

Отчёт по лабораторной работе №6

Модель “задача об эпидемии”

Лёшьен Стефани

Содержание

Цель работы	5
Теоретические сведения	6
Задание	8
Вариант 68	8
Ход работы	9
Выводы	16
Библиография	17

Список иллюстраций

0.1	Выполнение проверки для 1 модели.	10
0.2	Установка Симуляции.	11
0.3	Построение графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая $I_0 \leq I^*$	12
0.4	Выполнение проверки для 2 модели.	13
0.5	Установка Симуляции.	14
0.6	Построение графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая $I_0 > I^*$	15

Список таблиц

Цель работы

Приобрести практические навыки при работе с моделью “задача об эпидемии”.

Теоретические сведения

Предполагается, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) \geq I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & I(t) > I^* \\ 0, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & I(t) > I^* \\ -\beta I, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие

иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно.

Задание

Вариант 68

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 10060$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=61$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 23$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если $I_0 \leq I^*$
- 2) если $I_0 > I^*$

Ход работы

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & I(t) > I^* \\ -\beta I, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

$a = 0.01$ - коэффициент заболеваемости $b = 0.02$ - коэффициент выздоровления
 $N = 10060$ - общая численность популяции $I_0 = 61$ - количество инфицированных особей в начальный момент времени $S_0 = N - I_0 - R_0$ - количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени $R_0 = 23$ - количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени

Для 1 случая я написала следующий код:

```
model lab6

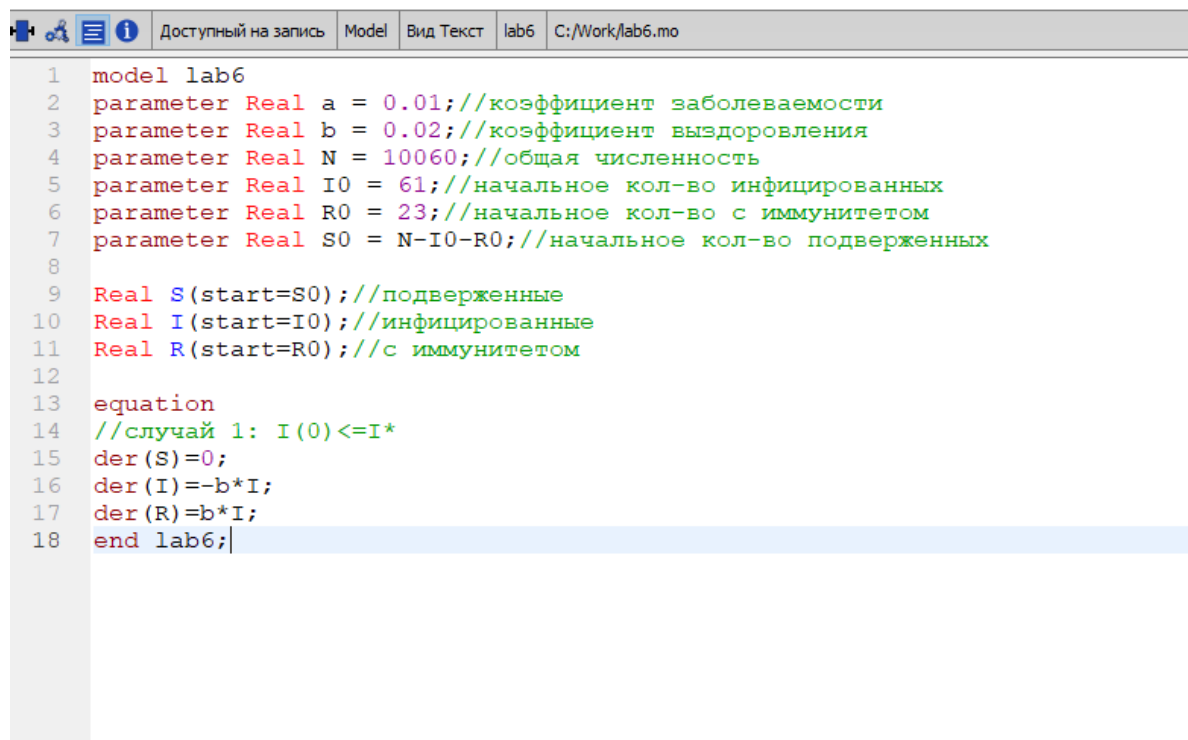
parameter Real a = 0.01; //коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; //коэффициент выздоровления
parameter Real N = 10060; //общая численность
parameter Real I0 = 61; //начальное кол-во инфицированных
parameter Real R0 = 23; //начальное кол-во с иммунитетом
parameter Real S0 = N-I0-R0; //начальное кол-во подверженных

Real S(start=S0); //подверженные
Real I(start=I0); //инфицированные
Real R(start=R0); //с иммунитетом

equation
```

```
//случай 1:  $I(0) \leq I^*$ 
der(S)=0;
der(I)=-b*I;
der(R)=b*I;
end lab6;
```

