Statistik II

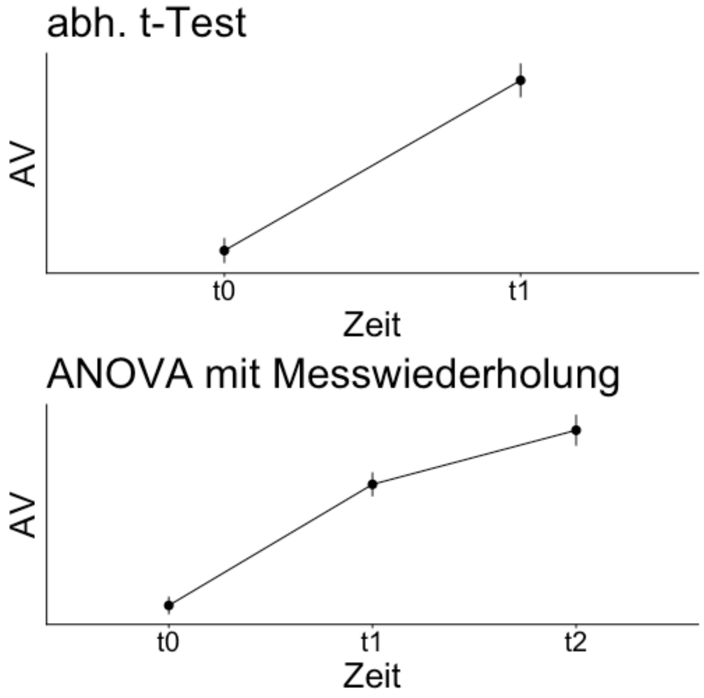
Einheit 8: ANOVA mit Messwiederholung

Wintersemester 2025 | Prof. Dr. Stephan Goerigk

ANOVA mit Messwiederholung

Kurzvorstellung

- Viele wiss. Untersuchungen verwenden Messwiederholungen
- Gründe:
  - Untersuchung zeitlicher Veränderung eines Merkmals (z.B. Lernen, Gesundung)
  - Statistische Vorteile beim Studiendesign (z.B. mehr Teststärke)
- Wichtig: **Dieselben** Personen werden **mehrfach** erfasst
- Daten sind **abhängig** voneinander (Verletzung Unabhängigkeitsvoraussetzung bei ANOVA)
- Graphische Darstellung i.d.R. mittels Line-Graph
  - Punkte = Mittelwert zu Zeitpunkt t_i (wie Balkendiagramm)
  - Linie symbolisiert Messwiederholungen



ANOVA mit Messwiederholung

Logik ANOVA mit Messwiederholung

- Prüft, ob sich die Ausprägung eines Merkmals zu ≥ 2 Messzeitpunkten unterscheidet
- Erweiterung des abhängigen t-Tests
- Simultaner Vergleich beliebig vieler Zeitpunkte mittels Omnibustest
  - Vermeidung von α-Fehlerkumulierung
  - Vermeidung von verringerter Teststärke
- Prinzip wie bei einfaktorieller ANOVA ohne Messwiederholung, jedoch mit leicht abgewandelten Formeln, um Abhängigkeit der Messungen zu entsprechen

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Hypothesen bei Messwiederholungsdesigns

Vorteil der ANOVA mit Messwiederholung:

- Logik des **Omnibustests** bei messwiederholten Daten
- Es werden die Mittelwerte aller Zeitpunkte auf einmal miteinander verglichen.
- H_0 abh. t-Tests:
    - $\mu_{t1} = \mu_{t2}$
    - $\mu_{t1} = \mu_{t3}$
    - $\mu_{t2} = \mu_{t3}$
- H_0 ANOVA mit Messwiederholung:
    - $\mu_{t1} = \mu_{t2} = \mu_{t3}$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Zerlegung der Gesamtvarianz:

Wir müssen uns wiederum fragen, weshalb Messungen unterschiedlich (mit Varianz) ausfallen

Nach wie vor gibt es 2 denkbare Ursachen für die Gesamtvarianz:

