

Оглавление

Введение	3
1 Внутреннее строение нейтронных звезд	6
1.1 Структура звезды	6
1.2 Аккрецированная кора	9
2 Пикноядерное горение в коре нейтронных звезд	12
2.1 Термоядерные реакции в звездной плазме	14
2.2 Расчет астрофизического фактора	20
2.3 Расчет скоростей пикноядерных реакций	23
2.4 Времена горения ядер в коре нейтронной звезды	28
Заключение	38
Благодарности	39
Приложение	40
Список литературы	44

Введение

Нейтронные звезды (НЗ) представляют собой уникальные природные лаборатории, в которых возможно изучение вещества в экстремальных состояниях, недостижимых в земных условиях. С астрофизической точки зрения они являются собой один из возможных конечных продуктов эволюции звезды главной последовательности с массами $\sim 8-25M_{\odot}$ ¹ [1, 2]. Массовая плотность их вещества составляет в среднем $\sim 10^{15}$ г/см³, примерно вдвое превышая нормальную ядерную плотность $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$ г/см³, а плотность в их недрах может на порядок превосходить ρ_0 , что по праву делает их самыми компактными из известных звезд. Состав их глубоких слоев (внутреннего ядра) неясен и считается главной загадкой физики нейтронных звезд [3]. Состав их внешних слоев, так называемой коры, напротив, относительно хорошо известен. Внешняя область коры нейтронной звезды, называемая *внешней корой*, состоит из атомных ядер, погруженных в нейтрализующее море вырожденного, почти идеального электронного газа. В более глубоких слоях, называемых *внутренней корой*, присутствуют свободные нейтроны [3, 4]. С последующим увеличением плотности кора заканчивается и начинается внешнее ядро звезды, которое (вблизи границы кора-ядро) состоит из нейтронов, протонов и электронов.

Единственный способ проверить, насколько верны теоретические модели

¹В астрономии принято выражать физические характеристики звезд в солнечных единицах, коротко указывая на это нижним индексом \odot ; так, например, здесь и далее в тексте будем пользоваться обозначением солнечной массы $M_{\odot} = 1.989 \cdot 10^{33}$ г — прим. автора

такой материи, — это сопоставить их с информацией о внутреннем строении, получаемой из наблюдений нейтронных звезд. Одной из наиболее перспективных возможностей в этом отношении является исследование аккрецирующих нейтронных звезд, которые наблюдаются в двойных системах с маломассивным компаньоном (маломассивные рентгеновские двойные, LMXBs), поставляющим материал на поверхность НЗ. Для некоторых из этих источников процесс аккреции является эпизодическим (мягкие рентгеновские транзиенты, SXTs), так что вспышечные состояния системы (высокие состояния блеска, вспышки) чередуются с периодами «затишья» (низкие состояния блеска, состояния спокойствия). Во время вспышки в излучении таких систем доминирует аккреционный диск или пограничный слой (область между диском и поверхностью звезды) [5]. В состоянии покоя аккреция выключена или сильно подавлена, а светимость уменьшается на несколько порядков [6].

Аккреция во время вспышки приводит к ядерным реакциям в коре, сопровождающимся выделением тепла. В частности, тепло выделяется по мере сжатия коры под весом аккрецированного материала, что известно как сценарий глубокого нагрева коры (Sato 1979; Haensel & Zdunik 1990). Длительностей вспышек (продолжительностью от нескольких месяцев до нескольких лет) достаточно для значительного прогрева; как только система переходит в состояние покоя, накопленное тепло просачивается через поверхность. Таким образом, в периоды затишья между вспышками тепловую релаксацию перегретой коры можно наблюдать благодаря мягкому рентгеновскому излучению (до 2 КэВ) с поверхности звезды [7], что позволяет отслеживать тепловую эволюцию нейтронной звезды в реальном времени.