Я выполнила проверку кода.



```
1 model lab6
2 parameter Real a = 0.01; //коэффициент заболеваемости
3 parameter Real b = 0.02; //коэффициент выздоровления
4 parameter Real N = 10060; //общая численность
5 parameter Real I0 = 61; //начальное кол-во инфицированных
6 parameter Real R0 = 23; //начальное кол-во с иммунитетом
7 parameter Real S0 = N-I0-R0; //начальное кол-во подверженных
8
9 Real S(start=S0); //подверженные
10 Real I(start=I0); //инфицированные
11 Real R(start=R0); //с иммунитетом
12
13 equation
14 //случай 1:  $I(0) \leq I^*$ 
15 der(S)=0;
16 der(I)=-b*I;
17 der(R)=b*I;
18 end lab6;
```

Рис. 0.1: Выполнение проверки для 1 модели.

После я сделала установку симуляции.

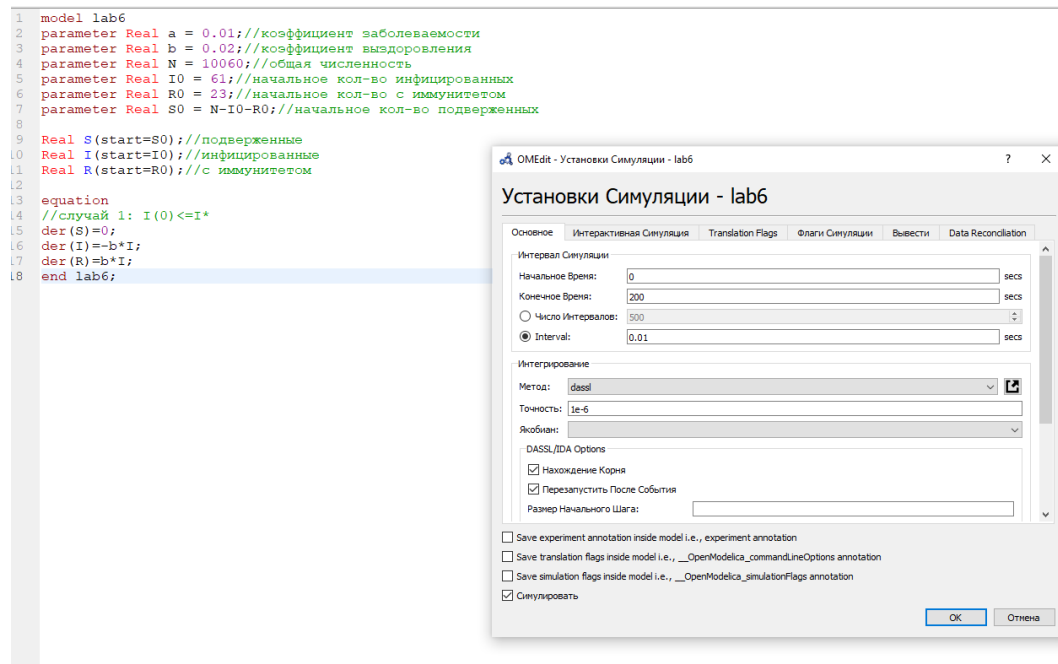


Рис. 0.2: Установка Симуляции.

В итоге, я получила следующие график:



Рис. 0.3: Построение графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая $I_0 \leq I^*$.