1. systematische Einflüsse (experimentelle Manipulation)
2. unsystematische Einflüsse (nicht erklärbare Restvarianz aka. Residualvarianz)

Spezialfall Messwiederholung:

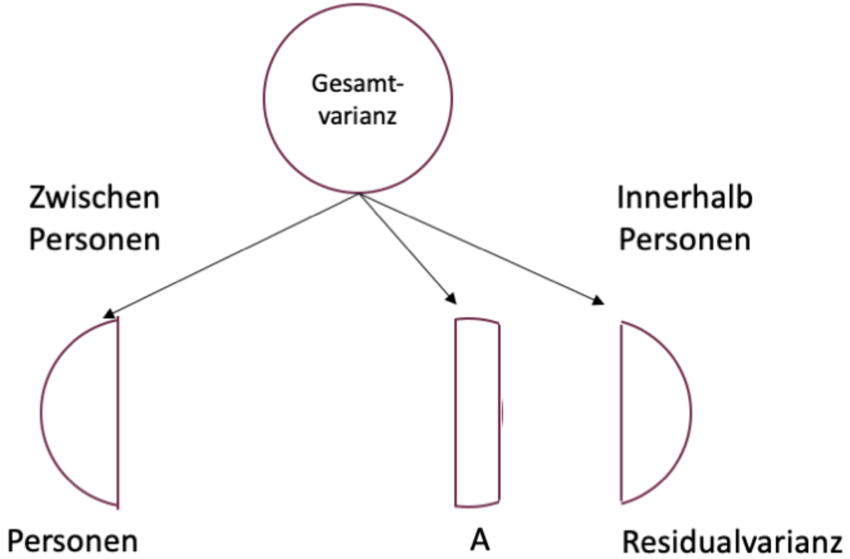
- Aufgrund der wiederholten Messungen beziehen sich beide Varianzquellen auf Unterschiede **innerhalb der Personen**
- Zusätzliche Varianzquelle: Unterschiede **zwischen den Personen** (Personenvarianz σ^2_{Vpn} - z.B. Persönlichkeit, Motivation)

$$\sigma^2_{gesamt} = \sigma^2_{Vpn} + \sigma^2_{Zeit} + \sigma^2_{Res}$$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Zerlegung der Gesamtvarianz:



ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Bestandteile der Residualvarianz:

- Residualvarianz besteht im Falle von Messwiederholungen aus 2 Komponenten:
    - Wechselwirkung aus Personenfaktor und den Stufen des Messwiederholungsfaktors (Zeit)
    - restliche unsystematische Einflüsse
- Beide Komponenten auf Stichprobenebene nicht voneinander abgrenzbar

→ Personenfaktor kann nicht systematisch von Forscher:innen variiert werden (hätten dann wieder Zwischengruppendesign statt reine Messwiederholung)

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel händisch (kleiner Datensatz)

- Datensatz für $N = 5$ Patient:innen nach Schlaganfall
- **Forschungsfrage:** Kann kognitives Training Merkfähigkeit verbessern?
- Es wurden folgende Variablen gemessen:
  - Gedächtnisleistung (AV; 0-50 Punkte) $\rightarrow$ nach jeder Trainingseinheit gemessen
- "Indirekte" Variable im Datensatz
  - Zeitpunkt (UV, 3 Messungen)

$\rightarrow$ Numerische Frage: Anstieg mit zunehmenden Trainingseinheiten?

id	t0	t1	t2	P(m)
1	9	19	22	16.67
2	10	17	18	15
3	13	15	19	15.67
4	10	17	21	16
5	10	15	19	14.67
A(i)	10.4	16.6	19.8	15.6

- A_i Mittelwert pro Zeitpunkt
- P_m Mittelwert der Person über Zeitpunkte hinweg

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Varianzschätzungen:

- Die Varianzschätzungen der ANOVA mit Messwiederholung gehen von einer Interaktion der Messwiederholung mit unspezifischen Personencharakteristika aus
- Die Formeln ähneln daher eher denen der mehrfaktoriellen ANOVA mit Interaktionseffekt
- Auch hier wird von "erwarteten Werten" ausgegangen

