

1

а

Пусть $f(p) = N \cdot p \cdot (1 - p)^{N-1}$. Это многочлен от p , поэтому, чтобы найти экстремум, нужно приравнять производную к 0. $f'(p) = N \cdot ((1 - p)^{N-1} - p \cdot (N - 1) \cdot (1 - p)^{N-2}) = 0 \Rightarrow 1 - p = p \cdot (N - 1) \Rightarrow p = \frac{1}{N}$.

б

$N \cdot p \cdot (1 - p)^{N-1} = N \cdot \frac{1}{N} \cdot \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1} = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1}$ Т. е. нужно посчитать $\lim \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{N-1} = \lim \left(1 + \frac{-1}{N}\right)^{N-1} = \lim \frac{\left(1 + \frac{-1}{N}\right)^N}{\left(1 - \frac{1}{N}\right)} = \frac{\lim \left(1 + \frac{-1}{N}\right)^N}{\lim \left(1 - \frac{1}{N}\right)} = \frac{e^{-1}}{1} = e^{-1}$ согласно второму замечательному пределу.