Традиционный подход к расчету уравнения состояния и тепловыделения в коре (Haensel & Zdunik 1990, 2003, 2008; Fantina et al. 2018) основан на предположении, что свободные нейтроны движутся вместе с ядрами в процессе аккреции — эволюция аккрецирующего элемента (по мере того, как он

сжимается и погружается все глубже и глубже) рассматривается в рамках совместного движения фона нейтронов и ядер (полное число барионов A_{cell} в ячейке внутренней коры сохраняется: $A_{cell} = n_b V_{cell} = const$). Недавно данный подход был пересмотрен Гусаковым и Чугуновым [11, 12], Щечилиным, Гусаковым и Чугуновым [13], которые показали, что свободные нейтроны могут перераспределяться независимо от ядер по внутренней коре и ядру звезды (так называемая *диффузия нейтронов* или nHD (neutron Hydrostatic and Diffusion equilibrium) подход [11]), что сильно сказывается на составе коры, делая ее уравнение состояния близким к уравнению состояния катализованной (неаккрецированной) коры (сравнение моделей с наблюдательными данными см. в [14]).

Сходство уравнения состояния nHD коры и катализованной коры показывает, что выделение тепла в результате неравновесных ядерных реакций в аккрецирующей коре оказывается гораздо меньше, чем было принято считать раньше. Одним из типов реакций, который еще не был исследован в рамках nHD подхода, является *пикноядерное горение* — протекающие в глубоких слоях внутренней коры реакции, представляющие собой слияние ядер вследствие преодоления кулоновского барьера благодаря нулевым колебаниям этих ядер около узлов кристаллической решетки. Цель данной работы — выяснить, стоит ли рассматривать пикноядерное горение в коре аккрецирующих нейтронных звезд и может ли этот процесс дать достаточно тепла для дополнительного нагрева коры.

Глава 1

Внутреннее строение нейтронных звезд

Согласно современным теориям, в нейтронной звезде можно выделить атмосферу и четыре основные внутренние области: внешнюю кору, внутреннюю кору, внешнее ядро и внутреннее ядро, как показано на рис. 1.1. Эти зоны также могут быть подразделены на меньшие области. Опишем структуру звезды, например, согласно [15].

1.1 Структура звезды

Атмосфера представляет собой тонкий слой плазмы, в котором формируется спектр теплового электромагнитного излучения нейтронной звезды. Спектр и поляризация возникающего излучения могут быть рассчитаны теоретически путем решения задачи переноса излучения в слоях атмосферы. Это излучение содержит ценную информацию о параметрах поверхностного слоя (об эффективной температуре поверхности, гравитации поверхности, химическом составе, величине и геометрии магнитного поля), а также о массах и радиусах нейтронных звезд. Толщина атмосферы варьируется от примерно 10 сантиметров у горячей нейтронной звезды (с эффективной температурой поверхности $T_s \sim 3 \times 10^6 K$) до нескольких миллиметров в холодной ($T_s \sim 3 \times 10^5 K$). Очень холодные или сильнонамагниченные нейтронные звезд-

ды могут иметь твердую или жидкую поверхность.

Внешняя кора (внешняя оболочка) простирается от нижних частей атмосферы до слоя с плотностью $\rho_{ND} = 4 \times 10^{11} \text{ г/см}^3$ — плотность, при которой нейтроны из связанного состояния переходят в свободное, и имеет толщину $\sim 300 \text{ м}$. Вещество в этой области состоит из ионов с зарядовым числом Z и электронов e^- ; верхняя часть области представляет собой тонкий слой (порядка нескольких метров) невырожденного электронного газа. Глубже во внешней коре электроны образуют вырожденный, почти идеальный газ, который становится ультрарелятивистским при $\rho \gg 10^6 \text{ г/см}^3$. При $\rho \gg 10^4 \text{ г/см}^3$ атомы полностью ионизируются под действием давления электронов. Во внешних слоях ионы могут формировать Больцмановский газ, но в более глубоких слоях они образуют сильно связанную кулоновскую систему (жидкий или твердый кристалл). Большая часть внешней оболочки звезды обычно затвердевает, поэтому ее часто называют корой. Энергия Ферми электрона растет с увеличением ρ . Это вызывает β -захваты атомными ядрами и приводит к их обогащению нейтронами. В основании внешней коры нейтроны в ядрах начинают высвобождаться, образуя свободный нейтронный газ.

