

# Statistik I

---

## Einheit 8: $t$ -Test

11.06.2025 | Prof. Dr. Stephan Goerigk

# $t$ -Test

## Lernziele:

Sie lernen:

- Den  $t$ -Test - ein Signifikanztest zum Vergleich von 2 Mittelwerten in 3 Varianten
  - Ein-Stichproben  $t$ -Test
  - Unabhängiger  $t$ -Test (Zwei-Stichproben  $t$ -Test)
  - Abhängiger  $t$ -Test
- Die Voraussetzungen, die für die Durchführung eines  $t$ -Tests gegeben sein müssen
- Die Entscheidungsregel, basierend auf dem kritischen  $t$ -Wert (unter Annahme Signifikanzniveau  $\alpha = .05$ )
- Die Abgrenzung zwischen einem einseitigen und einem zweiseitigen  $t$ -Test

# $t$ -Test

## Ein-Stichproben $t$ -Test

- Hypothesen über  $\mu$  einer normalverteilten Variable, wobei  $\sigma^2$  unbekannt
- Mögliche Hypothesen:
  - $H_0: \mu = \mu_0; H_1: \mu \neq \mu_0$
  - $H_0: \mu \leq \mu_0; H_1: \mu > \mu_0$
  - $H_0: \mu \geq \mu_0; H_1: \mu < \mu_0$
- Prüft anhand des Mittelwerts einer Stichprobe ob der Erwartungswert in der entsprechenden Population gleich einem vorgegebenen Wert ist (dem unter  $H_0$  erwarteten  $\mu_0$ ).
- Vergleich eines Stichprobenmittelwertes mit einem hypothetischen Populationsparameter  $\mu_0$ .

## $t$ -Test

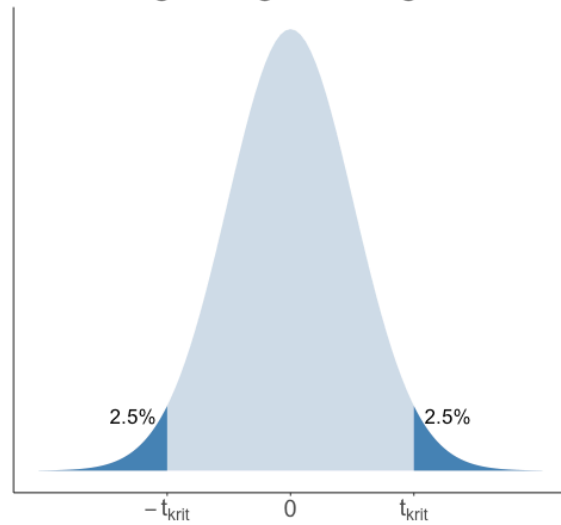
### Entwicklung eines Entscheidungskriteriums

- Zur Erinnerung: Wahrscheinlichkeit, die  $H_0$  abzulehnen, obwohl sie in Wirklichkeit gilt, heißt  $\alpha$ -Fehler oder Fehler 1. Art
- t-Wert ist signifikant, wenn seine Auftretenswahrscheinlichkeit kleiner ist als das gewählte  $\alpha$
- Für die Signifikanzprüfung kann der t-Wert ( $t_{emp}$ ) auch mit dem kritischen t-Wert ( $t_{krit}$ ) verglichen werden (in t-Tabelle nachsehen)
- Die Wahl des Signikanzniveaus ist von inhaltlichen Überlegungen abhängig und wird oft als  $\alpha = .05$  gewählt.

# $t$ -Test

## Vergleich von ein- und zweiseitigen Fragestellungen

Zweiseitige Fragestellung



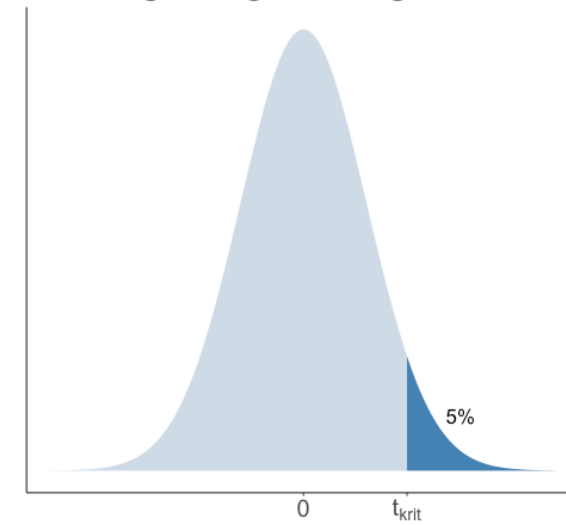
- Signifikanzniveau  $\alpha = .05$  muss auf beide Seiten aufgeteilt werden
- Damit  $\alpha = .05$  erreicht wird, darf  $t_{krit}$  nur 2.5% der Fläche abschneiden
- Auftretenswahrscheinlichkeit von  $t_{emp}$  muss kleiner als 2.5%
- Ist Betrag von  $t_{emp}$  größer als  $t_{krit}$  so ist Test signifikant

