Statistik I

Einheit 12: Übungsaufgaben Schritt-für-Schritt

30.01.2024 | Prof. Dr. Stephan Goerigk

Wiederholung: t-Test händisch rechnen

Anleitung - Schritt für Schritt:

1. Hypothesenpaar aus H_0 und H_1 aufstellen
    - VORSICHT: gerichtet oder ungerichtet $\rightarrow$ Unterschied bei Signifikanzgrenze
2. Mittelwerte und Streuungen berechnen (es sei denn bereits angegeben).
    - VORSICHT: Es kann in der Aufgabenstellung Varianz ODER Standardabweichung gegeben sein
    - VORSICHT: Beim abhängigen t-Test Mittelwert und Streuung der Differenzen (Post-Prä) berechnen
3. Stichprobengrößen berücksichtigen
    - VORSICHT: Es können gleich große $(n_1 = n_2)$ oder unterschiedliche große Gruppen $(n_1 \neq n_2)$ vorliegen
4. t-Wert (t_{emp}) unter der Nullhypothese bestimmen
5. kritischen t-Wert (t_{krit}) aus Tabelle ablesen
    - VORSICHT: gerichtet/einseitig $\rightarrow 1 - \alpha = .95$; ungerichtet/zweiseitig $\rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = .975$
6. Vergleich von t_{emp} mit t_{krit}. Wenn $t_{emp} > t_{krit}$ $\rightarrow$ Test signifikant $\rightarrow$ H_0 verwerfen

t-Test

Übungsaufgabe 1: Remuneration

- Eine Psychologiestudentin möchte Versuchspersonen nach Teilnahme an ihrem Experiment mit einem kleinen Geldbetrag vergüten.
- Sie möchte wissen, ob in Abhängigkeit der Höhe des Betrags Unterschiede in der Zufriedenheit der Teilnehmer:innen bestehen.
- Höhere Werte zeigen höhere Zufriedenheit an.
- Ihre Ergebnisse stehen in der nachfolgenden Tabelle:

Gruppe 1: erhält 10€	Gruppe 2: erhält 50€
4	6
2	4
3	7
5	8
4	8

Es ergeben sich folgende Kennwerte:

- $\bar{x}_1 = 3.6$
- $\bar{x}_2 = 6.6$
- $\hat{\sigma}_1 = 1.14$
- $\hat{\sigma}_2 = 1.67$

t-Test

Übungsaufgabe 1: Remuneration

Gruppe 1: erhält 10€	Gruppe 2: erhält 50€
4	6
2	4
3	7
5	8
4	8

Es ergeben sich folgende Kennwerte:

- $\bar{x}_1 = 3.6$
- $\bar{x}_2 = 6.6$
- $\hat{\sigma}_1 = 1.14$
- $\hat{\sigma}_2 = 1.67$

Aufgaben:

a) Stellen Sie das Hypothesenpaar aus H_0 und H_1 auf.

b) Prüfen Sie, ob es einen statistischen Unterschied zwischen den Gruppen gibt $(\alpha = .05)$. Varianzhomogenität und Normalverteilung in den Gruppen kann angenommen werden.

t-Test

Übungsaufgabe 1: Remuneration

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

- H_0: $\mu_2 - \mu_1 = 0$
- H_1: $\mu_2 - \mu_1 \neq 0$

Interpretation:

- H_0:
  - Die H_0 besagt, dass kein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen besteht.
  - Laut der H_0 macht es keinen Unterschied, wie viel Geld die Teilnehmer:innen bekommen.
- H_1:
  - Die H_1 besagt, dass ein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen besteht.
  - Laut der H_1 hat der Unterschied im gezahlten Geldbetrag einen Effekt auf die Zufriedenheit der Teilnehmer:innen.

t-Test

Übungsaufgabe 1: Remuneration

b) Prüfen Sie, ob es einen statistischen Unterschied zwischen den Gruppen gibt $(\alpha = .05)$. Varianzhomogenität und Normalverteilung in den Gruppen kann angenommen werden.

