

## Remarque

Les algorithmes du programme, précédés de \*, pourraient être décloisonnés dans la partie Algorithmique pour illustrer ou travailler les notions de condition, boucle. Ce décloisonnement laisse le choix à l'enseignant une double entrée :

- soit aborder la notion par le chapitre de la notion
- soit par l'algorithmique puis revenir en synthèse sur la notion.

Dans les chapitres, on propose des exercices de lecture ou modification d'algorithme seulement.

Dans la partie **Algorithmique et programmation**, on propose des exercices de lecture, de modification et de création.

## 1 Algorithmique et programmation

### Contenus

1. Choisir ou déterminer le type d'une variable (entier, flottant ou chaîne de caractères).
2. Concevoir et écrire une instruction d'affectation, une séquence d'instructions, une instruction conditionnelle.
3. Écrire une formule permettant un calcul combinant des variables.
4. Programmer, dans des cas simples, une boucle bornée, une boucle non bornée.
5. Dans des cas plus complexes : lire, comprendre, modifier ou compléter un algorithme ou un programme.

## 2 Arithmétique

### Contenus

1. Notations  $\mathbb{N}$  et  $\mathbb{Z}$
2. Définition des notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair.

### Capacités attendues

1. Modéliser et résoudre des problèmes mobilisant les notions de multiple, de diviseur, de nombre pair, de nombre impair, de nombre premier.
2. Présenter les résultats fractionnaires sous forme irréductible.

### Démo

1. Pour une valeur numérique de  $a$ , la somme de deux multiples de  $a$  est multiple de  $a$ .
2. Le carré d'un nombre impair est impair.

### Algorithmique

1. \*Déterminer si un entier naturel  $a$  est multiple d'un entier naturel  $b$ .
2. Pour des entiers  $a$  et  $b$  donnés, déterminer le plus grand multiple de  $a$  inférieur ou égal à  $b$ .
3. \*Déterminer si un entier naturel  $n$  est premier.

## 3 Ensembles de nombres et calculs numériques

### Contenus

1. Ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels, droite numérique.
2. Ensemble  $\mathbb{D}$  des nombres décimaux.
3. Ensemble  $\mathbb{Q}$  des nombres rationnels. Nombres irrationnels ; exemples fournis par la géométrie, par exemple  $\sqrt{2}$  et  $\pi$ .

### Capacités attendues

1. Associer à chaque point de la droite graduée un unique nombre réel et réciproquement.
2. Développer la pratique du calcul numérique (relatifs, rationnels, puissances)

### Démo

1. Le nombre réel  $\sqrt{2}$  est irrationnel.
2. Le nombre rationnel  $\frac{1}{3}$  n'est pas décimal.

### Approfondissement

1. Développement décimal illimité d'un nombre réel.
2. Observation, sur des exemples, de la périodicité du développement décimal de nombres rationnels, du fait qu'un développement décimal périodique correspond à un rationnel.

### Algorithmique

1. \*Déterminer la première puissance d'un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.

## 4 Intervalles et valeur absolue

### Contenus

1. Intervalles de  $\mathbb{R}$ . Notations  $\infty$ .
2. Notation  $|a|$ . Distance entre deux nombres réels.
3. Règles de calcul sur les puissances entières relatives, sur les racines carrées.  $\sqrt{a^2} = |a|$
4. Représentation de l'intervalle  $[a - r, a + r]$  puis caractérisation par la condition  $|x - a| \leq r$ .
5. Encadrement décimal d'un nombre réel à  $10^{-n}$  près.

### Capacités attendues

1. Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
2. Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
3. Dans le cadre de la résolution de problèmes, arrondir en donnant le nombre de chiffres significatifs adapté à la situation étudiée.

### Algorithmique

1. \*Déterminer par balayage un encadrement de  $\sqrt{2}$  d'amplitude inférieure ou égale à  $10^{-n}$ .

## 5 Calcul littéral , identités remarquables et équations

### Contenus

1. Identités  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  et  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ , à savoir utiliser dans les deux sens.
2. Exemples simples de calcul sur des expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.
3. Ensemble des solutions d'une équation (équation du premier degré, équation du second degré simple, équation-produit, équation-quotient).