# $t$ -Test

## Vergleich von ein- und zweiseitigen Fragestellungen

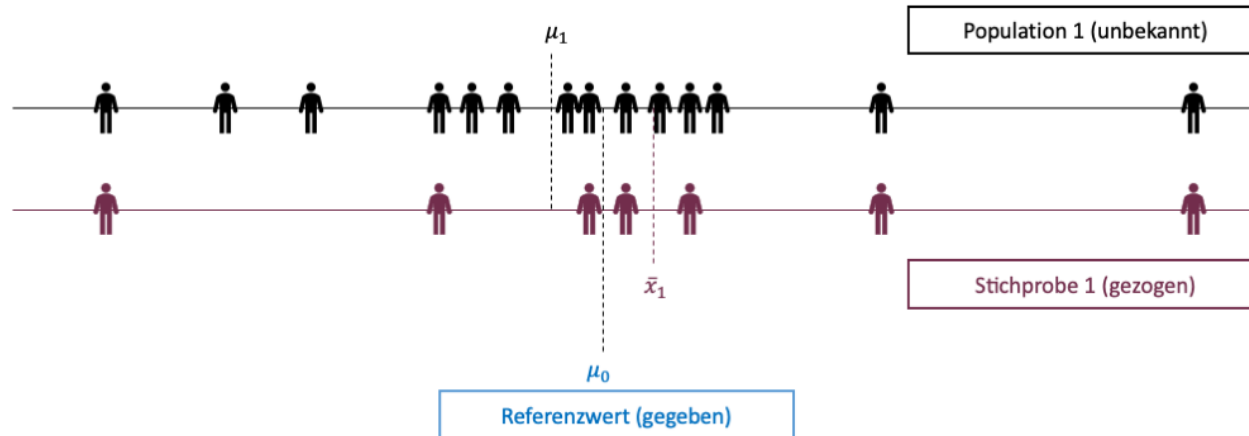
- Mittelwertsdifferenz muss in vorhergesagte Richtung auftreten
- Gesamte 5% liegen auf vorhergesagter Seite der Verteilung
- Folge: Gleiche empirische Mittelwertsdifferenz wird bei einseitigen Hypothesen leichter signifikant (Betrag von  $t_{krit}$  ist kleiner, bzw. Ablehnungsbereich ist größer).

### Einseitige Fragestellung



# $t$ -Test

## Ein-Stichproben $t$ -Test



# $t$ -Test

## Ein-Stichproben $t$ -Test

### Beispiel:

- Stichprobe von  $n = 36$  Schülern mit Unterricht in Geometrie absolvieren Raumvorstellungstest normiert in Population auf  $\mu = 100$
- Es soll die Hypothese geprüft werden, dass Schülern mit Geometrieunterricht im Schnitt besser sind.
- $n = 36$ , Testpunkte normalverteilt,  $\bar{x}_{Geo} = 101.32$ ,  $s_{Geo} = 4.15$
- $H_0: \mu_{Geo} \leq \mu$ ;  $H_1: \mu_{Geo} > \mu$ ;  $\alpha = 0.05$

$$t = \frac{101.32 - 100}{\frac{4.15}{\sqrt{36}}} = 1.91$$

- $df = 35$ ;  $t_{30;0.95} = 1.70$  (immer den nächst-kleineren df Wert aus der t-Tabelle nehmen)
- Richtung stimmt: unter  $H_1$  positiver t-Wert erwartet
- $1.91 > 1.70 \rightarrow H_0$  verwerfen
- Interpretation: Schüler mit Geometrieunterricht zeigen überdurchschnittliche Testleistungen.



