CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Statistik II

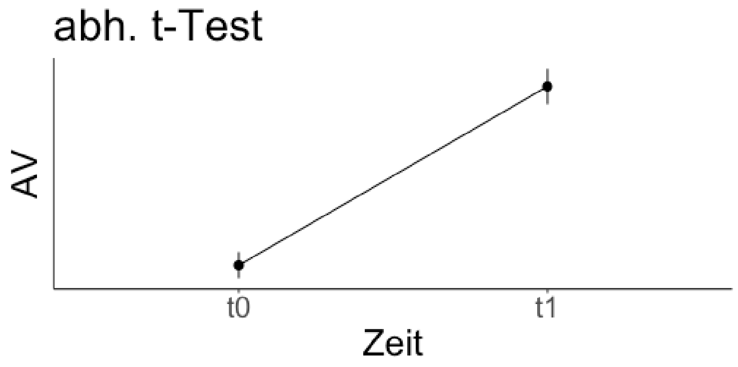
Einheit 8: ANOVA mit Messwiederholung

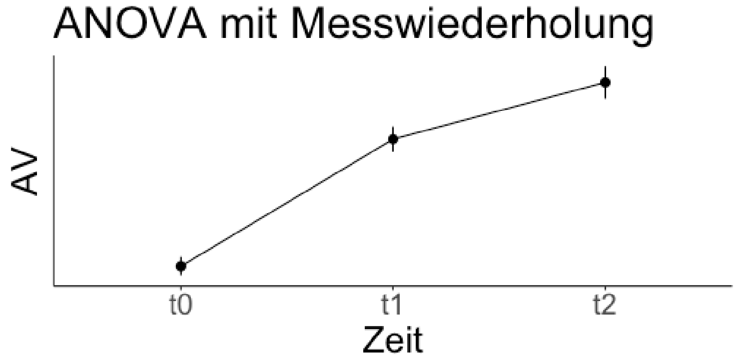
12.06.2024 | Prof. Dr. Stephan Goerigk

ANOVA mit Messwiederholung

Kurzvorstellung

- Viele wiss. Untersuchungen verwenden Messwiederholungen
- Gründe:
  - Untersuchung zeitlicher Veränderung eines Merkmals (z.B. Lernen, Gesundung)
  - Statistische Vorteile beim Studiendesign (z.B. mehr Teststärke)
- Wichtig: **Dieselben** Personen werden **mehrfach** erfasst
- Daten sind **abhängig** voneinander (Verletzung Unabhängigkeitsvoraussetzung bei ANOVA)
- Graphische Darstellung i.d.R. mittels Line-Graph
  - Punkte = Mittelwert zu Zeitpunkt t_i (wie Balkendiagramm)
  - Linie symbolisiert Messwiederholungen





ANOVA mit Messwiederholung

Logik ANOVA mit Messwiederholung

- Prüft, ob sich die Ausprägung eines Merkmals zu ≥ 2 Messzeitpunkten unterscheidet
- Erweiterung des abhängigen t-Tests
- Simultaner Vergleich beliebig vieler Zeitpunkte mittels Omnibustest
    - Vermeidung von α-Fehlerkumulierung
    - Vermeidung von verringerter Teststärke
- Prinzip wie bei einfaktorieller ANOVA ohne Messwiederholung, jedoch mit leicht abgewandelten Formeln, um Abhängigkeit der Messungen zu entsprechen

ANOVA mit Messwiederholung

Hypothesen bei Messwiederholungsdesigns

Vorteil der ANOVA mit Messwiederholung:

- Logik des **Omnibustests** bei messwiederholten Daten
- Es werden die Mittelwerte aller Zeitpunkte auf einmal miteinander verglichen.
- H_0 abh. t-Tests:
  - $\mu_{t1} = \mu_{t2}$
  - $\mu_{t1} = \mu_{t3}$
  - $\mu_{t2} = \mu_{t3}$
- H_0 ANOVA mit Messwiederholung:
  - $\mu_{t1} = \mu_{t2} = \mu_{t3}$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Zerlegung der Gesamtvarianz:

Wir müssen uns wiederum fragen, weshalb Messungen unterschiedlich (mit Varianz) ausfallen

Nach wie vor gibt es 2 denkbare Ursachen für die Gesamtvarianz:

1. systematische Einflüsse (experimentelle Manipulation)
2. unsystematische Einflüsse (nicht erklärbare Restvarianz aka. Residualvarianz)

Spezialfall Messwiederholung:

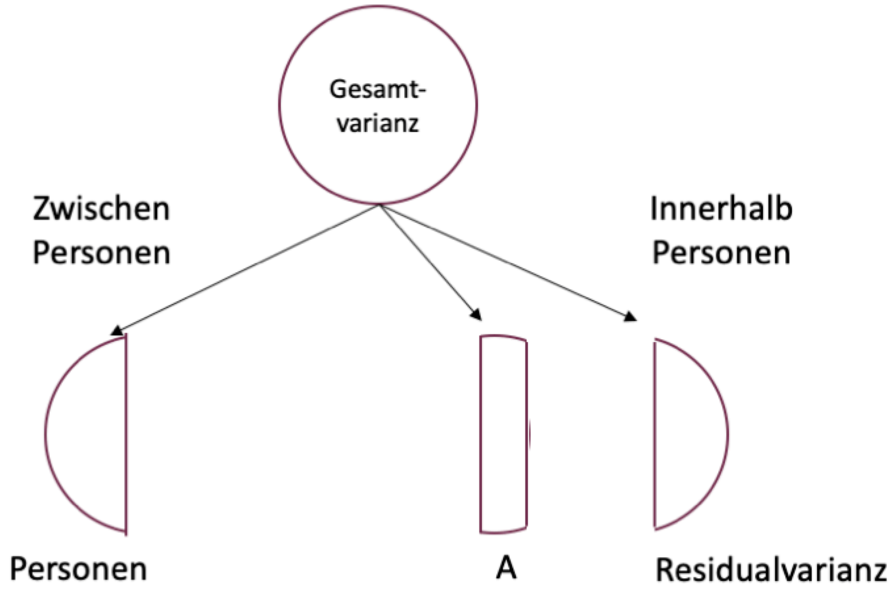
- Aufgrund der wiederholten Messungen beziehen sich beide Varianzquellen auf Unterschiede **innerhalb der Personen**
- Zusätzliche Varianzquelle: Unterschiede **zwischen den Personen** (Personenvarianz σ^2_{Vpn} - z.B. Persönlichkeit, Motivation)

$$\sigma^2_{gesamt} = \sigma^2_{Vpn} + \sigma^2_{Zeit} + \sigma^2_{Res}$$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Zerlegung der Gesamtvarianz:



ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Bestandteile der Residualvarianz:

- Residualvarianz besteht im Falle von Messwiederholungen aus 2 Komponenten:
    - Wechselwirkung aus Personenfaktor und den Stufen des Messwiederholungsfaktors (Zeit)
    - restliche unsystematische Einflüsse
- Beide Komponenten auf Stichprobenebene nicht voneinander abgrenzbar

$\rightarrow$ Personenfaktor kann nicht systematisch von Forscher:innen variiert werden (hätten dann wieder Zwischengruppendesign statt reine Messwiederholung)

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel händisch (kleiner Datensatz)

- Datensatz für $N = 5$ Patient:innen nach Schlaganfall
- **Forschungsfrage:** Kann kognitives Training Merkfähigkeit verbessern?
- Es wurden folgende Variablen gemessen:
  - Gedächtnisleistung (AV; 0-50 Punkte) $\rightarrow$ nach jeder Trainingseinheit gemessen
- "Indirekte" Variable im Datensatz
  - Zeitpunkt (UV, 3 Messungen)

$\rightarrow$ Numerische Frage: Anstieg mit zunehmenden Trainingseinheiten?

id	t0	t1	t2	P(m)
1	9	19	22	16.67
2	10	17	18	15
3	13	15	19	15.67
4	10	17	21	16
5	10	15	19	14.67
A(i)	10.4	16.6	19.8	15.6