t-Test für unabhängige Stichproben:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\cdot\hat{\sigma}_1^2+(n_2-1)\cdot\hat{\sigma}_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}; df = n_1 + n_2 - 2$$

$$t = \frac{6.6 - 3.6}{\sqrt{\frac{(5-1)\cdot 1.14^2+(5-1)\cdot 1.67^2}{(5-1)+(5-1)}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)}}; df = 5 + 5 - 2$$

$$t = \frac{3}{\sqrt{0.8177}} = \frac{3}{0.9} = 3.33; df = 8$$

t-Test

Übungsaufgabe 1: Remuneration

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche* df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

t-Test

Übungsaufgabe 1: Remuneration

b) Prüfen Sie, ob es einen statistischen Unterschied zwischen den Gruppen gibt $(\alpha = .05)$. Varianzhomogenität und Normalverteilung in den Gruppen kann angenommen werden.

t-Test für unabhängige Stichproben:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\cdot\hat{\sigma}_1^2 + (n_2-1)\cdot\hat{\sigma}_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}; df = n_1 + n_2 - 2$$

$$t = \frac{6.6 - 3.6}{\sqrt{\frac{(5-1)\cdot 1.14^2 + (5-1)\cdot 1.67^2}{(5-1)+(5-1)}\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)}}; df = 5 + 5 - 2$$

$$t = \frac{3}{\sqrt{0.8177}} = \frac{3}{0.9} = 3.33; df = 8$$

- $t_{krit(df=8)} = 2.306 \rightarrow$ Spalte für 0.975 in der t-Tabelle, da ungerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist größer als der kritische t-Wert, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant voneinander.
- Die H_0 kann verworfen werden. Es macht einen Unterschied, wie viel Geld die Proband:innen bekommen.

t-Test

Übungsaufgabe 2: Emotionsinduktion

- Ein Forscher möchte den Effekt von Gruselpodcasts auf die Angst von Versuchspersonen untersuchen.
- Er lässt die Personen jeweils entweder einen Gruselpodcast (Gruppe 1) oder einen Wissenspodcast (Gruppe 2) anhören.
- Seine Annahme lautet, dass die Personen ihre Angst auf einer Skala von 1-10 Punkten im Durchschnitt höher berichten, wenn sie zuvor einen Gruselpodcast gehört haben.

Ergebnisse aus der Stichprobe:

- $\bar{x}_1 = 6.8$
- $\bar{x}_2 = 5.9$
- $\hat{\sigma}_1^2 = 3.2$
- $\hat{\sigma}_2^2 = 3.8$
- $n_1 = 25$
- $n_2 = 28$

t-Test

Übungsaufgabe 2: Emotionsinduktion

Ergebnisse aus der Stichprobe:

- $\bar{x}_1 = 6.8$
- $\bar{x}_2 = 5.9$
- $\hat{\sigma}_1^2 = 3.2$
- $\hat{\sigma}_2^2 = 3.8$
- $n_1 = 25$
- $n_2 = 28$

Aufgaben:

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

b) Prüfen Sie, ob sich die Annahme des Forschers statistisch signifikant nachweisen lässt $(\alpha = .05)$. Varianzhomogenität und Normalverteilung in den Gruppen kann angenommen werden.

t-Test

Übungsaufgabe 2: Emotionsinduktion

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

- H_0: $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$
- H_1: $\mu_1 - \mu_2 > 0$

Interpretation:

- H_0:
  - Die H_0 besagt, dass kein signifikanter Unterschied zwischen den Gruppen besteht, bzw. dieser nicht in die von der H_1 postulierte Richtung geht.
  - Laut der H_0 führt das Hören gruseliger Podcasts nicht zu höherer Angst.
- H_1:
  - Die H_1 besagt, dass das Hören gruseliger Podcasts zu höherer Angst führt.

t-Test

Übungsaufgabe 2: Emotionsinduktion

b) Prüfen Sie, ob sich die Annahme des Forschers statistisch signifikant nachweisen lässt $(\alpha = .05)$. Varianzhomogenität und Normalverteilung in den Gruppen kann angenommen werden.

