

# PROSJEKTOPPGAVE I TEK4040 MATEMATISK MODELLERING AV DYNAMISKE SYSTEMER

Høsten 2020

Anders Rødningsby

---

Oppgaven nedenfor er for de som ikke har fått godkjent en personlig oppgave. Den forutsetter tilgang på Matlab. Formålet med oppgaven er å illustrere hvordan et stivt legeme roterer.

Besvarelsen skal bestå av en rapport som beskriver framgangsmåten, alle likningene som brukes og listing av Matlab-programmene. I tillegg lages det tre animasjoner, se nedenfor. Besvarelsen og animasjonene kan leveres pr e-mail.

Nominelt skal arbeidstida være ca en uke, men dette vil være svært avhengig av hvor god du er i Matlab.

1. Finn treghetsmatrisa for en murstein med sidekanter 5, 10 og 20 cm (langs hhv  $x$ -,  $y$ - og  $z$ -aksene) når tettheten er  $2 \text{ kg/dm}^3$ . Plasser b-systemet i massesenteret med akser parallelle med sidekantene
2. Definer den kinetiske energiellipsoida og spinnellipsoida. Tegn opp disse to ellipsoidene med felles sentrum (3-D, opake og med to forskjellige farger) for tre tilfeller som gir skjæringer nær de tre hovedaksene (den kinetiske energiellipsoida holdes konstant). Se vedlegg for valg av de tre tilfellene.
3. Sett opp Eulerlikningene og integrer disse i Matlab for tre tilfeller med initialbetingelser som gir samme løsning som de skjæringene vi fikk i 2. Tegn opp trajektorene i en 3-D figur.
4. Sett opp de kinematikklikningene for 3-2-1 Eulervinkler og løs kinematikk- og spinnlikningene for de samme tre tilfellene som ovenfor. Lag tre animasjonsfilmer som viser hvordan mursteinen roterer sett fra treghetsrommet i de tre tilfellene.

Dersom du har spørsmål kan du enten ringe (92494675) eller sende e-mail ([anders.rodningby@ffi.no](mailto:anders.rodningby@ffi.no)).

**Innleveringsfristen er 30. november** (du kan godt sende alt via e-mail, men be om kvittering fra meg slik at det er sikkert at din besvarelse er mottatt).

Dersom du er oppmeldt til eksamen og så trekker deg hadde det vært fint om du sa fra tidligst mulig.

**Vedlegg:** Tips for valg av kinetisk rotasjonsenergi og vinkelhastigheter nær hovedaksene.

## Vedlegg: Tips for valg av kinetisk rotasjonsenergi og vinkelhastigheter nær hovedaksene

Jeg velger først at legemet skal rotere om hovedakse 3 ( $\vec{b}_3$ ) med en periode på  $T = 1$  s. Dette gir

$$\tilde{\omega}_3 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \quad (1)$$

$$\underline{\omega}_b^{ib} = [0; 0; \tilde{\omega}_3] \quad (2)$$

og en kinetisk rotasjonsenergi på

$$K_0 = \frac{1}{2} J_{33} \tilde{\omega}_3^2 = 2\pi^2 J_{33} \quad (3)$$

Jeg kan da regne ut de tilsvarende rene rotasjonene om hovedaksene  $\vec{b}_1$  og  $\vec{b}_2$  som har samme rotasjonsenergi:

$$\tilde{\omega}_1^2 = 2 \frac{K_0}{J_{11}} \quad (4)$$

$$\tilde{\omega}_2^2 = 2 \frac{K_0}{J_{22}} \quad (5)$$

For å velge en  $\underline{\omega}_b^{ib}$  "nær" hovedakse 1 ( $\vec{b}_1$ ) ser jeg på likninga for den kinetiske rotasjonsenergiellipsoiden i planet definert av  $\vec{b}_1$ - og  $\vec{b}_3$ -aksene:

$$\frac{\omega_1^2}{2 \frac{K_0}{J_{11}}} + \frac{0^2}{2 \frac{K_0}{J_{22}}} + \frac{\omega_3^2}{2 \frac{K_0}{J_{33}}} = 1 \quad (6)$$

eller uttrykt ved de rene akserotasjonene:

$$\frac{\omega_1^2}{\tilde{\omega}_1^2} + \frac{\omega_3^2}{\tilde{\omega}_3^2} = 1 \quad (7)$$

$$\omega_1 = \tilde{\omega}_1 \sqrt{1 - \frac{\omega_3^2}{\tilde{\omega}_3^2}} \quad (8)$$

Ved å velge  $\omega_3 = \tilde{\omega}_3/10$  kan jeg fra formelen ovenfor beregne den tilsvarende  $\omega_1$ , da blir  $\underline{\omega}_b^{ib} = [\omega_1; 0; \omega_3]$  og denne vil være en vinkelhastighet som ligger "nær" hovedakse 1.

På tilsvarende måte kan en finne vinkelhastigheter som ligger "nær" de to andre hovedaksene.