# $t$ -Test

## Unabhängige vs. abhängige Stichproben

### Abhängige Stichproben:

- Elemente der zwei Stichproben können einander paarweise zugeordnet werden

### Beispiele:

- die gleichen Personen wurden 2 Mal befragt (Messwiederholungen)
- es handelt sich um Paare (Geschwisterpaare, Ehepaare,...)
- Personen wurden aufgrund eines oder mehrerer Variablen parallelisiert wurden (z.B. aufgrund eines Vortests werden je zwei Personen mit gleicher Punktezahl zu Paaren zusammengefasst).

### Unabhängige Stichproben:

- Es besteht keine Beziehung zwischen den Elementen der Stichproben.
- Werte in der einen Stichprobe erlauben keine Vorhersage über Werte in der anderen Stichprobe (unkorreliert).

### Beispiele:

- Zufällige Zuteilung von Personen in Versuchsgruppe (VG) und Kontrollgruppe (KG) in einem Experiment
- Zufallsstichproben aus zwei unterschiedlichen Populationen
- Frauen und Männer (wobei es sich nicht um Paare handeln darf).

# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

- Unterscheiden sich die Mittelwerte zweier unabhängiger Stichproben aus normalverteilten Grundgesamtheiten signifikant voneinander?
- Wichtigster Wert für  $t$ -Test (Effekt von Interesse): **Mittelwertsdifferenz**  $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
- Die dichotome Gruppenvariable ist beim  $t$ -Test die UV, die numerische Variable, deren Mittelwerte berechnet werden, die AV

### Ungerichtete Hypothese:

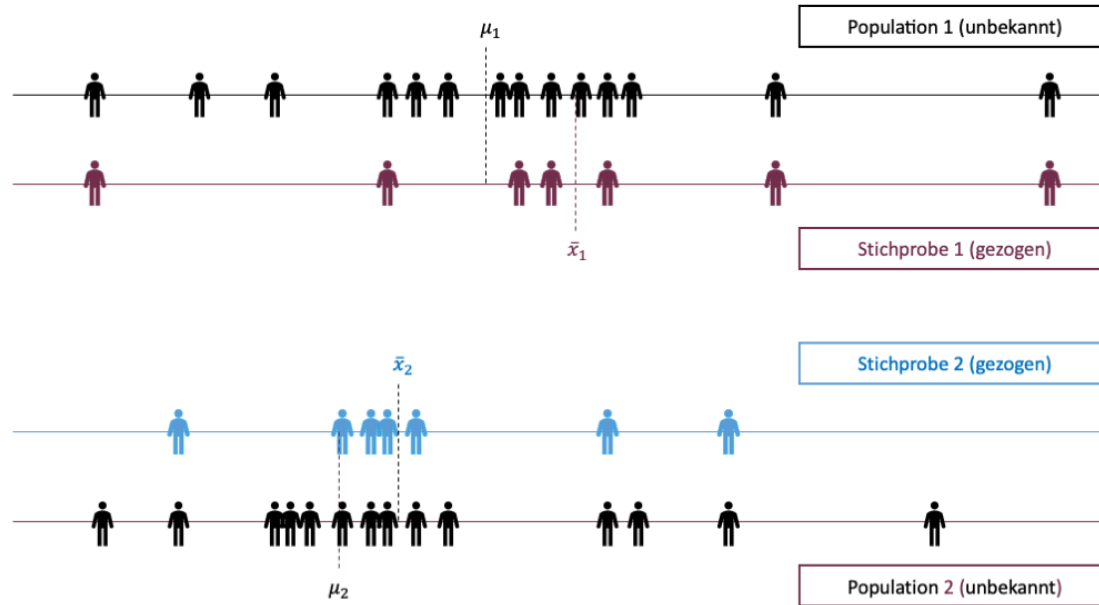
- $H_0: \mu_1 = \mu_2$  bzw.  $\mu_1 - \mu_2 = 0$  und  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$
- $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  bzw.  $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$  und  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$

### Gerichtete Hypothese z.B.:

- $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$  bzw.  $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$  und  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$
- $H_1: \mu_1 > \mu_2$  bzw.  $\mu_1 - \mu_2 > 0$  und  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$

# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen



# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Voraussetzungen:

- Unabhängige Stichproben
- Metrische AV
- Normalverteilung in beiden Populationen
- Homogene Varianzen

### Folgen verletzter Voraussetzungen:

- Sind Voraussetzungen für  $t$ -Test erfüllt, ist er der mächtigste Test zum Vergleich zweier unabhängiger Stichproben.
- Ist eine (oder mehrere) der Voraussetzungen nicht erfüllt, liegt keine  $t$ -Verteilung vor, das reale  $\alpha$  entspricht nicht dem vorgegebenen  $\alpha$  und es kommt zu Fehlentscheidungen.

# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

Prüfung der Voraussetzungen:

### Unabhängige Stichproben

- Kein formeller Test → Beurteilung anhand der Kenntnis Studiendesigns (z.B. Liegt eine Messwiederholung vor?)

### Metrische AV

- Kein formeller Test → Beurteilung anhand der Kenntnis des Messinstruments

### Normalverteilung in beiden Populationen

- Prüfung der NV anhand der Verteilung in der Stichprobe (Rückschluss auf Population)
- Graphische Prüfung: Histogramm oder QQ-Plot
- Prüfung mit Signifikanztest (Wenn signifikant → NV-Annahme verletzt):
  - Shapiro-Wilk Test (empfohlen für  $3 \leq n \leq 5.000$ )
  - Kolgomorow-Smirnov Test
  - berechnen wir nicht händisch → in Klausur wird angegeben, ob NV in Population angenommen werden kann
- Viele Statistiker nehmen mittlerweile an, dass Tests ab balancierten Gruppengrößen von  $n_1 = n_2 \geq 30$  robust sind

### Homogene Varianzen

- Prüfung mittels Levene-Test (F-Test) → siehe nächste Folie

# *t*-Test

## *t*-Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Vergleich zweier unabhängiger Varianzen: F-Test

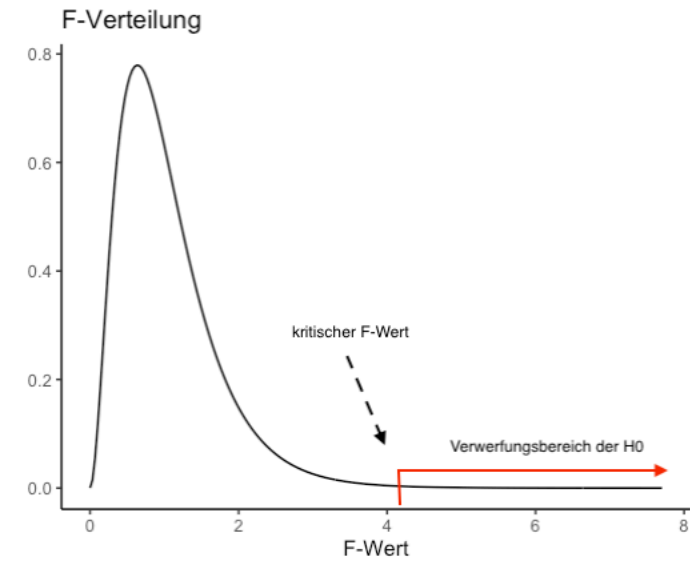
- Unterscheiden sich die Varianzen zweier unabhängiger Stichproben aus normalverteilten Grundgesamtheiten?
- $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Teststatistik:

$$F = \frac{\hat{\sigma}_1^2}{\hat{\sigma}_2^2}; df_1 = n_1 - 1, df_2 = n_2 - 1$$

- Voraussetzungen: NV in jeder Population
- ACHTUNG: Größere Varianz muss im Zähler stehen!
- $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  wird verworfen, wenn  $F > F(df_1, df_2, 1 - \alpha/2)$  (kritischer Wert)

Die F-Verteilung (Vergleich von 2 Varianzen):