t-Test für unabhängige Stichproben:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\cdot\hat{\sigma}_1^2+(n_2-1)\cdot\hat{\sigma}_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}; df = n_1 + n_2 - 2$$

$$t = \frac{6.8 - 5.9}{\sqrt{\frac{(25-1)\cdot 3.2+(28-1)\cdot 3.8}{(25-1)+(28-1)}(\frac{1}{25}+\frac{1}{28})}}; df = 25 + 28 - 2$$

$$t = \frac{0.9}{0.52} = 1.73; df = 51$$

t-Test

Übungsaufgabe 2: Emotionsinduktion

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche* df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
60	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373

t-Test

Übungsaufgabe 2: Emotionsinduktion

b) Prüfen Sie, ob sich die Annahme des Forschers statistisch signifikant nachweisen lässt $(\alpha = .05)$. Varianzhomogenität und Normalverteilung in den Gruppen kann angenommen werden.

t-Test für unabhängige Stichproben:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\cdot\hat{\sigma}_1^2+(n_2-1)\cdot\hat{\sigma}_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}; df = n_1 + n_2 - 2$$

$$t = \frac{6.8 - 5.9}{\sqrt{\frac{(25-1)\cdot 3.2+(28-1)\cdot 3.8}{(25-1)+(28-1)}(\frac{1}{25}+\frac{1}{28})}}; df = 25 + 28 - 2$$

$$t = \frac{0.9}{0.52} = 1.73; df = 51$$

- $t_{krit(df=40)} = 1.684 \rightarrow$ Spalte für 0.95 in der t-Tabelle, da gerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist größer als der kritische t-Wert, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant voneinander.
- Die H_0 kann verworfen werden. Gruselpodcasts machen den Teilnehmer:innen signifikant mehr Angst.

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

- Eine Therapeutin hat eine neue Unterform der kognitiven Verhaltenstherapie entwickelt, bei der besonders auf Patientenfeedback geachtet wird.
- Sie möchte prüfen, ob diese neue Therapievariante die Lebensqualität von Patient:innen signifikant erhöhen kann.
- Sie misst zunächst die Lebensqualität (Prä-Messung), führt dann die Therapie durch und misst dann erneut die Lebensqualität (Post-Messung).

Prä	Post
4	6
6	7
3	8
7	7
2	4
8	7
3	6
5	6
6	8
4	5

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

Aufgaben:

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

b) Berechnen Sie den Kennwert des Tests und seine Streung.

c) Prüfen Sie, ob sich die Therapie signifikant positiv auf die Lebensqualität auswirkt $(\alpha = .05)$. Normalverteilung der Differenzwerte kann angenommen werden.

Prä	Post
4	6
6	7
3	8
7	7
2	4
8	7
3	6
5	6
6	8
4	5

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

- H_0: $\mu_d \leq 0$
- H_1: $\mu_d > 0$

Interpretation:

- H_0:
  - Die H_0 besagt, dass kein signifikanter Unterschied zwischen den Messwerten zu Prä und Post besteht, bzw. dieser nicht in die von der H_1 postulierte Richtung geht.
  - Laut der H_0 führt die Therapie nicht zu einer erhöhten Lebensqualität.
- H_1:
  - Die H_1 besagt, dass die Therapie die Lebensqualität von Zeitpunkt Prä nach Post erhöhen kann.

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

b) Kennwert und Streuung des Kennwerts:

$$\bar{x}_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} = 1.6$$

$$\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (d_i - \bar{x}_d)^2}{N-1}} = 1.65$$

Prä	Post	d (Post-Prä)
4	6	2
6	7	1
3	8	5
7	7	0
2	4	2
8	7	-1
3	6	3
5	6	1
6	8	2
4	5	1

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

c) Prüfen Sie, ob sich die Therapie signifikant positiv auf die Lebensqualität auswirkt.

