d) (1) e (4).

9) Quali delle seguenti serie numeriche sono divergenti positivamente?

$$(1) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right) n^2; \quad (2) \sum_{n=1}^{+\infty} \tan \frac{n+1}{n\sqrt{n}+1}; \quad (3) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{n^{n+1}}$$

- ☐ a) (1) e (2);
- ☐ b) (2) e (3);
- ☐ c) (1) e (3);
- ☐ d) solo una delle tre.