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Residualvarianz:

- Erfolgt über die Abweichung der gemessenen Werte von den, allein auf Grund von
  1. den Mittelwerten zu jedem Zeitpunkt
  2. den aufgrund der Personenmittelwerte zu **erwartenden** Werten $(x_{im(erwartet)})$
- Entspricht Vorgehen für Varianz der Interaktion zwischen 2 Faktoren
- Erwartete Werte setzen sich zusammen aus:
  - Gesamtmittelwert $(\bar{G})$
  - Einfluss des Messwiederholungsfaktors $(\bar{A}_i)$
  - Einfluss des Personenfaktors $(\bar{P}_m)$

$$x_{im(erwartet)} = \bar{G} + (\bar{A}_i - \bar{G}) + (\bar{P}_m - \bar{G}) = \bar{A}_i + \bar{P}_m - \bar{G}$$

$x_{im(erwartet)} =$ Erwarteter Wert der Person m in der Messwiedeholung i des Messwiederholungsfaktors A.

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Residualvarianz:

- Die geschätzte Residualvarianz $(\hat{\sigma}^2_{Res})$ berechnet sich aus den quadrierten Abweichungen $(QS_{A\,\mathrm{x}\,Vpn})$ der beobachteten von den erwarteten Messwerten
- Sie wird somit aus der Varianz der Wechselwirkung zwischen Messwiederholungsfaktor und Personenfaktor geschätzt

$$\hat{\sigma}^2_{A\,\mathrm{x}\,Vpn} = \frac{QS_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}}{df_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{m=1}^{N}[x_{im} - (\bar{A}_i + \bar{P}_m - \bar{G})]^2}{(p-1)\cdot(n-1)}$$

mit:

- p = Gesamtzahl der Stufen des Messwiederholungsfaktors (Laufindex i)
- n = Gesamtzahl der Personen (Laufindex m)

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Residualvarianz:

Berechnung der Residualvarianz im Beispiel:

$$\hat{\sigma}^2_{A \text{ x } Vpn} = \frac{[9-(10.4+16.67-15.6)]^2 + ..[19-(19.8+14.67-15.6)]^2}{(3-1)\cdot(5-1)} = \frac{23.6}{8} = 2.95$$

mit

- $df_{A \text{ x } Vpn} = (3-1)\cdot(5-1) = 8$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Personenvarianz:

- Erfolgt über die sogenannte Varianz zwischen Versuchspersonen
- Besteht aus den Unterschieden zwischen den über alle Zeitpunkte gemittelten Werten P_m
- Exakter Wert für Berechnung der Varianzanalyse mit Messwiederholung irrelevant

$\rightarrow$ Wir verzichten an dieser Stelle auf die Formel

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Systematische Varianz:

- Setzt sich aus den Unterschieden zwischen Mittelwerten der Messzeitpunkten zusammen (Zeiteffekt)
- Lässt sich nicht isoliert, sondern nur in Kombination mit Residualvarianz schätzen (wie bei ANOVA ohne Messwiederholung)

Geschätzt wird die Varianz des Haupteffekts A :

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{QS_A}{df_A} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{p}(\bar{A}_i - \bar{G})^2}{p-1}$$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Systematische Varianz:

Berechnung der systematischen Varianz im Beispiel:

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{5 \cdot [(10.4 - 15.6)^2 + (16.6 - 15.6)^2 + (19.8 - 15.6)^2]}{3 - 1} = \frac{228.4}{2} = 114.2$$

mit

- $df_A = 3 - 1 = 2$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Signifikanzprüfung:

- Püfung, ob sich die Messzeitpunkte signifikant unterscheiden
- F-Bruch (emp. F-Wert) wird gebildet aus geschätzter systematischer Varianz für Messwiederholungsfaktor (A) und der geschätzten Residualvarianz

$$F_{A(df_A, df_{Res})} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{Res}} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{A \,\mathrm{x}\, Vpn}}$$

mit

- $df_A = p - 1$
- $df_{A \,\mathrm{x}\, Vpn} = (p-1) \cdot (n-1)$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Signifikanzprüfung:

Berechnung des F-Bruchs im Beispiel:

$$F_{A(2,8)} = \frac{114.2}{2.95} = 38.71$$

$F_{krit(2,8)} = 4.46$ (F-Tabelle)

$F_{A(2,8)} > F_{krit(2,8)} \rightarrow$ Der Test ist signifikant.