Толщина **внутренней коры** (внутренней оболочки) может составлять $\sim 1 \text{ км}$. Плотность во внутренней коре изменяется от ρ_{ND} на верхней границе до $\sim 0.5\rho_0$ у основания, где ρ_0 — нормальная ядерная плотность (см. Введение). Вещество внутренней коры состоит из электронов, свободных нейтронов и обогащенных нейтронами атомных ядер. Доля свободных нейтронов увеличивается с ростом ρ . В нижних слоях коры, в диапазоне плотностей от $\approx 1/3\rho_0$ до $\approx 1/2\rho_0$, ядра могут стать существенно несферическими и сформировать «**мантию**» — область между дном внутренней коры и ядром нейтронной звезды с экзотическими атомными ядрами [16], но этот результат является модельнозависимым. Ядра исчезают на границе раздела коры и ядра звезды. Свободные нейтроны во внутренней части коры и нуклоны, заключенные в

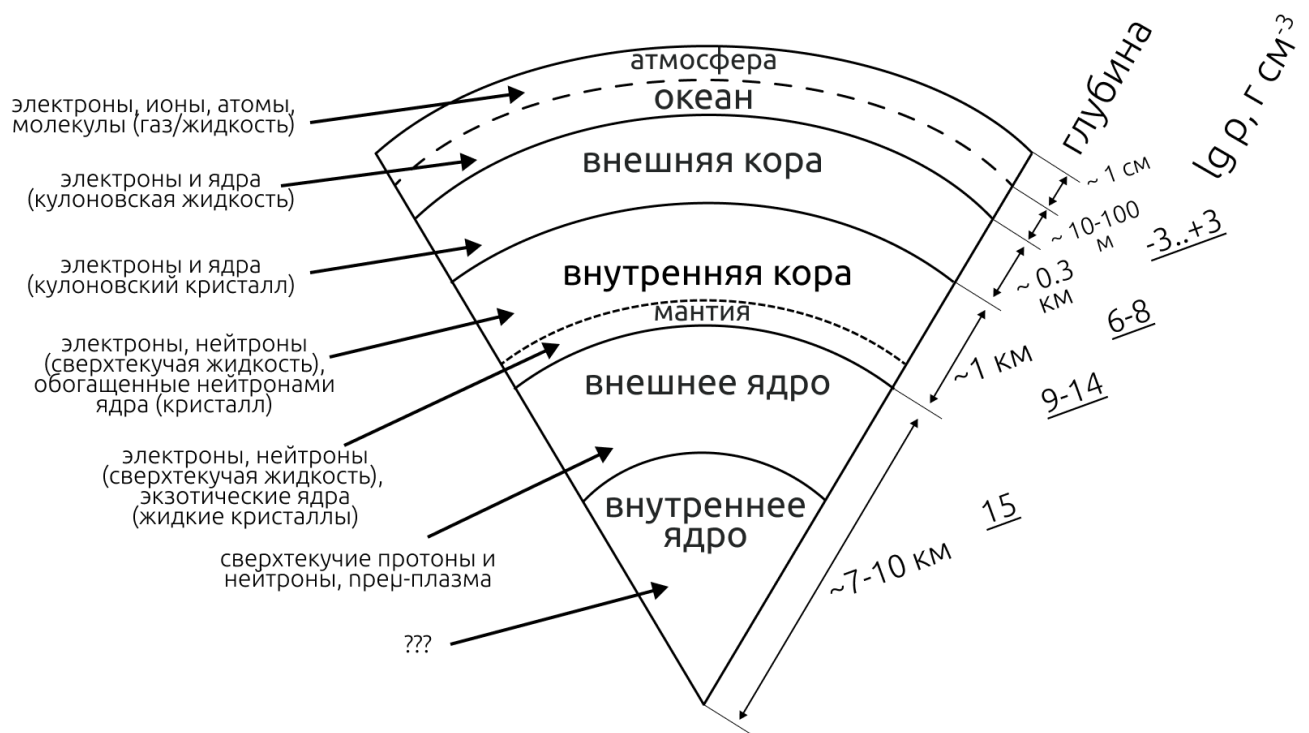


Рис. 1.1: Схематическая структура слоев нейтронной звезды (адаптировано по материалам [15]). Слева показан их состав, справа указаны характерные для этих слоев глубина и логарифм плотности.