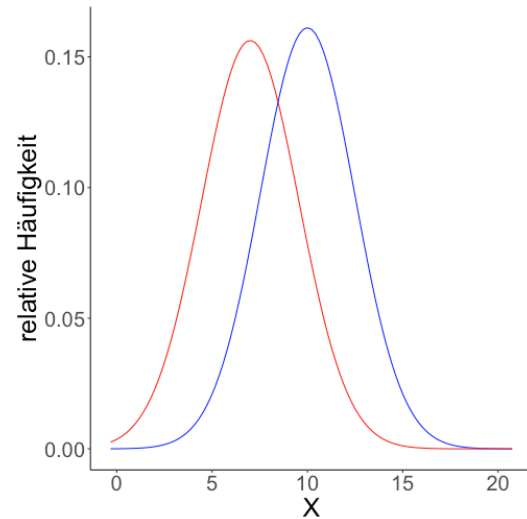


# $t$ -Test

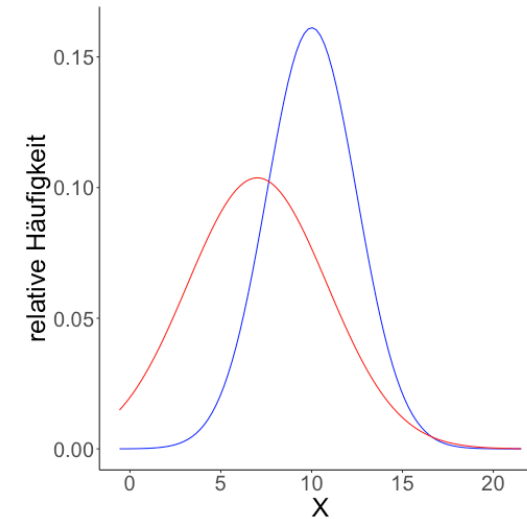
## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Vergleich zweier unabhängiger Varianzen: F-Test

Beispiel: Gruppenvergleich mit homogenen Varianzen



Beispiel: Gruppenvergleich mit inhomogenen Varianzen



# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Vergleich zweier unabhängiger Varianzen: F-Test

#### F-Test - Beispiel 1

- Im Rahmen eines Experimentes hört die Versuchsgruppe während der Bearbeitung eines Gedächtnistests Hintergrundmusik, die Kontrollgruppe bearbeitet den Test ohne Hintergrundmusik.
- Frage, die Levene-Test beantwortet: Streuen die Testleistungen der beiden Bedingungen unterschiedlich stark?

#### Hypothesen des F-Tests:

- $H_0: \sigma_{VG}^2 = \sigma_{KG}^2$
- $H_1: \sigma_{VG}^2 \neq \sigma_{KG}^2$



# *t*-Test

## *t*-Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Vergleich zweier unabhängiger Varianzen: F-Test

#### F-Test - Beispiel 1

Gegeben:

- $s_{VG}^2 = 8.5$
- $s_{KG}^2 = 4.7$
- $n_{VG} = n_{KG} = 50$
- NV der Daten in VG und KG kann angenommen werden.

$$F = \frac{8.5}{4.7} = 1.81; df_1 = 49, df_2 = 49$$

- Nachprüfen in F-Tabelle:  $F_{50,50;0.975} = 1.75 < 1.81 \rightarrow H_0$  wird verworfen
- Levene-Test ist signifikant  $\rightarrow$  Die Varianzen sind unterschiedlich (nicht homogen).

# *t*-Test

## Prüfgröße *t*, unabhängige Stichproben, homogene Varianzen

- *t* ist der Wert, welcher auf der *t*-Verteilung liegt und uns eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung für die Mittelwertsdifferenz erlaubt:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1) \cdot \hat{\sigma}_1^2 + (n_2-1) \cdot \hat{\sigma}_2^2}{(n_1-1) + (n_2-1)} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}; df = n_1 + n_2 - 2$$

Verbal:

$$t = \frac{\text{Mittelwert Gruppe 1} - \text{Mittelwert Gruppe 2}}{\text{geschätzter Standardfehler der Mittelwertsdifferenz}}$$

- Der Effekt (Mittelwertsdifferenz) wird gewichtet mit der Stichprobengröße und der Streuung innerhalb der Gruppen
- Zweiseitige  $H_0$  wird verworfen, wenn  $|t| > t(df; 1 - \alpha/2)$  (kritischer Wert)
- Einseitige  $H_0$  wird verworfen, wenn Abweichung in die erwartete Richtung und  $|t| > t(df; 1 - \alpha)$

# *t*-Test

## *t*-Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Standardfehler der Mittelwertsdifferenz

- Standardfehler der Mittelwertsdifferenz bei  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\sigma^2 \cdot \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

- Varianzschätzung innerhalb (der Stichproben)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot \hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1) \cdot \hat{\sigma}_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}$$

### Schätzung des Standardfehlers der Mittelwertsdifferenz

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot \hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1) \cdot \hat{\sigma}_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \cdot \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Standardfehler der Mittelwertsdifferenz

### Warum Varianzschätzung innerhalb?

- Unter  $H_1$  beide Stichproben normalverteilt mit gleichem  $\sigma$ , aber unterschiedlichen Mittelwerten
- Würde man die Stichproben zu einer einzigen zusammenfassen und die Varianz berechnen, entstünde eine zweigipfelige Verteilung und man erhielte eine größere Varianz
- Man spricht bei Varianzschätzung innerhalb auch von gepoolten Varianzen