$\rightarrow$ Es besteht ein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten der wiederholten Messungen.

$\rightarrow$ Anders gesagt: Es erfolgt eine signifikante Veränderung über die Zeit.

Nenner-df	Fläche	Zähler-df 1	2	3
1	0,75	5,83	7,50	8,20
	0,90	39,9	49,5	53,6
	0,95	161	200	216
2	0,75	2,57	3,00	3,15
	0,90	8,53	9,00	9,16
	0,95	18,5	19,0	19,2
	0,99	98,5	99,0	99,2
3	0,75	2,02	2,28	2,36
	0,90	5,54	5,46	5,39
	0,95	10,1	9,55	9,28
	0,99	34,1	30,8	29,5
4	0,75	1,81	2,00	2,05
	0,90	4,54	4,32	4,19
	0,95	7,71	6,94	6,59
	0,99	21,2	18,0	16,7
5	0,75	1,69	1,85	1,88
	0,90	4,06	3,78	3,62
	0,95	6,61	5,79	5,41
	0,99	16,3	13,3	12,1
6	0,75	1,62	1,76	1,78
	0,90	3,78	3,46	3,29
	0,95	5,99	5,14	4,76
	0,99	13,7	10,9	9,78
7	0,75	1,57	1,70	1,72
	0,90	3,59	3,26	3,07
	0,95	5,59	4,74	4,35
	0,99	12,2	9,55	8,45
8	0,75	1,54	1,66	1,67
	0,90	3,46	3,11	2,92
	0,95	5,32	4,46	4,07
	0,99	11,3	8,65	7,59

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

- Datensatz für $N = 15$ Patient:innen nach Schlaganfall
- **Forschungsfrage:** Kann kognitives Training Merkfähigkeit verbessern?
- Es wurden folgende Variablen gemessen:
    - Gedächtnisleistung (AV; 0-50 Punkte) $\rightarrow$ nach jeder Trainingseinheit gemessen
- "Indirekte" Variable im Datensatz
    - Zeitpunkt (UV, 3 Messungen)

$\rightarrow$ Numerische Frage: Anstieg mit zunehmenden Trainingseinheiten?

id	t0	t1	t2
1	9	19	22
2	10	17	18
3	13	15	19
4	10	17	21
5	10	15	19
6	13	17	20
7	11	17	20
8	7	11	13
9	9	14	15
10	9	14	15
11	12	15	16
12	11	19	21
13	11	17	16
14	10	14	20
15	9	18	22

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

Wide vs. Long-Format:

- Datensätze können entweder im Wide- oder Long-Format vorliegen, wobei jede Formatierung ihre eigenen Vor- und Nachteile aufweist.

Wide-Format:

- Daten in einer breiten Tabelle dargestellt
- Jede Variable hat eine eigene Spalte
- Übersichtliche Sicht auf die Daten, insbesondere wenn es viele Variablen gibt

Wichtig: Jede Person hat eine Zeile. Gibt es Messwiederholungen (hier t1, t2 und t3 der Gedächtnisleistung), erhält jede Messung seine eigene Spalte.

id	t0	t1	t2
1	9	19	22
2	10	17	18
3	13	15	19
4	10	17	21
5	10	15	19
6	13	17	20
7	11	17	20
8	7	11	13
9	9	14	15
10	9	14	15
11	12	15	16
12	11	19	21
13	11	17	16
14	10	14	20
15	9	18	22

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

Wide vs. Long-Format:

Long-Format (aus Platzgründen nur für Personen 1-5 dargestellt):