ядрах, могут находиться в сверхтекучем состоянии.

Внешнее ядро занимает диапазон плотностей $0.5\rho_0$ до $2\rho_0$ и имеет толщину в несколько километров. Его вещество состоит из нейтронов с несколькими процентами примеси протонов, электронов и, возможно, мюонов (так называемый состав *прем*). Состояние этой материи определяется условиями электрической нейтральности и бета-равновесия, дополненными микроскопической моделью нуклон-нуклонного взаимодействия. Бета-равновесие подразумевает равновесие по отношению к бета-(мюонному) распаду нейтронов и обратным процессам. Все компоненты *прем*-плазмы сильно вырождены. Электроны и мюоны образуют почти идеальные Ферми-газы. Нейтроны и протоны, взаимодействующие посредством ядерных сил, представляют собой

Ферми-жидкость и могут находиться в сверхтекучем состоянии.

Внутреннее ядро, где $\rho \gtrsim 2\rho_0$, занимает центральные области массивных нейтронных звезд (и не встречается у маломассивных звезд, у которых внешнее ядро простирается до самого центра). Его радиус может достигать нескольких километров, а центральная плотность до $\sim 7\rho_0$ [17]. Его состав и уравнение состояния сильно зависят от модели (выдвинуто несколько гипотез, допускающих появление новых фермионов и/или бозонных конденсатов).

1.2 Аккрецированная кора

Как уже было отмечено, состав нижних частей внутренней коры образуют тяжелые ядра с большим избытком нейтронов, погруженные в жидкость, состоящую из нейтронов и электронов. Давление преимущественно создается вырожденными нейтронами. Ядра образуют кристаллическую решетку (по крайней мере, на масштабах в несколько периодов такой решетки), удерживаемую силами кулоновского взаимодействия — так называемый кулоновский (вигнеровский) кристалл, который имеет объемоцентрированную кубическую решетку. В центре каждой элементарной ячейки расположено обогащенное нейтронами ядро, называемое *кластером*² и окруженное восемью ближайшими соседями, расположенными в узлах ячейки. В общем случае элементарная ячейка представляет собой более сложный многогранник, однако для простоты аппроксимируется сферой (приближение Вигнера-Зейтца). Сама ячейка по составу представляет собой область локализации протонов — кластер (i), окруженный свободными нейтронами (ii) и фоном свободных электронов (iii). Размер такого ядра-кластера более не определяется привычной эмпирической формулой $R_N \approx 1.4 \cdot A^{1/3}$ фм, а вычисляется из расчетов модели кластера. Обозначим за A и Z равновесное число нуклонов и протонов внутри кластера

²Здесь и далее слова «ядро» и «кластер» в рамках рассматриваемой задачи несут один и тот же смысл, поэтому будем считать их использование равноправным — *прим. автора*

соответственно, A_c — полное число нуклонов в ячейке Вигнера-Зейтца (связанные с кластером нейтроны + свободные нейтроны), V_c — объем ячейки Вигнера-Зейтца, в радиус которой попадают и нуклоны кластера, и свободные нейтроны. Таким образом, объем, приходящийся на один кластер, меньше объема элементарной ячейки. Введем фактор заполнения w — объемная доля, занимаемая кластером внутри ячейки; объем кластера есть

$$\frac{4\pi R_N^3}{3} = wV_c \quad (1.1)$$

где объем ячейки с одним кластером внутри вычисляется из барионной концентрации $V_c = 1/n_b$.