- $\bar{x}_d = 1.6$
- $\hat{\sigma}_d = 1.65$
- $df = n - 1 = 9$

Berechnung des Standardfehlers der Differenzen:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_d} = \frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{N}} = \frac{1.65}{\sqrt{10}} = 0.52$$

t-Test für abhängige Stichproben:

$$t_{abhängig} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} = \frac{1.6}{0.52} = 3.07$$

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche* df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

t-Test

Übungsaufgabe 3: Therapieevaluation

c) Prüfen Sie, ob sich die Therapie signifikant positiv auf die Lebensqualität auswirkt.

- $\bar{x}_d = 1.6$
- $\hat{\sigma}_d = 1.65$
- $df = n - 1 = 9$

Berechnung des Standardfehlers der Differenzen:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_d} = \frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{N}} = \frac{1.65}{\sqrt{10}} = 0.52$$

t-Test für abhängige Stichproben:

$$t_{abhängig} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}} = \frac{1.6}{0.52} = 3.07$$

- $t_{krit(df=9)} = 1.833 \rightarrow$ Spalte für 0.95 in der t-Tabelle, da gerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist größer als der kritische t-Wert, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant voneinander.
- Die H_0 kann verworfen werden. Die neue Thearpievariante führt zu signifikanter Verbesserung in der Lebensqualität.

t-Test

Übungsaufgabe 4: Zeit bis Relapse

- Eine neue tiefenpsychologische Therapieform zur Behandlung von chronischer Depression soll angeblich ein besonders stabiles Therapieansprechen bewirken
- Stabil heißt in diesem Zusammenhang, dass Patient:innen die einmal remittieren auch gesund bleiben. Ansonsten spricht man von einem Rückfall (Relapse)
- Ein Forscherteam behauptet, dass Patienten nach Therapieende im Schnitt länger als 40 Monate symptomfrei bleiben.
- In einer Stichprobe von 15 Patient:innen zeigten sich folgende Ergebnisse:

Ergebnisse:

- $\bar{x} = 44.9$
- $s = 8.9$
- $n = 15$

t-Test

Übungsaufgabe 4: Zeit bis Relapse

- $\bar{x} = 44.9$
- $s = 8.9$
- $n = 15$

Aufgaben

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

b) Prüfen Sie, ob die Zeit bis zum Relapse den Referenzwert von 40 Monaten signifikant überschreitet $(\alpha = .05)$.

t-Test

Übungsaufgabe 4: Zeit bis Relapse

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

- H_0: $\mu \leq \mu_0$
- H_1: $\mu > \mu_0$

Interpretation:

- H_0:
  - Die H_0 besagt, dass die Zeit bis zum Relapse nicht höher als der Referenzwert ist.
  - Laut der H_0 führt die Therapie nicht zu einem Therapieansprechen, dass länger als 40 Monate stabil ist.
- H_1:
  - Die H_1 besagt, dass die Therapie zu stabilen Ergebnissen, mit Zeiten bis Relapse von durchschnittlich länger als 40 Monate führt.

t-Test

Übungsaufgabe 4: Zeit bis Relapse

b) Prüfen Sie, ob die Zeit bis zum Relapse den Referenzwert von 40 Monaten signifikant überschreitet $(\alpha = .05)$.

- $\bar{x} = 44.9$
- $s = 8.9$
- $n = 15$

Ein-Stichproben t-Test:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

$$t = \frac{44.9 - 40}{\frac{8.9}{\sqrt{15}}}; df = 15 - 1$$

$$t = \frac{4.9}{2.298} = 2.13; df = 14$$

t-Test

Übungsaufgabe 4: Zeit bis Relapse

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche*													
df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

t-Test

Übungsaufgabe 4: Zeit bis Relapse

b) Prüfen Sie, ob die Zeit bis zum Relapse den Referenzwert von 40 Monaten signifikant überschreitet $(\alpha = .05)$.

