INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO – CAMPUS CUBATÃO

Discente: Stephany da Costa Silva

Docente: Luciano Reis

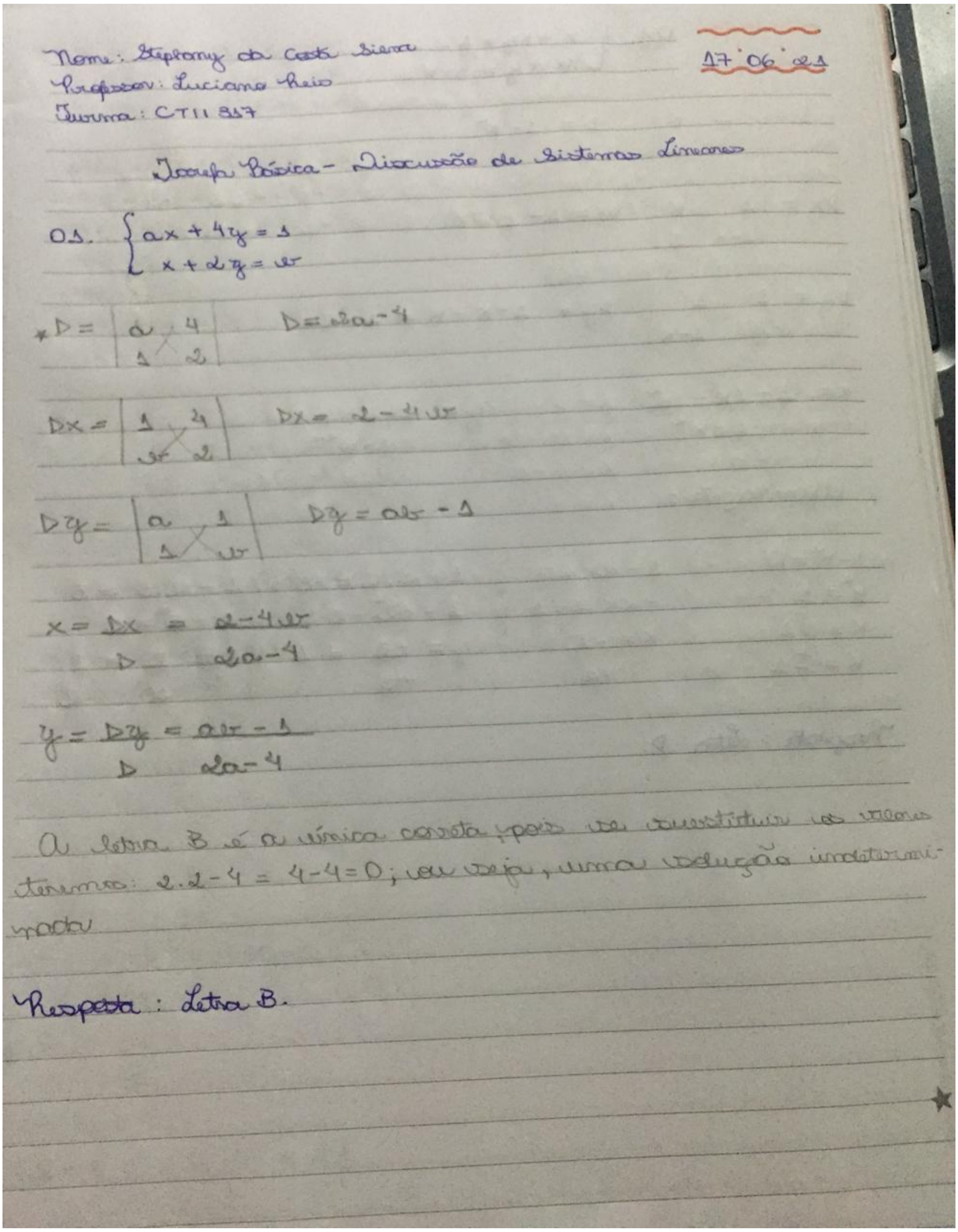
Data: 17/06/2021

Turma: CTII 317

TAREFA BÁSICA – DISCUSSÃO DE SISTEMAS LINEARES

QUESTÕES

01.



Nome: Stephany da Costa Sierra

17/06/21

Professor: Luciano Reis

Turma: CTII 317

Tarefa Básica - Discussão de Sistemas Lineares

01. $\begin{cases} ax + 4y = 1 \\ x + 2y = b \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} a & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $\quad D = 2a - 4$

$Dx = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ b & 2 \end{vmatrix}$ $\quad Dx = 2 - 4b$

$Dy = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{vmatrix}$ $\quad Dy = ab - 1$

$x = \frac{Dx}{D} = \frac{2-4b}{2a-4}$

$y = \frac{Dy}{D} = \frac{ab-1}{2a-4}$

A letra B é a única correta, pois se substituir os valores teremos: $2.2-4 = 4-4=0$; ou seja, uma solução indeterminada

Resposta: Letra B.