# *t*-Test

## *t*-Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

Beispiel 1:

- Es soll überprüft werden, ob zusätzliches autogenes Training einen positiven Effekt bei der Behandlung von Depressionen hat.
- Klassischer Zwei-Gruppen-Versuchsplan: eine Gruppe von Patientinnen erhält nur die konventionelle Therapie (KG), eine zweite Gruppe erhält zusätzlich autogenes Training (VG).
- Operationalisierung des Effekts der Therapien: Score Differenz (vorher minus nachher) in einem Depressionsfragebogen.
- $H_0: \mu_{VG} \leq \mu_{KG}, \sigma_{VG}^2 = \sigma_{KG}^2$
- $H_1: \mu_{VG} > \mu_{KG}, \sigma_{VG}^2 = \sigma_{KG}^2$

Gegeben:

- Autogenes Training:  $\bar{x}_{VG} = 7.22, s_{VG}^2 = 6.12; n_{VG} = 53$
- Konventionelle Therapie:  $\bar{x}_{KG} = 4.91, s_{KG}^2 = 6.54; n_{KG} = 51$
- NV darf angenommen werden,  $\alpha = .05$

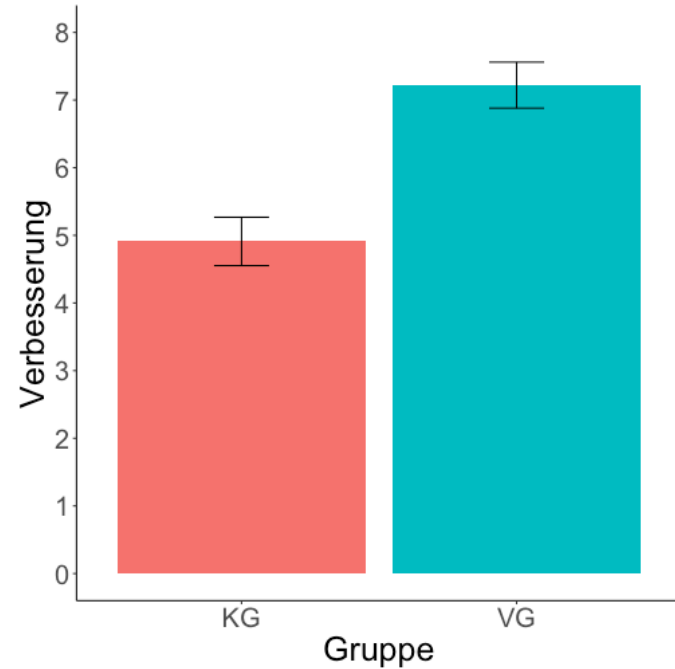
# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

Beispiel 1:

Gegeben:

- Autogenes Training:
  - $\bar{x}_{VG} = 7.22$
  - $s_{VG}^2 = 6.12$
  - $n_{VG} = 53$
- Konventionelle Therapie:
  - $\bar{x}_{VG} = 4.91$
  - $s_{VG}^2 = 6.54$
  - $n_{VG} = 51$



## $t$ -Test

### $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

Beispiel 1:

Homogenität der Varianzen:  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma^2$

$$F = \frac{6.54}{6.12} = 1.07; df_1 = 50, df_2 = 52$$

- Prüfung in F-Tabelle:  $F_{50,50;0.975} = 1.75 > 1.07 \rightarrow H_0$  wird beibehalten, Varianzen sind homogen.

$$t = \frac{7.22 - 4.91}{\sqrt{\frac{52 \cdot 6.12 + 50 \cdot 6.54}{52 + 50} \left( \frac{1}{53} + \frac{1}{51} \right)}} = 4.64; df = 53 + 51 - 2 = 102$$

- Prüfung in t-Tabelle:  $t_{60;0.95} = 1.671 < 4.64 \rightarrow H_0$  verwerfen
- Interpretation: Ergebnis spricht dafür, dass autogenes Training zusätzlichen Effekt hat.

# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Effekstärke: Cohen's $d$

$$d = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s}$$

mit

$$s_{\text{pooled}} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

kombiniert:

$$d = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

- Standardisierte Differenz zwischen 2 Mittelwerten
- Kann alle reelle Zahlen von  $-\infty$  bis  $+\infty$  annehmen
- Unabhängig von der Einheit (in Standardabweichungen angegeben)
- z.B.  $d = 1$  bedeutet  $\bar{x}_1$  ist eine Standardabweichung höher als  $\bar{x}_2$

Effekstärke	Cohen's $d$
Kleiner Effekt	0.2
Mittlerer Effekt	0.5
Großer Effekt	0.8



# $t$ -Test

## $t$ -Test für unabhängige Stichproben mit gleichen Varianzen

### Bewertung des $t$ -Werts:

- $t$ -Wert schneidet gewissen Prozentsatz der Fläche einer  $t$ -Verteilung ab
- Wahrscheinlichkeit des  $t$ -Werts gibt Wahrscheinlichkeit an, ob Nullhypothese zutrifft
- Ergibt  $t$ -Test (Nullhypothesentest) eine geringe Wahrscheinlichkeit, ist Ablehnung der Nullhypothese möglich
- die zugrundeliegenden Populationen haben nicht den gleichen, sondern verschiedene Mittelwerte
- Entscheidungen eines  $t$ -Tests sind nie zu 100% sicher

# $t$ -Test

## Welch's $t$ -Test

- Was wenn Varianzen nicht homogen sind? → Annahme des unabhängigen  $t$ -Tests verletzt
- Prüfgröße  $t$  mit gepoolten Varianzen nicht anwendbar
- Näherungslösung: Prüfgröße  $t$  nach Welch

$$t_{Welch} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

- Es wird eine Korrektur der Freiheitsgrade ( $df$ ) vorgenommen:

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

- korrigierte  $df$  abrunden auf die nächste ganze Zahl
- kritischen Wert aus  $t$ -Tabelle ablesen

# $t$ -Test

## Freiheitsgrade einer $t$ -Verteilung

- Exakte Form der  $t$ -Verteilung ist abhängig vom Stichprobenumfang  $\rightarrow$  deckt sich nicht exakt mit  $z$ -Verteilung
- Unterschied zwischen  $t$ -Verteilung und  $z$ -Verteilung  $\rightarrow$  in  $t$ -Verteilung müssen 2 Schätzer eingehen
  - empirische Mittelwertsdifferenz
  - Standardfehler der Mittelwertsdifferenz

Strebt  $N$  gegen unendlich nähert sich  $t$ -Verteilung der  $z$ -Verteilung an.

# $t$ -Test

## Abhängiger $t$ -Test

- wird z.B. bei Messwiederholungen eingesetzt ( $t_0 - t_1$ )
- Ähnliches Prinzip wie unabhängiger  $t$ -Test
- Betrachtet nicht die Mittelwerte beider Zeitpunkte sondern die Differenz der Werte jeder einzelnen Versuchsperson

→ es geht nur der Unterschied der Messwerte zwischen 1. und 2. Messung in die Auswertung mit ein

- allgemeine Unterschiede, die zwischen den Personen zu beiden Messzeitpunkten wirken gehen nicht mit ein
- Der relevante Effekt für den abhängigen  $t$ -Test ist also:

$$\bar{x}_d = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}$$

Hypothesen:

- $H_0: \mu_d \leq 0$  bzw.  $\mu_d = 0$
- $H_1: \mu_d > 0$  bzw.  $\mu_d \neq 0$

# $t$ -Test

## Abhängiger $t$ -Test

### Berechnung der Teststatistik:

Da dieser Test die Verteilung der Mittelwerte von Differenzen betrachtet, ergibt sich eine andere Schätzung der Streuung:

$$t_{abhängig} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}}$$

### Berechnung des Standardfehlers der Differenzen:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_d} = \frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{N}}$$

### Schätzung der Streuung der Differenzen:

$$\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{x}_d)^2}{N - 1}}$$

### Berechnung der Freiheitsgrade:

- $df = N - 1$  (Anzahl der Messwertpaare - 1)

# $t$ -Test

## Abhängiger $t$ -Test

Beispiel 1:

- Übungseffekt bei Wiederholung einer motorischen Aufgabe (Tippen einer kurzen Sequenz).
- AV = Anzahl richtiger Sequenzen; UV = Zeitpunkt (dichotom):  $t_0$  vs.  $t_1$
- Ungerichtete Hypothese  $\mu_d = 0$ : Übung könnte Leistung verbessern vs. Ermüdung könnte Leistung verschlechtern.