- Daten sind in einer schmaleren Tabelle darzustellen, in der mehrere Variablen in einer Spalte zusammengefasst werden
- Jede Beobachtung erstreckt sich über mehrere Zeilen, wodurch eine längere Tabelle entsteht
- Long-Format eignet sich besonders für Messwiederholungen

Wichtig:

- Jede Zeile muss mittels einer ID Variable eindeutig den Personen zugeordnet werden
- Eine weitere Variable (bei Messwiederholungen z.B. Zeit) muss angegeben werden, weshalb es mehrere Werte pro Fall gibt

id	Time	Score
1	t0	9
2	t0	10
3	t0	13
4	t0	10
5	t0	10
1	t1	19
2	t1	17
3	t1	15
4	t1	17
5	t1	15
1	t2	22
2	t2	18
3	t2	19
4	t2	21
5	t2	19

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

Wide und Long-Format lassen sich automatisch ineinander überführen:

```
df_wide
```

```
##    id t0 t1 t2
## 1   1  9 19 22
## 2   2 10 17 18
## 3   3 13 15 19
## 4   4 10 17 21
## 5   5 10 15 19
## 6   6 13 17 20
## 7   7 11 17 20
## 8   8  7 11 13
## 9   9  9 14 15
## 10 10  9 14 15
## 11 11 12 15 16
## 12 12 11 19 21
## 13 13 11 17 16
## 14 14 10 14 20
## 15 15  9 18 22
```

```
df_wide_to_long = as.data.frame(pivot_longer(data = df_wide,
                                cols = c("t0", "t1", "t2"),
                                names_to = "Time",
                                values_to = "Score"))

head(df_wide_to_long, 15)
```

```
##    id Time  Score
## 1   1   t0      9
## 2   1   t1     19
## 3   1   t2     22
## 4   2   t0     10
## 5   2   t1     17
## 6   2   t2     18
## 7   3   t0     13
## 8   3   t1     15
## 9   3   t2     19
## 10  4   t0     10
## 11  4   t1     17
## 12  4   t2     21
## 13  5   t0     10
## 14  5   t1     15
## 15  5   t2     19
```

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

```
library(afex)
model = aov_ez(dv = "Score", within = c("Time"), id = "id", data = df_long)
summary(model)
```

```
##
## Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
##
##             Sum Sq num Df Error SS den Df F value              Pr(>F)
## (Intercept) 9975.6      1  141.111     14 989.701 0.00000000000002165 ***
## Time         528.8      2   74.489     28  99.395 0.00000000000019120 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Mauchly Tests for Sphericity
##
##      Test statistic p-value
## Time        0.72821 0.12725
##
##
## Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
##  for Departure from Sphericity
##
##       GG eps       Pr(>F[GG])
## Time 0.78629 0.00000000005163 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##         HF eps           Pr(>F[HF])
## Time 0.8685946 0.000000000005964162
```

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

```r
library(emmeans)

model = aov_ez(dv = "Score", within = c("Time"), id = "id", data = df_long)
emmeans(model, pairwise ~ Time)
```

```
## $emmeans
##  Time emmean    SE df lower.CL upper.CL
##  t0     10.3 0.419 14     9.37     11.2
##  t1     15.9 0.565 14    14.72     17.1
##  t2     18.5 0.729 14    16.90     20.0
##
## Confidence level used: 0.95
##
## $contrasts
##  contrast estimate    SE df t.ratio p.value
##  t0 - t1     -5.67 0.575 14  -9.862  <.0001
##  t0 - t2     -8.20 0.725 14 -11.309  <.0001
##  t1 - t2     -2.53 0.456 14  -5.551  0.0002
##
## P value adjustment: tukey method for comparing a family of 3 estimates
```

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Es gelten folgende Voraussetzungen:

1. Die abhängige Variable ist intervallskaliert
    - messtheoretisch abgesichert (muss man wissen)
2. Das untersuchte Merkmal ist in der Population normalverteilt
3. Varianzhomogenität (Varianzen sind innerhalb der verglichenen Gruppen ungefähr gleich)
4. NEU: Annahme homogener Korrelationen, bzw. Zirkularität (aka Sphärizität)

