

# TEK4040 MATEMATISK MODELLERING AV DYNAMISKE SYSTEMER

## INNHold

### ■ A Matematisk grunnlag

- ◆ *Vektorrom*: Matriserepresentasjon av vektorer og lineære operatorer, matriserepresentasjon ved bytte av basisvektorer, retningskosinmatriser (RKM) og rotasjonsmatriser (RM), tolkninger og representasjon av RM (eulervinkler, akse-vinkel, kvaternioner).
- ◆ *Affine rom*: Rammer og koordinatsystem, matriserepresentasjon av punkter og vektorer i affine rom, inhomogene og homogene representasjoner.
- ◆ *MatLab*: 3-D tegneprogram
- ◆ *Derivasjon i vektor- og affine rom*: Differensiallikninga for RKM, beskrivelse av bevegelsen (hastighet og akselerasjon) til punkter.
- ◆ *MatLab*: Banegenerator

### ■ B Dynamikk

- ◆ *Innledning*: Tids- og rombegrep i klassisk fysikk.
- ◆ *Kinematikk* : Beskrivelse av bevegelsen for partikler og stive legemer.
- ◆ *Kinetikk* (sammenheng mellom krefter og bevegelse):
  - Newtons lover for en- og n-partikkel system.
  - Spinnetsatsen for en - og n-partikkelsystem.
  - Spinnetsatsen for stive legemer.
  - Geometrisk beskrivelse av momentfri bevegelse for aksesymmetriske og generelle stive legemer.
- ◆ *Prosjektoppgave*: Animasjon av roterende 3-D legeme

### ■ C Matematisk modellering av roboter

- ◆ *Roboters kinematikk* og invers-kinematikk.
- ◆ *Hastigheter og statiske krefter*.
- ◆ *Roboters kinetikk*: iterativ Newton-Euler dynamisk formulering, utledning av de dynamiske likninger for en n-ledds robot.

### ■ D Matematisk modellering av fly :

- ◆ Grunnleggende aerodynamikk.
- ◆ Krefter og momenter.
- ◆ Ulineær flymodell.
- ◆ Lineære modeller og aerodynamiske koeffisienter.

### ■ E Matematisk modellering av treghtsnavigasjonssystemer :

- ◆ Treghtssensorer
- ◆ Navigasjonslikninger
- ◆ Feillikninger
- ◆ Bruk av Kalmanfilteret ved støy på akselerometer- og gyromålingene.
- ◆ *MatLab*: Implementering av navigasjonslikningene

**Mål:** Vise hvordan en utleder matematiske modeller for roboter, fly og treghtsnavigasjonssystemer for bruk ved simulering, estimering og regulering.

**Bygger på:** Kurset bygger på kunnskaper tilsvarende MAT1120.

**Undervisningsform og varighet:** Kurset blir forelest i høstsemeseret med 3 timer/uke. I vårsemesteret kan emnet tas som selvstudium med forelesninger og alt materiale (fra høstsemesterets forelesninger) tilgjengelig på nettet. Det vil bli gitt en prosjektoppgave.

**Eksamen:** Muntlig (skriftlig hvis mange studenter). Bokstavkarakterer.

**Foreleser:** Anders Rødningsby

# TEK4040 MATHEMATICAL MODELLING OF DYNAMIC SYSTEMS (10 credits)

## CONTENTS

### ■ Mathematical foundation

- ◆ *Vector spaces*: Matrix representations of vectors and linear operators, matrix representation when changing base vectors, direction-cosine-matrices (RCM) and rotation matrices (RM), interpretation and representation of RM (euler angles, equivalent angle-axis, quaternions).
- ◆ *Affine spaces*: frames and coordinate systems, matrix representation of points and vectors in affine spaces, homogenous and inhomogeneous representations.
- ◆ *Differentiation in vector and affine spaces*: differential equation for the RCM, description of movement of points (velocity and acceleration).

### ■ Dynamics

- ◆ *Introduction*: The concept of space and time in classical physics
- ◆ *Kinematics*: description of the movement of particles and rigid bodies.
- ◆ *Kinetics* (the connection between forces and movements).
  - Newton's laws.
  - Angular momentum for rigid bodies.
  - Geometric description of torque-free movement of axes-symmetric and general rigid bodies.

### ■ Mathematical modelling of robots

- ◆ Manipulator kinematics and inverse kinematics.
- ◆ Velocities and static forces.
- ◆ Manipulator kinetics: iterative Newton-Euler dynamical formulation, derivation of the dynamical equations for an n-joints robot.

### ■ Mathematical modelling of aircrafts

- ◆ Basic aerodynamics.
- ◆ Forces and torques.
- ◆ Non-linear models.
- ◆ Linear models and aerodynamical coefficients.

### ■ Mathematical modelling of inertial navigation systems.

- ◆ Inertial sensors.
- ◆ Navigation equations.
- ◆ Error equations.
- ◆ Using the Kalman filter for calibration, initialisation and navigation.

**Aim:** Show how to derive mathematical models based on classical mechanics. For example models of inertial navigation systems, robots and satellites.

**Prerequisites:** MAT1120 or equivalent subjects.

**Lecture plan:** 42 hours course. Term project.

**Period:** Spring term

**Examination:** Oral. Grades scale A-F. It is compulsory to write a project report, which have to be approved before the student is allowed to take the exam.

**Lecturer:** Anders Rødningsby