- $\bar{x} = 44.9$
- $s = 8.9$
- $n = 15$

Ein-Stichproben t-Test:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}; df = n - 1$$

$$t = \frac{44.9 - 40}{\frac{8.9}{\sqrt{40}}}; df = 15 - 1$$

$$t = \frac{4.9}{2.298} = 2.13; df = 14$$

- $t_{krit(df=14)} = 1.761 \rightarrow$ Spalte für 0.95 in der t-Tabelle, da gerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist größer als der kritische t-Wert, die Mittelwerte unterscheiden sich signifikant voneinander.
- Die H_0 kann verworfen werden. Die durchschnittliche Zeit bis zu einem Rückfall ist signifikant länger als 40 Tage.

Take-aways

- t-Test ist ein Auswertungsverfahren für den **Vergleich von Mittelwerten**
- Vergleich von Mittelwerten 2er Gruppen erfolgt mittels **unabhängigem t-Test**, von Mittelwerten 2er Zeitpunkte mit **abhängigem t-Test** und Vergleich von Mittelwert mit vorgegebenem Referenzwert mit **Ein-Stichproben t-Test**
- **Voraussetzungen** für unabhängige t-Test umfassen unabhängige Daten, Intervallskalenniveau, Normalverteilung und Varianzhomogenität
- Vorgehen: Berechnung von t_{emp} und Vergleich mit t_{krit}, welcher aus t-Tabelle abgelesen wird
- Vorsicht: t-Test kann zu **Fehlentscheidungen** führen (s.h. α-Fehler und β-Fehler)
- Prüfung, ob Effekt (Mittelwertunterschiede/Mittelwertsdifferenzen), der in Stichprobe gemessen wurde, auf Population **generalisierbar** sind.

Wiederholung: Korrelation händisch rechnen

Anleitung - Schritt für Schritt:

1. Hypothesenpaar aus H_0 und H_1 aufstellen
   - VORSICHT: gerichtet oder ungerichtet $\rightarrow$ Unterschied bei Signifikanzgrenze
2. Ggf. Mittelwerte und Streuungen berechnen (es sei denn bereits angegeben).
   - VORSICHT: Es kann in der Aufgabenstellung Varianz ODER Standardabweichung gegeben sein
   - VORSICHT: Bei der Spearman Korrelation Differenzen zwischen Rängen berechnen
3. Korrelationskoeffizient berechnen
   - Pearson: Zunächtst Kovarianz und maximale Kovarianz $|cov_{max}|$ berechnen
   - Spearman: Kann direkt über Formel berechnet werden
4. Richtung (positiv/negativ) und Stärke (Cohen: schwach/klein, mittel, groß/stark) bestimmen
5. t-Wert (t_{emp}) unter der Nullhypothese bestimmen
6. kritischen t-Wert (t_{krit}) aus Tabelle ablesen
   - VORSICHT: gerichtet/einseitig $\rightarrow 1 - \alpha = .95$; ungerichtet/zweiseitig $\rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = .975$
7. Vergleich von t_{emp} mit t_{krit}. Wenn $t_{emp} > t_{krit} \rightarrow$ Test signifikant $\rightarrow H_0$ verwerfen

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

- Ein Psychologe möchte prüfen, ob die Anzahl der Menschen, die einen Überfall beobachten, mit der Zeit zusammenhängt, die vergeht, bis der überfallenen Person geholfen wird.
- Er engagiert 2 Schauspieler, die an 10 verschiedenen Orten in Berlin einen Überfall vorspielen und misst die Zeit (in Sekunden), bis geholfen wird.

Das sind die Ergebnisse:

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Menschen (X)	13	8	6	7	7	4	6	9	13	8
Zeit (Y)	47	36	12	30	24	23	29	29	43	29

Aufgaben:

a) Stellen Sie das Hypothesenpaar aus H_0 und H_1 auf.

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

- H_0: $\rho = 0$
- H_1: $\rho \neq 0$

Interpretation:

- H_0:
  - Die H_0 besagt, dass kein signifikanter Zusammenhang zwischen Gruppengröße und Zeit bis zur Hilfeleistung besteht.
  - Laut der H_0 variieren die beiden Variablen nicht systematisch miteinander
- H_1:
  - Die H_1 besagt, signifikanter Zusammenhang zwischen Gruppengröße und Zeit bis zur Hilfeleistung besteht.
  - Laut der H_1 gehen hohe/niedrige Gruppengrößen mit langen/kurzen Zeit bis zur Hilfeleistung einher.