Folgende Voraussetzung gilt nicht:

(4.) Messwerte in allen Bedingungen sind unabhängig voneinander

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Annahme homogener Korrelationen:

- Zur Erinnerung: Daten sind explizit nicht unabhängig
- Voraussetzung über die Art der Abhängigkeit der Daten
- Alle Korrelationen zwischen den Stufen des Messwiederholungsfaktors (A) müssen homogen sein

ACHTUNG: Muss erst ab >2 Messzeitpunkten getestet werden! (nur 1 Korrelation)

```r
cor(df[, c("t0", "t1", "t2")])
```

```
##           t0        t1        t2
## t0 1.0000000 0.3472786 0.2978448
## t1 0.3472786 1.0000000 0.7801474
## t2 0.2978448 0.7801474 1.0000000
```

- Korrelationen können mittels Korrelationsmatrix abgelesen werden
- Auf den ersten Blick scheint es Unterschiede zu geben… $(r = 0.29$ vs. $r = 0.78)$

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Annahme homogener Korrelationen:

Verletzung der Annahme:

- Bei Verletzung, kann der Zeiteffekt überschätzt werden
- Es würden ggf. signifikante Ergebnisse gefunden, wo kein Effekt existiert

ABER:

- Annahme homogener Korrelationen sehr strenge Voraussetzung
- Studien zeigen, dass auch etwas liberalere Annahme ausreicht: Homogenität der Varianzen zwischen den Faktorstufen **(Sphärizität)**
- Sphärizität wird stattdessen geprüft

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Überprüfung der Sphärizität - Mauchly-Test:

- Annahme: Homogenität der Varianzen zwischen den Faktorstufen
- Signifikanter Mauchly-Test $\rightarrow$ Varianzen inhomogen $\rightarrow$ keine Sphärizität

Durchführung des Mauchly-Tests in R:

```
library(performance)

check_sphericity(model)
```

```
## OK: Data seems to be spherical (p > 0.127).
```

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Verletzung der Sphärizität - Korrekturverfahren

- Es gibt Korrekturverfahren, die den F-Test für die Sphärizitätsverletzung korrigieren
    - Greenhouse-Geisser Korrektur
    - Huynh-Feldt Korrektur
- Die Auswahl des Korrekturverfahrens richtet sich nach dem Wert ε (Epsilon)
- Untergrenze für Epsilon ist $\varepsilon = \frac{1}{p-1}$
- Kleineres Epsilon $\rightarrow$ stärkere Verletzung der Sphärizitätsannahme

Entscheidungsregel nach Box:

- $\varepsilon < 0.75 \rightarrow$ Greenhouse-Geisser Korrektur (strenger)
- $\varepsilon \geq 0.75 \rightarrow$ Huynh-Feldt Korrektur (liberaler)

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Verletzung der Sphärizität - Korrekturverfahren

```
model = aov_ez(dv = "Score", within = c("Time"), id = "id", data = df_long)
summary(model)
```

```
##
## Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
##
##              Sum Sq num Df Error SS den Df F value              Pr(>F)
## (Intercept) 9975.6      1  141.111     14 989.701 0.00000000000002165 ***
## Time         528.8      2   74.489     28  99.395 0.00000000000019120 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Mauchly Tests for Sphericity
##
##      Test statistic p-value
## Time        0.72821 0.12725
##
##
## Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
##  for Departure from Sphericity
##
##       GG eps       Pr(>F[GG])
## Time 0.78629 0.00000000005163 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##         HF eps           Pr(>F[HF])
## Time 0.8685946 0.000000000005964162
```

- Beide Korrekturen können aus Output abgelesen werden
- Entscheidend für Auswahl des Korrekturverfahrens ist das GG ε