02.

02. $\begin{cases} x + Ky = 1 \\ Kx + y = 1 - K \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} 1 & K \\ K & 1 \end{vmatrix}$ $\quad D = 1 - K^2$

$Dx = \begin{vmatrix} 1 & K \\ 1-K & 1 \end{vmatrix}$ $\quad Dx = 1 - 1K - K^2$

$Dy = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ K & 1-K \end{vmatrix}$ $\quad Dy = 1 - K - K = 1 - 2K$

$x = \dfrac{1 - 1K - 1K^2}{1 - K^2}$ $\quad y = \dfrac{1 - 2K}{1 - K^2}$

* Afirmações:

$1 - K^2 = 0$	$1 - 2K = 0$	$1 - 2 . 2 = -3$	$1 - 2 . 3 = 5$
$K^2 = 1$	$-2K = -1$	$1 - 2^2 - 3$	$1 - 3^2 = 5$
$K = \sqrt{1}$	$K = \dfrac{-1}{+2}$	$y = \dfrac{+3}{+3} = 1$	$y = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$
$K = \pm 1$			

Resposta: Letra D.

03.

03. $\begin{cases} x + 2y + cz = 1 \\ y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & c \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{matrix}$$

$2 + 6 + 0 = 8$

* $0 + 2 + 3c = 3c + 2$

$D = 8 - 3c - 2$

$D = 6 - 3c$

$$Dx = \begin{vmatrix} 1 & 2 & c \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{matrix}$$

diagonal principal $= 4c$

diagonal secundária $= -c + 10$

$Dx = 4c + c - 10$

$Dx = 5c - 10$

Determinações

$c \neq 0$

$0 \neq \dfrac{5c - 10}{6 - 3c}$

$6 - 3c \neq 5c - 10$

$16 \neq 8c$

$c \neq \dfrac{16}{8}$

$c \neq 2$

$S = \{c \in \mathbb{R} \,/\, c \neq 2\}$

04.

04. $\begin{cases} x - y = K \\ 12x - Ky + z = 1 \\ 36x + Kz = 2 \end{cases}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 12 & -K & 1 & 12 & -K \\ 36 & 0 & K & 36 & 0 \end{array}\right|$$

$-K^2 + 36 + 0 = K^2 - 36$

$-12K + 0 + 0 = -12K$

Equação

$-12K - K^2 - 36 = 0$

$a = -1 \quad b = -12 \quad c = -36$

$\Delta = 144 - 4 . -1 . -36$

$\Delta = 144 - 144$

$\Delta = 0$

$$\frac{-b \pm \sqrt{0}}{2 . a}$$

$$x = \frac{-1(+12)}{-2} = -6$$

$D = -6$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & K \\ 12 & -K & 1 \\ 36 & 0 & 2 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & -1 \\ 12 & -K \\ 36 & 0 \end{matrix}$$

$-2K - 36 + 0 = -2K - 36$

$-24 + 0 - 36K^2 = -24 - 36K^2$

$-24 + 36 + 2K$

$12 + 2K = 0$

$2K = -12$

$K = -\frac{12}{2}$

$K = -6$

$\frac{D'}{D} = \frac{+6}{+6} = 1$

Resposta: Letra E.

05.

05. $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$

$$\begin{array}{c} (-2) \\ (-1) \\ \ \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & -5 \end{array}\right) \sim \begin{array}{c} \ \\ (+3) \\ (-3) \end{array} \begin{array}{cccc} x & y & z & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} (+3) \\ (-3) \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & -3 & -15 \\ 0 & 3 & -2 & -11 \end{array}\right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -3 & -12 \end{array}\right)$$

Equações

$-3z = -12$

$z = \frac{+12}{+3}$

* $z = 4$

$x - y + z = 6$

$x + 1 + 4 = 6$

$x = 6 - 5$

$x = 1$

$-3y - 12 = -9$

$-3y = 3$

$y = \frac{3}{-3} = -1$

a) $x \cdot y \cdot z = -6$

$1 \cdot -1 \cdot 4 = -6$

$-4 = -6$

b) $x \cdot y \cdot z = -4$

$1 \cdot -1 \cdot 4 = -4$

$-4 = -4$

c) $x \cdot y \cdot z = 5$

$1 \cdot -1 \cdot 4 = 5$

$-4 = 5$

Resposta: Letra B.

06.