Для 2 случая я написала следующий код:

```
model lab62
parameter Real a = 0.01; //коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; //коэффициент выздоровления
parameter Real N = 10060; //общая численность
parameter Real I0 = 61; //начальное кол-во инфицированных
parameter Real R0 = 23; //начальное кол-во с иммунитетом
parameter Real S0 = N-I0-R0; //начальное кол-во подверженных

Real S(start=S0); //подверженные
Real I(start=I0); //инфицированные
Real R(start=R0); //с иммунитетом
```

```

equation
//случай 2:  $I(0) > I^*$ 
der(S)=-a*S;
der(I)=a*S-b*I;
der(R)=b*I;

end lab62;

```

Я выполнила проверку кода.

```

model lab62
parameter Real a = 0.01; //коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; //коэффициент выздоровления
parameter Real N = 10060; //общая численность
parameter Real I0 = 61; //начальное кол-во инфицированных
parameter Real R0 = 23; //начальное кол-во с иммунитетом
parameter Real S0 = N-I0-R0; //начальное кол-во подверженных

Real S(start=S0); //подверженные
Real I(start=I0); //инфицированные
Real R(start=R0); //с иммунитетом

equation
//случай 2:  $I(0) > I^*$ 
der(S)=-a*S;
der(I)=a*S-b*I;
der(R)=b*I;
|
end lab62;

```

Рис. 0.4: Выполнение проверки для 2 модели.

После я сделала установку симуляции.

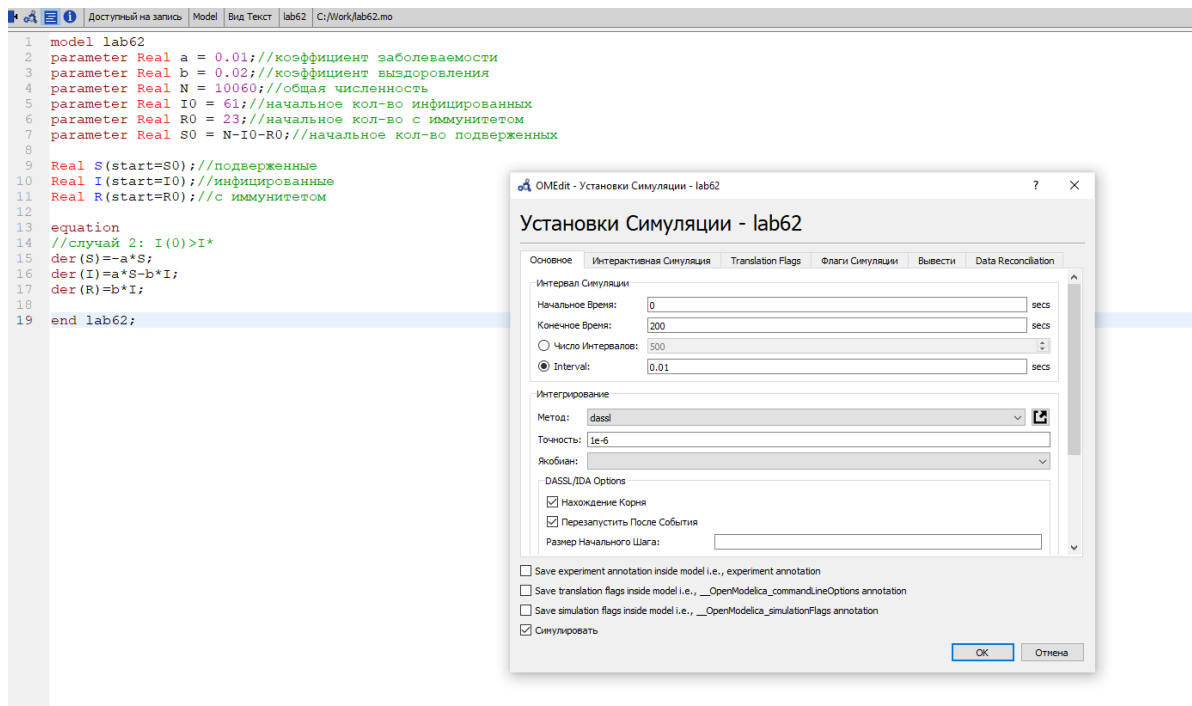


Рис. 0.5: Установка Симуляции.