Одним из полезных следствий упомянутого nHD подхода [11] для данной работы является тот факт, что в процессе аккреции структура и состав коры приходят в стационарное состояние и далее не меняются. Это, в частности, означает, что общее число ядер в коре должно сохраняться, однако поступление в кору ядер гарантировано и постоянно (в ходе аккреции). Требуемая стационарность возможна только в том случае, если будет осуществляться отвод такого же количества ядер внутри коры. Одним из таких механизмов, предложенным в работе [11], являются β -захваты, сопровождающиеся выбросом нейтронов, диффундирующих из слоя, чтобы сохранить химический потенциал нейтронов μ_n при заданном давлении. В результате рассматриваемый слой начинает сжиматься, а ядра претерпевают превращения с уменьшением Z и A . Такой состав далее будем называть *неравновесным* и обозначать зарядовое и массовое числа кластеров Z' и A' соответственно. Другими возможными механизмами отвода могут являться слияние кластеров за счет пикноядерных реакций в основании внутренней коры (что и является предметом исследования данной работы), а также туннелирование кластеров в ядро звезды.

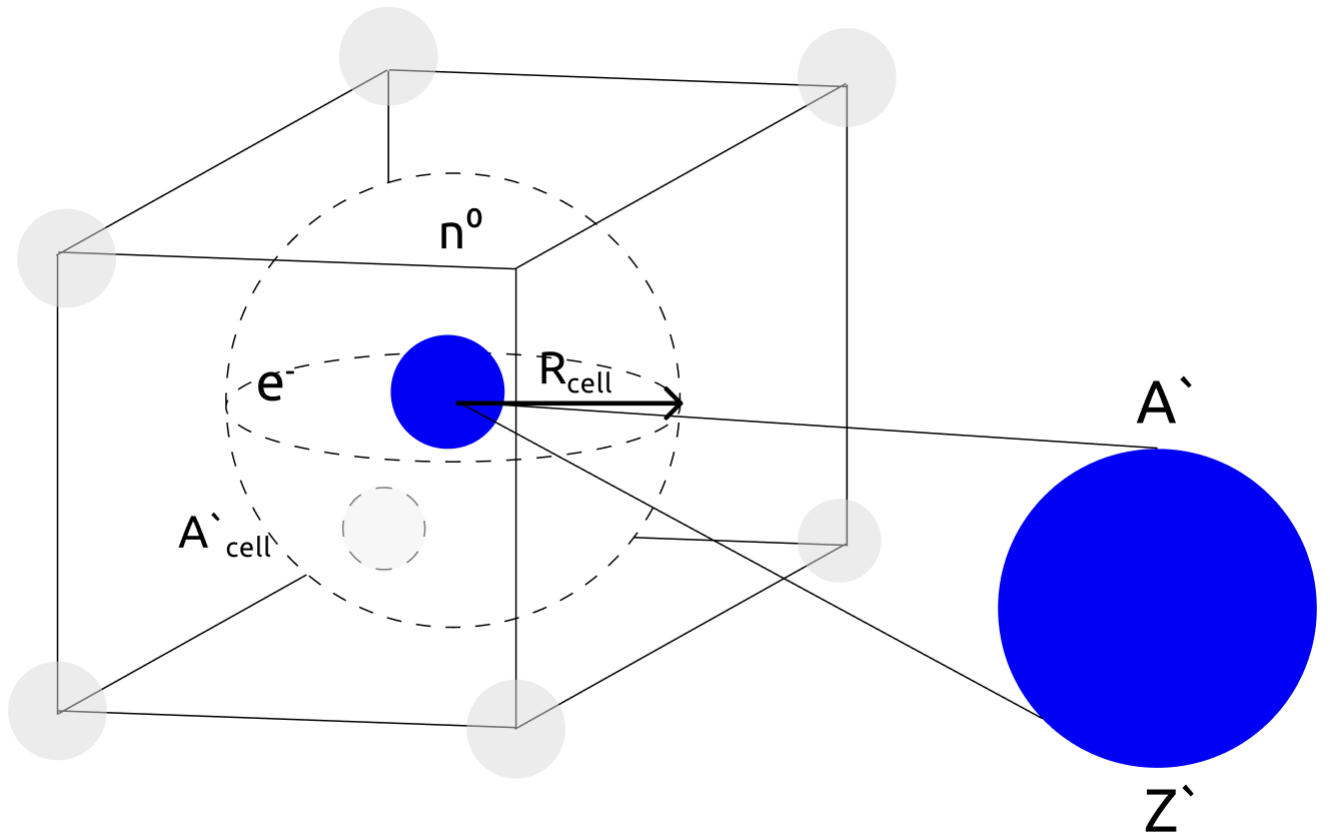


Рис. 1.2: Элементарная ячейка (Вигнера-Зейтца) объемноцентрированной кубической решетки, которой обладает кристаллическая структура внутренней коры нейтронной звезды. Ячейка аппроксимируется сферой (приближение Вигнера-Зейтца). Синим показан обогащенный нейтронами кластер с числом A' нуклонов и Z' протонов. Кластер окружен фоном релятивистских электронов и свободных нейтронов, составляющие дополнительную массу ячейки.

Глава 2

Пикноядерное горение в коре нейтронных звезд

В плотном веществе ядерные реакции слияния могут идти даже при нулевой температуре. Эти реакции происходят в силу того, что нулевые колебания ионов с энергией $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$, где ω_0 — характерная частота колебаний ядер в узлах решетки, позволяют им преодолевать кулоновский барьер соседних ионов. Такие реакции называются **пикноядерными** [18]. При высоких температурах ($T \sim 10^9$ К) реакции идут как термоядерные (т.