### Capacités attendues

1. Effectuer des calculs numériques ou littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
2. Sur des cas simples de relations entre variables (par exemple  $U = RI$ ,  $d = vt$ ,  $S = \pi r^2$ ,  $V = abc$ ,  $V = \pi r^2 h$ ), exprimer une variable en fonction des autres. Cas d'une relation du premier degré  $ax + by = c$ .
3. Choisir la forme la plus adaptée (factorisée, développée réduite) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.
4. Comparer deux quantités en utilisant leur différence, ou leur quotient dans le cas positif

### Démo

1. Quels que soient les réels positifs  $a$  et  $b$ , on a  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ .
2. Si  $a$  et  $b$  sont des réels strictement positifs,  $\sqrt{a+b} < \sqrt{a}\sqrt{b}$ .
3. Pour  $a$  et  $b$  réels positifs, illustration géométrique de l'égalité  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

### Approfondissement

1. Développement de  $(a + b + c)^2$ .
2. Développement de  $(a + b)^3$
3. Inégalité entre moyennes géométrique et arithmétique de deux réels strictement positifs.

## 6 Généralités sur les fonctions, fonctions de référence

### Contenus

1. Fonction à valeurs réelles (4 représentations : expression, algo, courbe, tableau)
2. Courbe représentative : la courbe d'équation  $y = f(x)$  est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées  $(x, y)$  vérifient  $y = f(x)$ .
3. Fonctions carré, inverse, racine carrée, cube : définitions et courbes représentatives.
4. Fonction paire, impaire. Traduction géométrique.
5. Croissance, décroissance, monotonie d'une fonction définie sur un intervalle. Tableau de variations.
6. Maximum, minimum d'une fonction sur un intervalle.
7. Pour une fonction affine, interprétation du coefficient directeur comme taux d'accroissement, variations selon son signe.
8. Variations des fonctions carré, inverse, racine carrée, cube.

### Capacités attendues

1. Exploiter l'équation  $y = f(x)$  d'une courbe : appartenance, calcul de coordonnées.
2. Modéliser par des fonctions des situations issues des mathématiques, des autres disciplines.
3. Résoudre une équation ou une inéquation du type  $f(x) = k$  en choisissant une méthode adaptée : graphique, algébrique, logicielle.
4. Relier représentation graphique et tableau de variations.
5. Déterminer graphiquement les extremums d'une fonction sur un intervalle.
6. Exploiter un logiciel de géométrie dynamique ou de calcul formel, la calculatrice ou Python pour décrire les variations d'une fonction donnée par une formule.
7. Relier sens de variation, signe et droite représentative d'une fonction affine.
8. Pour les fonctions affines, carré, inverse, racine carrée et cube, résoudre graphiquement ou algébriquement une équation du type  $f(x) = k$ .
9. Résoudre, graphiquement ou à l'aide d'un outil numérique, une inéquation du type  $f(x) < g(x)$ .

### Démo

1. Variations des fonctions Carré, Inverse, Racine carrée.

### Algorithmique

1. \*Pour une fonction dont le tableau de variations est donné, algorithmes d'approximation numérique d'un extremum (balayage, dichotomie).
2. \*Algorithme de calcul approché de longueur d'une portion de courbe représentative de fonction.

### Approfondissement

1. Relier les courbes représentatives de la fonction racine carrée et de la fonction carré sur  $\mathbb{R}^+$ .
2. Étudier la parité d'une fonction dans des cas simples.

## 7 Signe de fonction et inéquations

### Contenus

1. Somme d'inégalités. Produit d'une inégalité par un réel positif, négatif, en liaison avec le sens de variation d'une fonction affine.
2. Pour deux nombres  $a$  et  $b$  donnés et une fonction de référence  $f$ , comparer  $f(a)$  et  $f(b)$  numériquement ou graphiquement.
3. Pour les fonctions affines, carré, inverse, racine carrée et cube, résoudre graphiquement ou algébriquement une inéquation du type  $f(x) < k$ .

### Capacités attendues

1. Résoudre une inéquation du type  $f(x) < k$ , en choisissant une méthode adaptée : graphique, algébrique, logicielle.
2. Résoudre une équation, une inéquation produit ou quotient, à l'aide d'un tableau de signes.
3. Résoudre, graphiquement ou à l'aide d'un outil numérique une inéquation du type  $f(x) < g(x)$ .

## 8 Configuration du plan

### Contenus

1. Projeté orthogonal d'un point sur une droite.

### Capacités attendues

1. Résoudre des problèmes de géométrie plane sur des figures simples ou complexes (triangles, quadrilatères, cercles).
2. Calculer des longueurs, des angles, des aires et des volumes.
3. Traiter de problèmes d'optimisation.

### Démo

1. Le projeté orthogonal du point M sur une droite  $\Delta$  est le point de la droite  $\Delta$  le plus proche du point M.
2. Relation trigonométrique  $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$  dans un triangle rectangle

## 9 Géométrie vectorielle

### Contenus

1. Vecteur  $\overrightarrow{MM'}$  associé à la translation qui transforme M en M'. Direction, sens et norme.
2. Égalité de deux vecteurs. Notation  $\vec{u}$ . Vecteur nul.
3. Somme de deux vecteurs en lien avec l'enchaînement des translations. Relation de Chasles.