ANOVA mit Messwiederholung

Effektstärke

$$f^2_{s(abhängig)} = \frac{F \cdot df_A}{df_{A \text{ x } Vpn}}$$

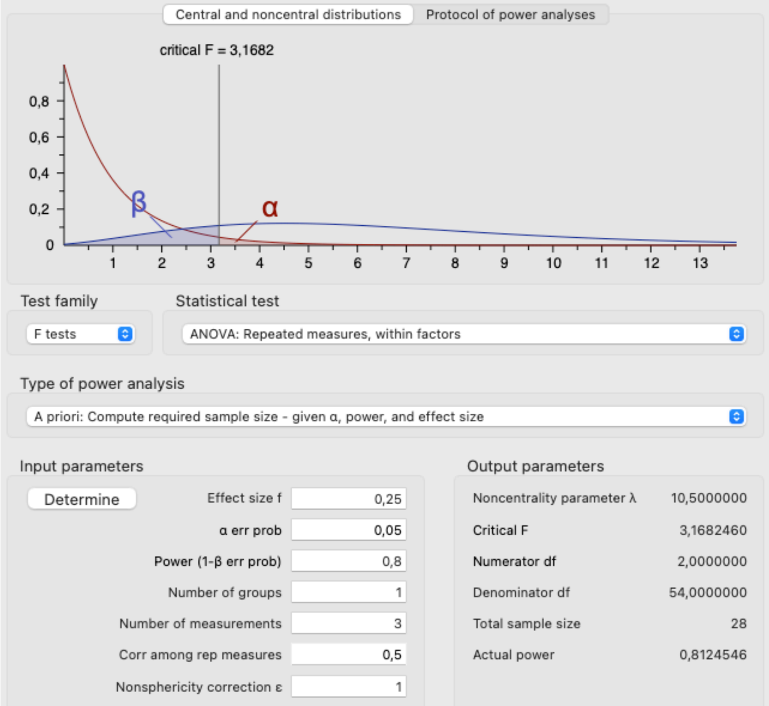
$$f^2_{s(abhängig)} = \frac{F \cdot df_A}{df_{A \text{ x } Vpn}}$$

$$\eta^2_p = \frac{QS_A}{QS_A + QS_{A \text{ x } Vpn}} = \frac{f^2_s}{1 + f^2_s}$$

- η^2_p gibt Anteil der Varianz an, der durch Messwiederholung auf Stichprobenebene aufgeklärt wird
- Der Vergleich von Effektstärke über Studien hinweg kann problematisch sein, wenn Korrelationen zwischen Messungen variieren.

ANOVA mit Messwiederholung

Stichprobenumfangsplanung



Anova mit Messwiederholung

Berichten der Ergebnisse nach APA

Paniksymptome gemessen durch PAS (Panik- und Agoraphobie-Skala)

Im Rahmen einer Expositionstherapie mit drei Messzeitpunkten

```
##
## Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
##
##                Sum Sq num Df Error SS den Df F value    Pr(>F)
## (Intercept)   27434.8      1   348.85     19 1494.23 < 2.2e-16 ***
## Messzeitpunkt  5236.2      2   857.10     38  116.08 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Mauchly Tests for Sphericity
##
##               Test statistic p-value
## Messzeitpunkt         0.9565 0.67017
##
##
## Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
##  for Departure from Sphericity
##
##                GG eps Pr(>F[GG])
## Messzeitpunkt 0.95832  2.682e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##                 HF eps   Pr(>F[HF])
## Messzeitpunkt 1.063395 6.536641e-17

## # Effect Size for ANOVA (Type III)
##
## Parameter     | Eta2 (partial) |       95% CI
## ---------------------------------------------
## Messzeitpunkt |           0.86 | [0.79, 1.00]
##
## - One-sided CIs: upper bound fixed at [1.00].
```

Statistischer Bericht: (In Ihrer Klausur)

Wenn Sie in Ihrer Klausur den Output einer rmANOVA berichten sollen, könnte dies so aussehen:

Im Rahmen einer Expositionstherapie wurde die Entwicklung von Paniksymptomen über drei Messzeitpunkte hinweg mittels einer Varianzanalyse mit Messwiederholung untersucht. Der Faktor Zeit zeigte einen signifikanten Einfluss auf die Symtomschwere $F(2, 38) = 116.08$, $p < .001$, $\eta_p^2 = 0.86$. Damit konnten 86 % der Varianz durch den Messwiederholungsfaktor aufgeklärt werden - dies entspricht einem starken Effekt. Der Mauchly-Test war nicht signifikant ($p = .670$), was auf eine erfüllte Sphärizitätsannahme hinweist.