- A_i Mittelwert pro Zeitpunkt
- P_m Mittelwert der Person über Zeitpunkte hinweg

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Varianzschätzungen:

- Die Varianzschätzungen der ANOVA mit Messwiederholung gehen von einer Interaktion der Messwiederholung mit unspezifischen Personencharakteristika aus
- Die Formeln ähneln daher eher denen der mehrfaktoriellen ANOVA mit Interaktionseffekt
- Auch hier wird von "erwarteten Werten" ausgegangen

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Residualvarianz:

- Erfolgt über die Abweichung der gemessenen Werte von den, allein auf Grund von
    1. den Mittelwerten zu jedem Zeitpunkt
    2. den aufgrund der Personenmittelwerte zu **erwartenden** Werten $(x_{im(erwartet)})$
- Entspricht Vorgehen für Varianz der Interaktion zwischen 2 Faktoren
- Erwartete Werte setzen sich zusammen aus:
    - Gesamtmittelwert $(\bar{G})$
    - Einfluss des Messwiederholungsfaktors $(\bar{A}_i)$
    - Einfluss des Personenfaktors $(\bar{P}_m)$

$$x_{im(erwartet)} = \bar{G} + (\bar{A}_i - \bar{G}) + (\bar{P}_m - \bar{G}) = \bar{A}_i + \bar{P}_m - \bar{G}$$

$x_{im(erwartet)}$ = Erwarteter Wert der Person m in der Messwiedeholung i des Messwiederholungsfaktors A.

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Residualvarianz:

- Die geschätzte Residualvarianz $(\hat{\sigma}^2_{Res})$ berechnet sich aus den quadrierten Abweichungen $(QS_{A\,\mathrm{x}\,Vpn})$ der beobachteten von den erwarteten Messwerten
- Sie wird somit aus der Varianz der Wechselwirkung zwischen Messwiederholungsfaktor und Personenfaktor geschätzt

$$\hat{\sigma}^2_{A\,\mathrm{x}\,Vpn} = \frac{QS_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}}{df_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{m=1}^{N}[x_{im} - (\bar{A}_i + \bar{P}_m - \bar{G})]^2}{(p-1)\cdot(n-1)}$$

mit:

- p = Gesamtzahl der Stufen des Messwiederholungsfaktors (Laufindex i)
- n = Gesamtzahl der Personen (Laufindex m)

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Residualvarianz:

Berechnung der Residualvarianz im Beispiel:

$$\hat{\sigma}^2_{A \text{ x } Vpn} = \frac{[9-(10.4+16.67-15.6)]^2+..[19-(19.8+14.67-15.6)]^2}{(3-1)\cdot(5-1)} = \frac{23.6}{8} = 2.95$$

mit

- $df_{A \text{ x } Vpn} = (3-1)\cdot(5-1) = 8$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Schätzung der Personenvarianz:

- Erfolgt über die sogenannte Varianz zwischen Versuchspersonen
- Besteht aus den Unterschieden zwischen den über alle Zeitpunkte gemittelten Werten P_m
- Exakter Wert für Berechnung der Varianzanalyse mit Messwiederholung irrelevant

$\rightarrow$ Wir verzichten an dieser Stelle auf die Formel

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Systematische Varianz:

- Setzt sich aus den Unterschieden zwischen Mittelwerten der Messzeitpunkten zusammen (Zeiteffekt)
- Lässt sich nicht isoliert, sondern nur in Kombination mit Residualvarianz schätzen (wie bei ANOVA ohne Messwiederholung)

Geschätzt wird die Varianz des Haupteffekts A :

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{QS_A}{df_A} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{p} (\bar{A}_i - \bar{G})^2}{p-1}$$

ANOVA mit Messwiederholung

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Systematische Varianz:

Berechnung der systematischen Varianz im Beispiel:

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{5 \cdot [(10.4 - 15.6)^2 + (16.6 - 15.6)^2 + (19.8 - 15.6)^2]}{3 - 1} = \frac{228.4}{2} = 114.2$$

mit

- $df_A = 3 - 1 = 2$

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Signifikanzprüfung:

- Püfung, ob sich die Messzeitpunkte signifikant unterscheiden
- F-Bruch (emp. F-Wert) wird gebildet aus geschätzter systematischer Varianz für Messwiederholungsfaktor (A) und der geschätzten Residualvarianz

$$F_{A(df_A, df_{Res})} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{Res}} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{A \, \mathrm{x} \, Vpn}}$$

mit

- $df_A = p - 1$
- $df_{A \, \mathrm{x} \, Vpn} = (p - 1) \cdot (n - 1)$

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Prinzip der Varianzanalyse mit Messwiederholung

Signifikanzprüfung:

Berechnung des F-Bruchs im Beispiel:

$$F_{A(2,8)} = \frac{114.2}{2.95} = 38.71$$

$F_{krit(2,8)} = 4.46$ (F-Tabelle)

$F_{A(2,8)} > F_{krit(2,8)} \rightarrow$ Der Test ist signifikant.

$\rightarrow$ Es besteht ein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten der wiederholten Messungen.

$\rightarrow$ Anders gesagt: Es erfolgt eine signifikante Veränderung über die Zeit.

Nenner-df	Fläche	Zähler-df 1	2	3
1	0,75	5,83	7,50	8,20
	0,90	39,9	49,5	53,6
	0,95	161	200	216
2	0,75	2,57	3,00	3,15
	0,90	8,53	9,00	9,16
	0,95	18,5	19,0	19,2
	0,99	98,5	99,0	99,2
3	0,75	2,02	2,28	2,36
	0,90	5,54	5,46	5,39
	0,95	10,1	9,55	9,28
	0,99	34,1	30,8	29,5
4	0,75	1,81	2,00	2,05
	0,90	4,54	4,32	4,19
	0,95	7,71	6,94	6,59
	0,99	21,2	18,0	16,7
5	0,75	1,69	1,85	1,88
	0,90	4,06	3,78	3,62
	0,95	6,61	5,79	5,41
	0,99	16,3	13,3	12,1
6	0,75	1,62	1,76	1,78
	0,90	3,78	3,46	3,29
	0,95	5,99	5,14	4,76
	0,99	13,7	10,9	9,78
7	0,75	1,57	1,70	1,72
	0,90	3,59	3,26	3,07
	0,95	5,59	4,74	4,35
	0,99	12,2	9,55	8,45
8	0,75	1,54	1,66	1,67
	0,90	3,46	3,11	2,92
	0,95	5,32	4,46	4,07
	0,99	11,3	8,65	7,59

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

- Datensatz für $N = 15$ Patient:innen nach Schlaganfall
- **Forschungsfrage:** Kann kognitives Training Merkfähigkeit verbessern?
- Es wurden folgende Variablen gemessen:
    - Gedächtnisleistung (AV; 0-50 Punkte) $\rightarrow$ nach jeder Trainingseinheit gemessen
- "Indirekte" Variable im Datensatz
    - Zeitpunkt (UV, 3 Messungen)

$\rightarrow$ Numerische Frage: Anstieg mit zunehmenden Trainingseinheiten?

id	t0	t1	t2
1	9	19	22
2	10	17	18
3	13	15	19
4	10	17	21
5	10	15	19
6	13	17	20
7	11	17	20
8	7	11	13
9	9	14	15
10	9	14	15
11	12	15	16
12	11	19	21
13	11	17	16
14	10	14	20
15	9	18	22

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

Wide vs. Long-Format:

- Datensätze können entweder im Wide- oder Long-Format vorliegen, wobei jede Formatierung ihre eigenen Vor- und Nachteile aufweist.