е. преодоление кулоновского барьера между ядрами осуществляется за счет энергии их теплового движения), а при низких — как пикноядерные ($T < 10^6$ К). Приблизительно можно считать, что пикноядерные реакции имеют место при температуре $T \ll T_P \approx \hbar\omega_0/k_B$, где T_P — плазменная температура (суть температура Дебая кристаллической решетки, но последняя определяется через теплоемкость и потому несколько отличается). Формально пикноядерные реакции идут в любых веществах и при любых температурах, однако в обычных условиях их скорость чрезвычайно мала (будем считать, что реакции не идут, если их скорость чрезвычайно мала). В условиях внутренней и внешней коры нейтронной звезды ($\rho \sim 10^8 - 10^{14}$ г/см³) частота ω_0 близка к плазменной частоте колебаний ядер решетки $\omega_p \approx \sqrt{\frac{4\pi Z^2 e^2 n_N}{m_N}}$, где n_N — концентрация

кластеров, и при росте плотности вещества вероятность прохождения сквозь кулоновский барьер растет, при этом растет и плазменная температура T_P , благодаря чему расширяется диапазон температур, при которых пикноядерные реакции могут идти (то есть протекать с достаточной скоростью). Как было отмечено, основной вопрос заключается в скорости таких реакций: будут ли они эффективны на интересующих исследователя масштабах времени? Будут ли реакции идти слишком быстро или слишком медленно? Одним из таких временных промежутков является, например, эффективное время аккреции $t_{acc} \sim P/g\dot{m}$, где P/g колонковая плотность (единичного столба с веществом) внутренней коры и \dot{m} темп падения вещества на единицу поверхности звезды в единицу времени (локальный темп аккреции), — характерное время, за которое весь слой вещества выше данного будет замещен в ходе аккреции. Оценим это время; считая темп аккреции критическим (эддингтоновским)

$$\dot{M}_{Edd} = \frac{RL_{edd}}{MG_{grav}} \quad (2.1)$$

где

$$L_{Edd} = \frac{4\pi c G_{grav} M m_p}{\sigma_T} \quad (2.2)$$

критическая светимость звезды и m_p, σ_T масса протона и томсоновское сечение рассеяния фотона на электроны соответственно, для классической нейтронной звезды с $M = 1.4M_\odot$ и $R = 10$ км получаем, что темп аккреции на единицу поверхности есть $\dot{m} = \dot{M}_{Edd}/4\pi R^2 \sim 5 \cdot 10^4$ г/см²/с. Тогда при давлении в глубоких слоях внутренней коры $P = G_{grav} M \rho / 3\pi R \sim 2 \cdot 10^{33}$ Дин/см² и ускорении силы тяжести у поверхности звезды $g = G_{grav} M / R^2 \sim 10^{14}$ см/с² эффективное время аккреции есть $t_{acc} \sim 10^7$ лет. Это время далее будет использовано в качестве разумного предела, выше которого рассматривать пикноядерные реакции не имеет смысла.