Anova mit Messwiederholung

Berichten der Ergebnisse nach APA

Paniksymptome gemessen durch PAS (Panik- und Agoraphobie-Skala)
Im Rahmen einer Expositionstherapie mit drei Messzeitpunkten

```
##
## Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
##
##                Sum Sq num Df Error SS den Df F value    Pr(>F)
## (Intercept)   27434.8      1   348.85     19 1494.23 < 2.2e-16 ***
## Messzeitpunkt  5236.2      2   857.10     38  116.08 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Mauchly Tests for Sphericity
##
##               Test statistic p-value
## Messzeitpunkt         0.9565 0.67017
##
##
## Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
##  for Departure from Sphericity
##
##                GG eps Pr(>F[GG])
## Messzeitpunkt 0.95832  2.682e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##                 HF eps   Pr(>F[HF])
## Messzeitpunkt 1.063395 6.536641e-17

## # Effect Size for ANOVA (Type III)
##
## Parameter     | Eta2 (partial) |       95% CI
## ---------------------------------------------
## Messzeitpunkt |           0.86 | [0.79, 1.00]
##
## - One-sided CIs: upper bound fixed at [1.00].
```

Inhaltlich bedeutet dies:

Es traten signifikante Unterschiede in der Ausprägung der Paniksymptome zwischen mindestens zwei Messzeitpunkten auf.

Anova mit Messwiederholung

Post-hoc Vergleich

Paniksymptome gemessen durch PAS (Panik- und Agoraphobie-Skala)

Im Rahmen einer Expositionstherapie mit drei Messzeitpunkten

```
## $emmeans
##  Messzeitpunkt emmean    SE df lower.CL upper.CL
##  t0             30.80 1.090 19    28.51     33.1
##  t1             24.70 0.898 19    22.82     26.6
##  t2              8.65 1.080 19     6.39     10.9
##
## Confidence level used: 0.95
##
## $contrasts
##  contrast estimate   SE df t.ratio p.value
##  t0 - t1       6.1 1.50 19   4.065  0.0018
##  t0 - t2      22.1 1.63 19  13.569  <.0001
##  t1 - t2      16.1 1.36 19  11.801  <.0001
##
## P value adjustment: tukey method for comparing a family of 3 estimates
```

Ergebnisse des Post-hoc Tests

Ein Post-hoc Test mit Tukey-Korrektur zeigte signifikante Mittelwertsunterschiede zwischen allen drei Messzeitpunkten. Der Unterschied zwischen t0 und t1 betrug 6.10 Punkte, $t(19) = 4.07$, $p = .002$; zwischen t1 und t2 lag der Unterschied bei 16.1 Punkten, $t(19) = 11.80$, $p < .001$. Dies deutet darauf hin, dass die Symptomverbesserung vor allem in der späteren Phase der Therapie stattfand

Take-aways

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

- ANOVA mit Messwiederholung erlaubt Vergleich **abhängiger Daten** mit ≥ 2 Messungen.
- Es wird geprüft, ob eine **Veränderung über die Zeit** (Zeiteffekt) vorliegt.
- Wird ebenfalls über Varianzzerlegung und Prüfung mittels **F-Test** durchgeführt.
- ANOVA mit Messwiederholung kann zusätzlich zur **Effektvarianz** auch **Personenvarianz** aufklären (höhere Teststärke).
- Als zusätzliche Voraussetzung wird die **Spärizität** geprüft.
- Bei Verletzungen der Spärizitätsannahme können **Korrekturverfahren** angewendet werden, die Überschätzung des Effekts verhindern.
- Wenn Spärizität erfüllt ist, können Post-Hoc Vergleiche mittels **Tukey-Test** geprüft werden.