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen der Stichprobencharakteristika:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 8.1$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 30.2$$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 2.92$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = 10.03$$

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen der Kovarianz:

$$cov_{x,y} = \frac{(13-8.1)\cdot(47-30.2)+(8-8.1)\cdot(36-30.2)+\ldots}{9} = 23.99$$

Berechnen der maximale Kovarianz:

$$|cov_{max}| = \hat{\sigma}_x \cdot \hat{\sigma}_y = 2.92 \cdot 10.03 = 29.29$$

Berechnen der Produkt-Moment-Korrelation:

$$r_{xy} = \frac{cov_{emp}}{cov_{max}} = \frac{23.99}{29.29} = 0.82$$

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.82 \cdot \sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0.82)^2}} = 4.05$$

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche* df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

Korrelation

Übungsaufgabe 1: Bystander Effekt

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.82 \cdot \sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0.82)^2}} = 4.05$$

- $t_{krit(df=8)} = 2.306 \rightarrow$ Spalte für 0.975 in der t-Tabelle, da ungerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist größer als der kritische t-Wert, es besteht ein signifikanter Zusammenhang.
- Die H_0 kann verworfen werden. Die Anzahl der Menschen, die einen Überfall beobachten hängt systematisch mit der Zeit bis zur Hilfeleistung zusammen.

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

- In einer Studie soll geprüft werden, ob die Anzahl an Stunden, die Kinder pro Woche klassische Musik hören positiv mit deren Intelligenz zusasmmenhängt.
- Es wurde eine Gruppe von 13 Kindern über ihren klassischen Musikkonsum (in Stunden pro Woche) befragt, danach wurde ein Intelligenztest absolviert und der Intelligenzquotient (IQ) berechnet.

Das sind die Ergebnisse:

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Musik (X)	7	8	11	8	8	11	9	5	7	7	10	9	9
IQ (Y)	114	99	127	116	75	109	97	101	108	95	89	94	76

Aufgaben:

a) Stellen Sie das Hypothesenpaar aus H_0 und H_1 auf.

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

a) Stellen Sie H_0 und H_1 auf.

- H_0: $\rho \leq 0$
- H_1: $\rho > 0$

Interpretation:

- H_0:
  - Die H_0 besagt, dass kein Zusammenhang zwischen den Stunden, die ein Kind klassische Musik hört und dem IQ besteht, oder dieser negativ ist.
  - Laut der H_0 variieren die beiden Variablen nicht oder negativ systematisch miteinander
- H_1:
  - Die H_1 besagt, dass ein positiver Zusammenhang zwischen den Stunden, die ein Kind klassische Musik hört und dem IQ besteht.
  - Laut der H_1 geht ein hoher klassischer Musikkonsum mit einem hohen einher.

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen der Stichprobencharakteristika:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 8.38$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 100$$

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 1.71$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = 15.06$$

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen der Kovarianz:

$$cov_{x,y} = \frac{(7-8.38)\cdot(114-100)+(8-8.38)\cdot(99-100)+\ldots}{12} = 2.75$$

Berechnen der maximale Kovarianz:

$$|cov_{max}| = \hat{\sigma}_x \cdot \hat{\sigma}_y = 1.71 \cdot 15.06 = 25.75$$

Berechnen der Produkt-Moment-Korrelation:

$$r_{xy} = \frac{cov_{emp}}{cov_{max}} = \frac{2.75}{25.75} = 0.11$$

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 13 - 2 = 11$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.11 \cdot \sqrt{13-2}}{\sqrt{1-(0.11)^2}} = 0.37$$

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche* df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

Korrelation

Übungsaufgabe 2: Klassische Musik

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 13 - 2 = 11$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.11 \cdot \sqrt{13-2}}{\sqrt{1-(0.11)^2}} = 0.37$$

- $t_{krit(df=11)} = 1.796 \rightarrow$ Spalte für 0.95 in der t-Tabelle, da gerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist kleiner als der kritische t-Wert, es besteht kein signifikanter Zusammenhang.
- Die H_0 wird beibehalten. Die Anzahl an Stunden, die Kinder pro Woche klassische Musik hören, hängt nicht systematisch mit ihrem IQ zusammen.