06. $\begin{cases} x + y + z = k \\ kx + y + z = 1 \\ x + y - z = k \end{cases}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$-1 + k + k = 2k - 1$

* $-k + 1 + 1 = -k + 2$

$D = 2k - 1 + k - 2$

$D = 3k - 3$

$$Dx = \left|\begin{array}{ccc|cc} k & 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ k & 1 & -1 & k & 1 \end{array}\right|$$

$-k + k + 1 = 1$

$-1 + k + k = 2k - 1$

$Dx = 1 + 1 - 2k$

$Dx = 2 - 2k$

$$Dy = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & k & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$k + 1 + k^2$

$k^2 + 1 + k$

* $Dy = 0$

Resposta: Letra D.

07.

07. $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx - 2y + 4z = 5 \\ m^2x + 4y + 16z = 25 \end{cases}$

1	1	1	1	1
m	-2	4	m	-2
m^2	4	16	m^2	4

$-32 + 4m^2 + 4m$

$16m + 16 - 2m^2$

Equação

$-4m + 2m^2 + 32 - 16 + 16m - 4m^2$

$12m + 16 - 2m^2$

$\Delta = 144 - 128$

$\Delta = 16$

$\Delta = \pm 4$

$m = \dfrac{-12 + 4}{-4} = \dfrac{+8}{+4} = 2$

Resposta: Letra B.

SISTEMAS LINEARES HOMOGÊNEOS

01.

Sistemas Lineares Homogêneos

01. $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$\begin{pmatrix} x & 7y \\ 7x & y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Kx \\ Ky \end{bmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$

*

$D = 1 - 49$

$D = -48$

$Dx = \begin{bmatrix} K & 7 \\ K & 1 \end{bmatrix}$

$Dx = K - 7x$

$Dx = 6K$

$K = \dfrac{Dx}{D} = \dfrac{6K}{-48}$

$48 = 6K$

$K = \dfrac{48}{6}$

$K = 8$

Resposta: Letra E.

02.

02. $\begin{cases} 3x + 4y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 4 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right|$$

$0 + 12 - 2 = 10$

$0 + 9 + 1 = 10$

$D = 10 - 10 = 0$

Quando o denominador e o numerador são iguais a zero. A solução é possível, mas indeterminada, pois há várias possibilidades de resolução.

Resposta: Letra D.

03.

03. $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ kx + 3y + 4z = 0 \\ x + ky + 3z = 0 \end{cases}$

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ K & 3 & 4 & K & 3 \\ 1 & K & 3 & 1 & K \end{array}\right.$$

$9 + 4 + K^2 = 13 + K^2$

$3K + 4K + 3 = 7K + 3$

Equação

$13 + K^2 - 7K - 3 = 0$

$10 + K^2 - 7K = 0$

$\Delta = 49 - 40$

$\Delta = 9$

$\Delta = \pm 3$

$K' = \dfrac{7+3}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$

$K'' = \dfrac{7-3}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

Somando os valores de K

$K = 5 + 2 = 7$

Resposta: Letra D.

04.

04. $\begin{cases} x + kz = 0 \\ kx + y = 0 \\ x + ky = 0 \end{cases}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & k \\ k & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 0 \\ k & 1 \\ 1 & k \end{matrix}$$

$0 + 0 + k^3 = k^3$

$0 + 0 + k = k$

$D = k^3 - k$

Equação

$k(k^2 - 1)$

$k^2 - 1 = 0$

$k^2 = 1$

$k = \sqrt{1}$

$k = \pm 1$

$V = \{k \in R / k \neq 0, k \neq 1, k \neq -1\}$

Resposta: Letra A.

05.

05. $\begin{cases} -x + 2y - 3 = 0 \\ 3x - y + 3 = 0 \\ 2x - 4y + 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 3x - y = -3 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases}$

$$\begin{array}{c} \\ (+3) \\ (2) \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -3 \\ 2 & -4 & -6 \end{array}\right) \sim \begin{array}{cc} x & y \\ & \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Equações

$5y = 6$

$y = \frac{6}{5}$

$-x + 2y - 3 = 0$

$* \; -x + 2 \cdot \frac{6}{5} - 3 = 0$

$-x + \frac{12}{5} - 3 = 0$

$\frac{-5x + 12 - 15}{5} = 0$

$-5x - 3 = 0$

$-5x = 3$

$x = -\frac{3}{5}$

$-x + 2y - 3 = 0$

$-\left(-\frac{3}{5}\right) + 2 \cdot \frac{6}{5} - 3 = 0$

$\frac{3}{5} + \frac{12}{5} = 3$

$\frac{3 + 12 - 15}{\cancel{5}} = 0$

$15 - 15 = 0$

$0 = 0$

Resposta: Letra B.