### Capacités attendues

1. Représenter géométriquement des vecteurs.
2. Construire géométriquement la somme de deux vecteurs

### Démo

1. Le projeté orthogonal du point M sur une droite  $\Delta$  est le point de la droite  $\Delta$  le plus proche du point M.
2. Relation trigonométrique  $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$  dans un triangle rectangle

### Approfondissement

1. Démontrer que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
2. Expression de l'aire d'un triangle :  $\frac{1}{2}absin\hat{C}$ .
3. Formule d'Al-Kashi.
4. Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit.
5. Définition vectorielle des homothéties.

## 10 Géométrie analytique

### Contenus

1. Base orthonormée. Coordonnées d'un vecteur. Expression de la norme d'un vecteur.
2. Expression des coordonnées de  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de celles de A et de B.
3. Produit d'un vecteur par un nombre réel. Colinéarité de deux vecteurs.
4. Déterminant de deux vecteurs dans une base orthonormée, critère de colinéarité. Application à alignement, au parallélisme

### Capacités attendues

1. Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs, d'un produit d'un vecteur par un nombre réel.
2. Calculer la distance entre deux points. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.
3. Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.
4. Résoudre des problèmes en utilisant la représentation la plus adaptée des vecteurs

### Démo

1. Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul

### Algorithmique

1. \*Étudier l'alignement de trois points dans le plan.

## 11 Équations de droite et systèmes d'équations

### Contenus

1. Vecteur directeur d'une droite.
2. Équation de droite : équation cartésienne, équation réduite.
3. Pente (ou coefficient directeur) d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées

### Capacités attendues

1. Déterminer une équation de droite à partir de deux points, un point et un vecteur directeur ou un point et la pente.
2. Déterminer la pente ou un vecteur directeur d'une droite donnée par une équation ou une représentation graphique.
3. Tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite.
4. Établir que trois points sont alignés ou non.
5. Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes.
6. Résoudre un système de deux équations linéaires à deux inconnues, déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes

### Démo

1. En utilisant le déterminant, établir la forme générale d'une équation de droite

### Algorithmique

1. \*Déterminer une équation de droite passant par deux points donnés

### Approfondissement

1. Ensemble des points équidistants d'un point et de l'axe des abscisses.
2. Représentation, sur des exemples, de parties du plan décrites par des inégalités sur les coordonnées.

## 12 Proportions et pourcentages

### Contenus

1. Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.
2. Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.
3. Évolution : variation absolue, variation relative.
4. Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).

### Capacités attendues

1. Exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.
2. Traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.
3. Exploiter la relation entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution.
4. Calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs. Calculer un taux d'évolution réciproque.

## 13 Statistiques

### Contenus

1. Indicateurs de tendance centrale d'une série statistique : moyenne pondérée.
2. Linéarité de la moyenne.
3. Indicateurs de dispersion : écart interquartile, écart type.

### Capacités attendues

1. Décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données.
2. Pour des données réelles ou issues d'une simulation, lire et comprendre une fonction écrite en Python renvoyant la moyenne  $m$ , l'écart type  $s$ , et la proportion d'éléments appartenant à  $[m - 2s, m + 2s]$

## 14 Probabilités

### Contenu

1. Ensemble (univers) des issues. Événements. Réunion, intersection, complémentaire.
2. Loi (distribution) de probabilité. Probabilité d'un événement : somme des probabilités des issues.
3. Relation  $P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
4. Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres.

### Capacités attendues

1. Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité dans une population) en comprenant que les probabilités sont définies *a priori*.
2. Construire un modèle à partir de fréquences observées, en distinguant nettement modèle et réalité.
3. Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves

## Échantillonnage

### Contenus

1. Échantillon aléatoire de taille  $n$  pour une expérience à deux issues.
2. Version vulgarisée de la loi des grands nombres : « Lorsque  $n$  est grand, sauf exception, la fréquence observée est proche de la probabilité. »
3. Principe de l'estimation d'une probabilité, ou d'une proportion dans une population, par une fréquence observée sur un échantillon.

### Algo

1. Lire et comprendre une fonction Python renvoyant le nombre ou la fréquence de succès dans un échantillon de taille  $n$  pour une expérience aléatoire à deux issues.
2. Observer la loi des grands nombres à l'aide d'une simulation sur Python ou tableur.
3. \*Simuler  $N$  échantillons de taille  $n$  d'une expérience aléatoire à deux issues. Si  $p$  est la probabilité d'une issue et  $f$  sa fréquence observée dans un échantillon, calculer la proportion des cas où l'écart entre  $p$  et  $f$  est inférieur ou égal à  $\frac{1}{\sqrt{n}}$