Korrelation

CHARLOTTE FRESENIUS HOCHSCHULE UNIVERSITY OF PSYCHOLOGY

Übungsaufgabe 3: Springen und Werfen

- Für die Auswertung der diesjährigen Bundesjugendspiele soll geprüft werden, ob die Leistung im Speerwurf mit der im Weitsprung zusammenhängt.
- Es wurde eine Stichprobe von 12 Schüler:innen der 11. Klasse in beiden Disziplinen geprüft. Die Platzierung im Wettkampf wurde jeweils in einer Tabelle eingetragen:

Aufgaben:

a) Stellen Sie das Hypothesenpaar aus H_0 und H_1 auf.

b) Prüfen Sie, ob es einen signifikanten statistischen Zusammenhang zwischen den Variablen gibt $(\alpha = .05)$.

Schüler:in	Rang Speerwurf (X)	Rang Weitsprung (Y)	Differenz (d)
1	3	1	2
2	7	4	3
3	8	8	0
4	4	5	-1
5	10	10	0
6	2	2	0
7	6	9	-3
8	5	6	-1
9	10	10	0
10	10	10	0
11	1	3	-2
12	9	7	2

Korrelation

Übungsaufgabe 3: Springen und Werfen

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 1 - \frac{192}{1716} = 0.89$$

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N - 2}}{\sqrt{1 - r^2}} = \frac{0.89 \cdot \sqrt{12 - 2}}{\sqrt{1 - (0.89)^2}} = 6.12$$

Korrelation

Übungsaufgabe 3: Springen und Werfen

Kritischen t-Wert (t_{krit}) für $a = .05$ nachschlagen:

Fläche* df	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9995
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,941
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073

Korrelation

Übungsaufgabe 3: Springen und Werfen

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 1 - \frac{192}{1716} = 0.89$$

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.89 \cdot \sqrt{12-2}}{\sqrt{1-(0.89)^2}} = 6.12$$

- $t_{krit(df=10)} = 2.228 \rightarrow$ Spalte für 0.975 in der t-Tabelle, da ungerichtete Hypothese
- Der empirische t-Wert ist größer als der kritische t-Wert, es besteht ein signifikanter Zusammenhang.
- Die H_0 wird verworfen. Der Rang den Schüler im Speerwerfen erreichen korreliert signifikant mit dem Rang, den sie im Weitsprung erreichen.

Korrelation

Übungsaufgabe 3: Springen und Werfen

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{N \cdot (N^2 - 1)} = 1 - \frac{192}{1716} = 0.89$$

Berechnen von t_{emp}:

$$df = N - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.89 \cdot \sqrt{12-2}}{\sqrt{1-(0.89)^2}} = 6.12$$

Take-aways

- Ein (bivariater) Zusammenhang zeigt sich darin, dass zwei Variablen **systematisch miteinander variieren**.
- Die **Kovarianz**, ein unstandardisiertes Zusammenhangsmaß, kann uns die Richtung des Zusammenhangs anzeigen, aber nicht direkt hinsichtlich seiner Stärke interpretiert werden.
- Der **Korrelationskoeffizient** (r) ist ein standardisiertes Maß für den Zusammenhang zweier Variablen und kann Werte im Bereich von -1 bis +1 annehmen.
- Zusammenhänge zwischen zwei intervallskalierten Variablen werden mit der **Produkt-Moment-Korrelation** (Pearson), ordinalskalierte mit der **Rangkorrelation** (Spearman) berechnet.
- Die **Einteilung nach Cohen** erlaubt für $|r \geq .1|$, $|r \geq .3|$, $|r \geq .5|$ eine Unterteilung in kleine, mittlere und starke/große Zusammenhänge.
- Ein bestehender Zusammenhang gibt **keine Auskunft über Kausalbeziehungen** zwischen den untersuchten Variablen