В итоге, я получила следующие график:

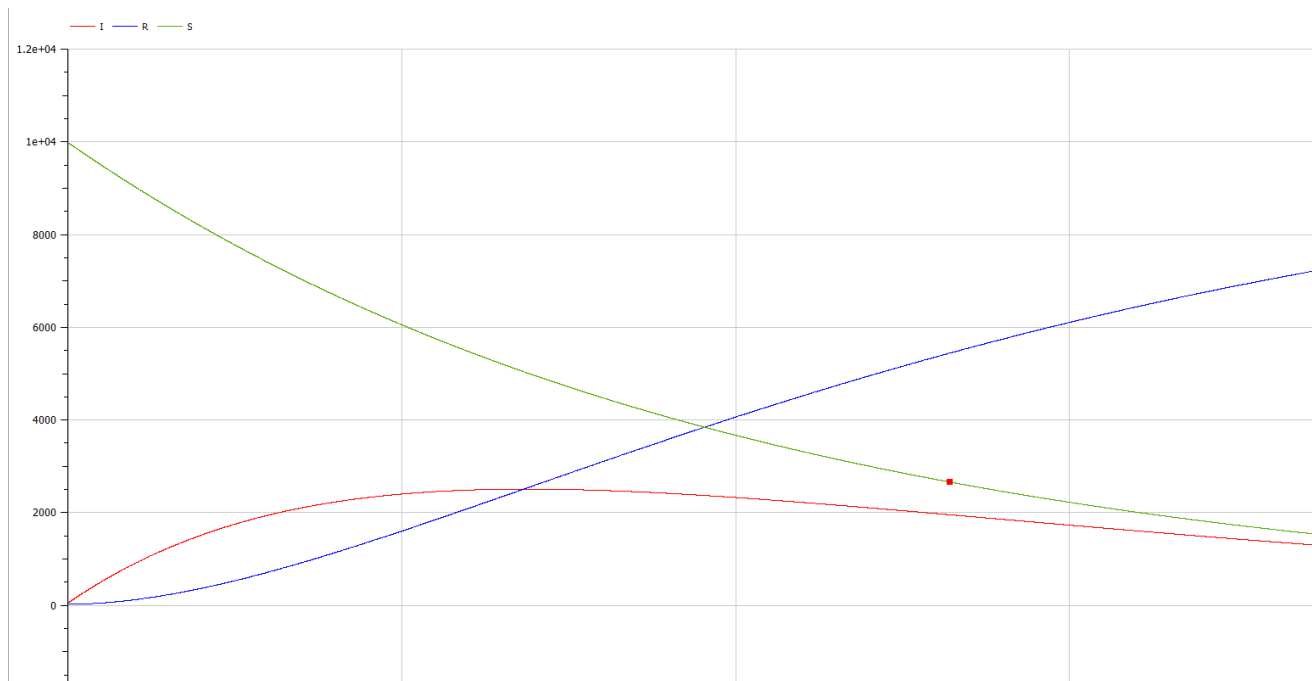


Рис. 0.6: Построение графика изменения числа особей в каждой из трех групп для случая $I_0 > I^*$.

Выводы

Я приобрела практические навыки при работе с моделью “задача об эпидемии”.

Библиография

- Родионов, Ю.В. Основы математического моделирования: учебное электронное издание / Ю.В. Родионов, А.Д. Нахман ; Тамбовский государственный технический университет. – Тамбов : Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), 2018. – 111 с. : табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=570456>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8265-1886-1. – Текст : электронный.
- Самарский Александр Андреевич. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - 2-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 320 с. : ил. - ISBN 5-92221-0120-X : 115.94. (ЕТ 20)
- Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер [и др.]; Под ред. П.В. Трусова. - Электронные текстовые данные. - М. : Логос, 2015. - 440 с. : ил. - (Новая Университетская Библиотека). - ISBN 978-5-98704-637-1. URL: <http://lib.rudn.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/5847>
- Документация по системе Modelica – Режим доступа: <https://www.modelica.org/>