Wide-Format:

- Daten in einer breiten Tabelle dargestellt
- Jede Variable hat eine eigene Spalte
- Übersichtliche Sicht auf die Daten, insbesondere wenn es viele Variablen gibt

Wichtig: Jede Person hat eine Zeile. Gibt es Messwiederholungen (hier t1, t2 und t3 der Gedächtnisleistung), erhält jede Messung seine eigene Spalte.

id	t0	t1	t2
1	9	19	22
2	10	17	18
3	13	15	19
4	10	17	21
5	10	15	19
6	13	17	20
7	11	17	20
8	7	11	13
9	9	14	15
10	9	14	15
11	12	15	16
12	11	19	21
13	11	17	16
14	10	14	20
15	9	18	22

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

Wide vs. Long-Format:

Long-Format (aus Platzgründen nur für Personen 1-5 dargestellt):

- Daten sind in einer schmaleren Tabelle darzustellen, in der mehrere Variablen in einer Spalte zusammengefasst werden
- Jede Beobachtung erstreckt sich über mehrere Zeilen, wodurch eine längere Tabelle entsteht
- Long-Format eignet sich besonders für Messwiederholungen

Wichtig:

- Jede Zeile muss mittels einer ID Variable eindeutig den Personen zugeordnet werden
- Eine weitere Variable (bei Messwiederholungen z.B. Zeit) muss angegeben werden, weshalb es mehrere Werte pro Fall gibt

id	Time	Score
1	t0	9
2	t0	10
3	t0	13
4	t0	10
5	t0	10
1	t1	19
2	t1	17
3	t1	15
4	t1	17
5	t1	15
1	t2	22
2	t2	18
3	t2	19
4	t2	21
5	t2	19

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

Wide und Long-Format lassen sich automatisch ineinander überführen:

```
df_wide
```

```
##    id t0 t1 t2
## 1   1  9 19 22
## 2   2 10 17 18
## 3   3 13 15 19
## 4   4 10 17 21
## 5   5 10 15 19
## 6   6 13 17 20
## 7   7 11 17 20
## 8   8  7 11 13
## 9   9  9 14 15
## 10 10  9 14 15
## 11 11 12 15 16
## 12 12 11 19 21
## 13 13 11 17 16
## 14 14 10 14 20
## 15 15  9 18 22
```

```
df_wide_to_long = as.data.frame(pivot_longer(data = df_wide,
                                cols = c("t0", "t1", "t2"),
                                names_to = "Time",
                                values_to = "Score"))

head(df_wide_to_long, 15)
```

```
##    id Time Score
## 1   1   t0     9
## 2   1   t1    19
## 3   1   t2    22
## 4   2   t0    10
## 5   2   t1    17
## 6   2   t2    18
## 7   3   t0    13
## 8   3   t1    15
## 9   3   t2    19
## 10  4   t0    10
## 11  4   t1    17
## 12  4   t2    21
## 13  5   t0    10
## 14  5   t1    15
## 15  5   t2    19
```

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

```
library(afex)
model = aov_ez(dv = "Score", within = c("Time"), id = "id", data = df_long)
summary(model)
```

```
##
## Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
##
##             Sum Sq num Df Error SS den Df F value               Pr(>F)
## (Intercept) 9975.6      1  141.111     14 989.701 0.00000000000002165 ***
## Time         528.8      2   74.489     28  99.395 0.00000000000019120 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Mauchly Tests for Sphericity
##
##      Test statistic p-value
## Time        0.72821 0.12725
##
##
## Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
##  for Departure from Sphericity
##
##       GG eps       Pr(>F[GG])
## Time 0.78629 0.00000000005163 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##         HF eps           Pr(>F[HF])
## Time 0.8685946 0.000000000005964162
```

ANOVA mit Messwiederholung

Anwendungsbespiel R (größerer Datensatz)

```r
library(emmeans)

model = aov_ez(dv = "Score", within = c("Time"), id = "id", data = df_long)
emmeans(model, pairwise ~ Time)
```

```
## $emmeans
##  Time emmean    SE df lower.CL upper.CL
##  t0     10.3 0.419 14     9.37     11.2
##  t1     15.9 0.565 14    14.72     17.1
##  t2     18.5 0.729 14    16.90     20.0
##
## Confidence level used: 0.95
##
## $contrasts
##  contrast estimate    SE df t.ratio p.value
##  t0 - t1     -5.67 0.575 14  -9.862  <.0001
##  t0 - t2     -8.20 0.725 14 -11.309  <.0001
##  t1 - t2     -2.53 0.456 14  -5.551  0.0002
##
## P value adjustment: tukey method for comparing a family of 3 estimates
```

