

Programme de colles, semaine 1
23 au 27 septembre

Notions

Logique

- Proposition, valeur de vérité
- Opérateurs ou, et, non, \implies , \iff (définis à partir de leurs tables de vérité);
- Quantificateurs \forall , \exists , $\exists!$. Négation d'une proposition quantifiée.

Rédaction

- Quelques règles générales.
- Comment on rédige en général la démonstration : d'une implication, d'un énoncé universel, d'un énoncé existentiel.
- Démonstration par récurrence, par l'absurde
- Résolution d'équation par équivalences.

Notations \sum et \prod

- Définition
- Des sommes à connaître : $\sum_{k=1}^n 1$, $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n q^k$
- Formules : $\sum_{k=1}^n (a_i + b_i)$, $\sum_{k=1}^n \lambda a_i$, $\sum_{k=1}^n (a_{i+1} - a_i)$
- Formules : $\prod_{k=1}^n a_i b_i$, $\prod_{k=1}^n a_i^\lambda$, $\prod_{k=1}^n \frac{a_{i+1}}{a_i}$
- Sommes doubles, interversion des sommes.
- Changement de variable

Note : la formule du binôme de Newton et la factorisation de $a^n - b^n$ ne sont pas exigibles

Nombres complexes

- Construction rapide de \mathbb{C}
- Parties réelles et imaginaires, affixe/image, plan complexe
- Conjugué : définition et propriétés
- Module : définition, propriétés, inégalité triangulaire, ensemble \mathbb{U} des complexes de module 1.
- Notation $e^{i\theta}$, propriétés, formules de Moivre et Euler.
- Formes trigonométrique et exponentielle.
- Argument, propriétés.
- Transformation de $\cos(n\theta)$, $\sin(n\theta)$, $\cos^n(\theta)$, $\sin^n(\theta)$.
- Racines n -ièmes.
- Racines carrées et équation du second degré à coefficients complexes.

Questions de cours

1. Formule $\sum_{k=1}^n k^2 = \dots$, avec démonstration par récurrence.
2. Inégalité triangulaire $|z + z'| \leq |z| + |z'|$.
3. Linéarisation de $\cos^3(\theta)$ et expression de $\cos(3\theta)$ comme polynôme en $\cos \theta$.
4. Équation du second degré à coefficients complexes.