Gegeben:

- $N = 36$  Teilnehmer:innen
- $\bar{x}_d = 0.722$  und  $\hat{\sigma}_d = 4.186$
- $\alpha = .05$

## $t$ -Test

### Abhängiger $t$ -Test

- $N = 36$  Teilnehmer:innen
- $\bar{x}_d = 0.722$  und  $\hat{\sigma}_d = 4.186$
- $\alpha = .05$

$$t_{abhängig} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} = \frac{\bar{x}_d}{\frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{N}}} = \frac{0.722}{\frac{4.186}{\sqrt{36}}} = \frac{0.722}{0.698} = 1.035$$

- kritischer Wert (nächster df Wert in Tabelle ist 30) von  $t_{30,0.975} = 2.042$
- $t$ -Wert ist nicht größer als kritischer Wert.
- Interpretation: Es besteht kein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Messzeitpunkten.

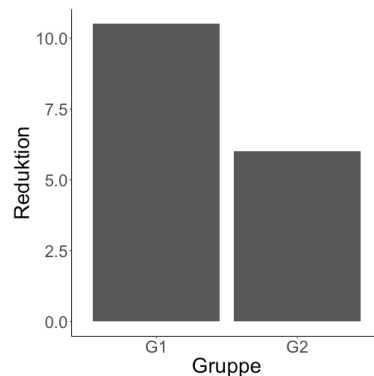
# $t$ -Test

## Berechnung in R

### Unabhängiger t-Test:

Beispiel: Vergleich der Reduktion von Symptomatik zwischen 2 Gruppen ( $N = 16$ )

Gruppe	Mittelwert	SD
G1	10.5	1.51
G2	6.0	1.31



```
t.test(Reduktion ~ Gruppe, data = df, var.equal = T)
```

```
##
##      Two Sample t-test
##
## data:  Reduktion by Gruppe
## t = 6.364, df = 14, p-value = 1.757e-05
## alternative hypothesis: true difference in means between groups is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  2.983407 6.016593
## sample estimates:
## mean in group G1 mean in group G2
##           10.5           6.0
```



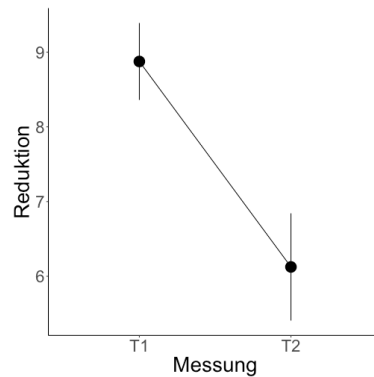
# *t*-Test

## Berechnung in R

### Abhängiger t-Test:

Beispiel: Prüfung, ob Symptomreduktion zwischen 2 Zeitpunkten signifikant ist ( $N = 8$ )

Messung	Mittelwert	SD
T1	8.88	1.46
T2	6.12	2.03



```
t.test(Reduktion ~ Messung, data = df, paired = T)

##
##      Paired t-test
##
## data:  Reduktion by Messung
## t = 3.3606, df = 7, p-value = 0.01208
## alternative hypothesis: true mean difference is not equal to
## 95 percent confidence interval:
##  0.8149876 4.6850124
## sample estimates:
## mean difference
##                2.75
```

## Take-aways

- t-Test ist eine Auswertungsverfahren für den **Vergleich von 2 Mittelwerten**
- Vergleich von Mittelwerten 2er Gruppen erfolgt mittels **unabhängigem t-Test**, von Mittelwerten 2er Zeitpunkte mit **abhängigem t-Test** und Vergleich von Mittelwert mit vorgegebenem Referenzwert mit **Ein-Stichproben t-Test**
- **Voraussetzungen** für unabhängige t-Test umfassen unabhängige Daten, Intervallskalenniveau, Normalverteilung und Varianzhomogenität
- Vorgehen: Berechnung von  $t_{emp}$  und Vergleich mit  $t_{krit}$ , welcher aus **t-Tabelle** abgelesen wird
- Vorsicht: t-Test kann zu **Fehlentscheidungen** führen (s.h.  $\alpha$ -Fehler und  $\beta$ -Fehler)
- Prüfung, ob Effekt (Mittelwertunterschiede/Mittelwertsdifferenzen), die in Stichprobe gemessen wurden auf Population **generalisierbar** sind.