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Es gelten folgende Voraussetzungen:

1. Die abhängige Variable ist intervallskaliert
    - messtheoretisch abgesichert (muss man wissen)
2. Das untersuchte Merkmal ist in der Population normalverteilt
3. Varianzhomogenität (Varianzen sind innerhalb der verglichenen Gruppen ungefähr gleich)
4. NEU: Annahme homogener Korrelationen, bzw. Zirkularität (aka Sphärizität)

Folgende Voraussetzung gilt nicht:

(4.) Messwerte in allen Bedingungen sind unabhängig voneinander

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Annahme homogener Korrelationen:

- Zur Erinnerung: Daten sind explizit nicht unabhängig
- Voraussetzung über die Art der Abhängigkeit der Daten
- Alle Korrelationen zwischen den Stufen des Messwiederholungsfaktors (A) müssen homogen sein

ACHTUNG: Muss erst ab >2 Messzeitpunkten getestet werden! (nur 1 Korrelation)

```
cor(df[, c("t0", "t1", "t2")])
```

```
##           t0        t1        t2
## t0 1.0000000 0.3472786 0.2978448
## t1 0.3472786 1.0000000 0.7801474
## t2 0.2978448 0.7801474 1.0000000
```

- Korrelationen können mittels Korrelationsmatrix abgelesen werden
- Auf den ersten Blick scheint es Unterschiede zu geben… $(r = 0.29$ vs. $r = 0.78)$

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE
UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Annahme homogener Korrelationen:

Verletzung der Annahme:

- Bei Verletzung, kann der Zeiteffekt überschätzt werden
- Es würden ggf. signifikante Ergebnisse gefunden, wo kein Effekt existiert

ABER:

- Annahme homogener Korrelationen sehr strenge Voraussetzung
- Studien zeigen, dass auch etwas liberalere Annahme ausreicht: Homogenität der Varianzen zwischen den Faktorstufen **(Sphärizität)**
- Sphärizität wird stattdessen geprüft

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Überprüfung der Sphärizität - Mauchly-Test:

- Annahme: Homogenität der Varianzen zwischen den Faktorstufen
- Signifikanter Mauchly-Test $\rightarrow$ Varianzen inhomogen $\rightarrow$ keine Sphärizität

Durchführung des Mauchly-Tests in R:

```r
library(performance)

check_sphericity(model)
```

```
## OK: Data seems to be spherical (p > 0.127).
```

ANOVA mit Messwiederholung

Voraussetzungen der ANOVA mit Messwiederholung

Verletzung der Sphärizität - Korrekturverfahren

- Es gibt Korrekturverfahren, die den F-Test für die Sphärizitätsverletzung korrigieren
    - Greenhouse-Geisser Korrektur
    - Huynh-Feldt Korrektur
- Die Auswahl des Korrekturverfahrens richtet sich nach dem Wert ε (Epsilon)
- Untergrenze für Epsilon ist $\varepsilon = \frac{1}{p-1}$
- Kleineres Epsilon $\rightarrow$ stärkere Verletzung der Sphärizitätsannahme

Entscheidungsregel nach Box:

- $\varepsilon < 0.75 \rightarrow$ Greenhouse-Geisser Korrektur (strenger)
- $\varepsilon \geq 0.75 \rightarrow$ Huynh-Feldt Korrektur (liberaler)

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Verletzung der Sphärizität - Korrekturverfahren

```
model = aov_ez(dv = "Score", within = c("Time"), id = "id", data = df_long)
summary(model)
```

```
##
## Univariate Type III Repeated-Measures ANOVA Assuming Sphericity
##
##             Sum Sq num Df Error SS den Df F value               Pr(>F)
## (Intercept) 9975.6      1  141.111     14 989.701 0.00000000000002165 ***
## Time         528.8      2   74.489     28  99.395 0.00000000000019120 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##
## Mauchly Tests for Sphericity
##
##      Test statistic p-value
## Time        0.72821 0.12725
##
##
## Greenhouse-Geisser and Huynh-Feldt Corrections
##  for Departure from Sphericity
##
##       GG eps       Pr(>F[GG])
## Time 0.78629 0.00000000005163 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
##         HF eps           Pr(>F[HF])
## Time 0.8685946 0.000000000005964162
```