2.1 Термоядерные реакции в звездной плазме

Скорость ядерных реакций между ядрами сорта i и j по определению есть

$$R_{ij} := \frac{1}{1 + \delta_{ij}} \cdot n_i \cdot n_j \cdot v \cdot \sigma(v) \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}, \quad (2.3)$$

где v - относительная скорость движения ядер сорта i и j , n_i и n_j - концентрации ядер (число частиц в см^3), $\sigma(v)$ - сечение взаимодействия ядер, а дельта-символ Кронекера вводится для того, чтобы не считать каждую пару частиц дважды (если $i = j$, количество отдельных пар частиц равно $\frac{1}{2}n_i^2$, не n_i^2). Рассматривая газовую звездную среду, мы предполагаем Максвеловское распределение скоростей

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{\mu_{ij}}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{\mu_{ij} v^2}{2k_B T} \right), \quad E = \frac{1}{2} \mu_{ij} v^2 \quad (2.4)$$

где $\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ - приведенная масса (в граммах), и для распределения выполняется условие нормировки $\int_0^\infty f(v) dv = 1$. Среднее значение сечения рассеяния будет пропорционально интегралу (скорости реакции в расчете на одну пару частиц)

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty \sigma(v) v f(v) dv \quad (2.5)$$

Тогда с учетом соотношений (2.4)

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(k_B T)^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty \sigma(E) E \exp \left(- \frac{E}{k_B T} \right) dE \quad (2.6)$$

Вещество звезды ионизовано, и для слияния ядер необходимо преодолеть кулоновский барьер $V_C(r) = \frac{Z_i Z_j e^2}{r}$, что в рамках классической физики возможно только в случае, когда энергия частицы больше энергии барьера $V_C(R_i + R_j) \sim 40 \text{ МэВ}$ (для $Z = 20$ и $R_i + R_j = R_0 = 14 \text{ фм}$), где $R_i + R_j$ есть радиусы сливающихся ядер сорта i и j . Слияние происходит за счет туннельного эффекта [19], согласно которому даже при энергии $E < V_C(R_i + R_j)$ имеется конечная вероятность проникновения под кулоновский барьер. Коэффициент проницаемости определяется как отношение плотности потока

прошедших частиц (trans) к плотности потока падающих (inc)

$$P = \frac{\dot{j}_{trans}}{\dot{j}_{inc}} \quad (2.7)$$

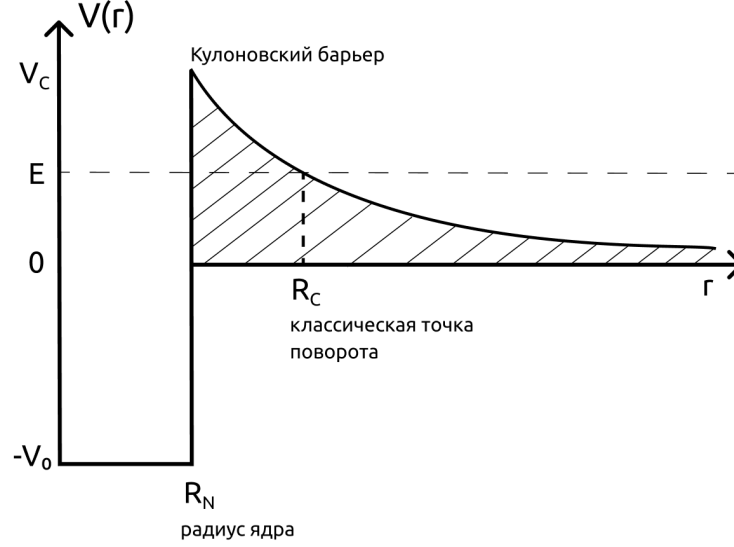


Рис. 2.1: Вид потенциала в реакции слияния ядер, состоящий из кулоновской отталкивающей части ($V > 0$ при $r > R_0 = R_i + R_j$) и притягивающей части ядерных сил ($V < 0$ при $r < R_N$)).