- Beide Korrekturen können aus Output abgelesen werden
- Entscheidend für Auswahl des Korrekturverfahrens ist das GG ε

ANOVA mit Messwiederholung

Effektstärke

$$f^2_{s(abhängig)} = \frac{F \cdot df_A}{df_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}}$$

$$f^2_{s(abhängig)} = \frac{F \cdot df_A}{df_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}}$$

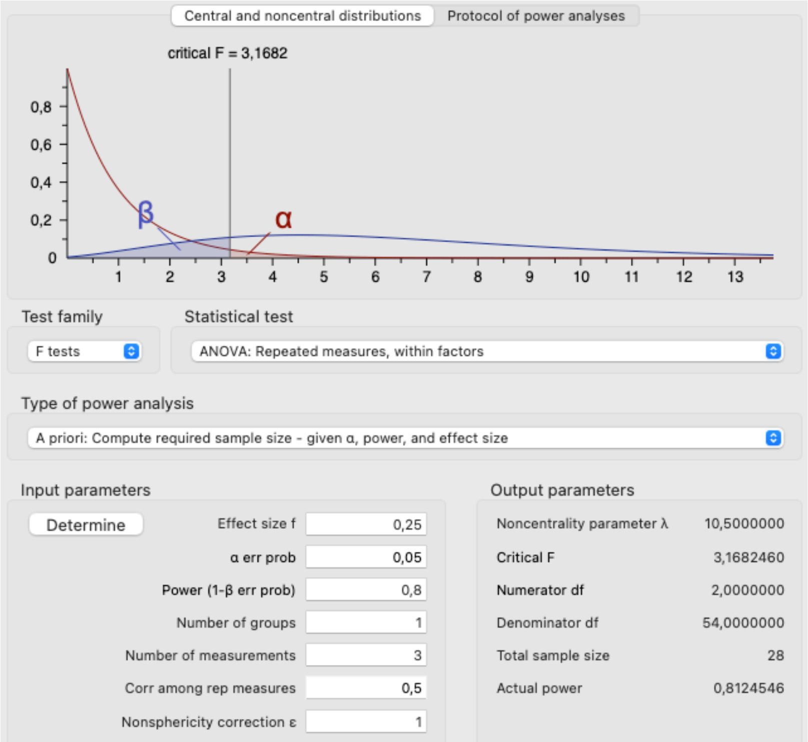
$$\eta^2_p = \frac{QS_A}{QS_A + QS_{A\,\mathrm{x}\,Vpn}} = \frac{f^2_s}{1 + f^2_s}$$

- η^2_p gibt Anteil der Varianz an, der durch Messwiederholung auf Stichprobenebene aufgeklärt wird
- Der Vergleich von Effektstärke über Studien hinweg kann problematisch sein, wenn Korrelationen zwischen Messungen variieren.

ANOVA mit Messwiederholung

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Stichprobenumfangsplanung



Take-aways

- ANOVA mit Messwiederholung erlaubt Vergleich **abhängiger Daten** mit ≥ 2 Messungen.
- Es wird geprüft, ob eine **Veränderung über die Zeit** (Zeiteffekt) vorliegt.
- Wird ebenfalls über Varianzzerlegung und Prüfung mittels **F-Test** durchgeführt.
- ANOVA mit Messwiederholung kann zusätzlich zur **Effektvarianz** auch **Personenvarianz** aufklären (höhere Teststärke).
- Als zusätzliche Voraussetzung wird die **Spärizität** geprüft.
- Bei Verletzungen der Spärizitätsannahme können **Korrekturverfahren** angewendet werden, die Überschätzung des Effekts verhindern.
- Wenn Spärizität erfüllt ist, können Post-Hoc Vergleiche mittels **Tukey-Test** geprüft werden.