Проницаемость барьера P можно определить, не зная детального поведения ядерного потенциала при $r < R_N$. В рамках ВКБ-приближения (метод Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна приближенного решения уравнения Шредингера) проницаемость может быть вычислена (см., например, [18, 20])

$$P \approx \exp \left(-2 \int_a^b |k(x)| dx \right), \quad |k(x)| = \left(\frac{2\mu_{ij}}{\hbar^2} [V(x) - E] \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

В приближении $R_N \rightarrow 0$ нижний предел интеграла в (2.8) может быть заменен нулем, а верхний предел определяется классической точкой поворота R_C , причем в (2.8) $E = \frac{Z_i Z_j e^2}{R_C}$. Наконец

$$\int_a^b |k(x)| dx = \frac{(2\mu_{ij} E)^{1/2}}{\hbar} \int_0^{R_C} \left(\frac{R_C}{x} - 1 \right)^{1/2} dx \quad (2.9)$$

$$= \frac{(2\mu E)^{1/2}}{\hbar} \frac{\pi R_C}{2} = \frac{\pi Z_i Z_j e^2}{\hbar} \left(\frac{\mu_{ij}}{2E} \right)^{1/2} = \pi \eta$$

Величина η называется *параметром Зоммерфельда*, а получаемая экспонента в выражении для проницаемости (2.8)

$$P \approx \exp(-2\pi\eta) \quad (2.10)$$

называется *гамовским фактором*.

При малых энергиях сечение взаимодействия двух частиц пропорционально

$$\sigma(E) \sim \pi\lambda^2 \sim 1/E \quad (2.11)$$

(λ — характерная для данной реакции длина волны Де Бройля), и с другой стороны, как было показано выше, за счет туннельного эффекта сечение должно зависеть от энергии как

$$\sigma(E) \sim \exp(-2\pi\eta), \quad \eta \sim 1/\sqrt{E} \quad (2.12)$$

Кроме того, должны быть учтены все эффекты, связанные с ядерным взаимодействием. Тогда сечение взаимодействия двух ядер может быть записано в виде

$$\sigma(E) \equiv \frac{S(E)}{E} \exp(-2\pi\eta), \quad (2.13)$$

где $S(E)$ — *астрофизический фактор* (*S-фактор*), который является слабо меняющейся функцией энергии (поскольку зависимость сечения от энергии главным образом определяется экспоненциальным множителем, то есть гамовским фактором). Энергии, при которых в звездах протекают интересующие нас ядерные реакции (термоядерное, термоядерное, пикноядерное горение) низки (порядка нескольких МэВ) по сравнению с доступным в настоящее время диапазоном энергий в ядернофизических экспериментах. Это не позволяет проводить прямые измерения $\sigma(E)$ в лабораторных условиях (кулоновский барьер сильно уменьшает сечения в области низких энергий), поэтому приходится рассчитывать эти величины теоретически и использовать результаты для экстраполяции в диапазон низких энергий. Параметризация (2.13) позволяет перемасштабировать сечения взаимодействия ядер и

работать главным образом с астрофизическими факторами $S(E)$, экстраполяция которых в область меньших энергий является предпочтительной из-за менее сильной зависимости от энергии (рис. 2.2). С учетом (2.13) скорость реакций в расчете на одну пару частиц

$$\langle \sigma v \rangle \propto \int_0^\infty S(E) \exp\left(-2\pi\eta\right) \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dE \quad (2.14)$$

и, переобозначая параметр Зоммерфельда введением *энергии Гамова* b^2

$$\eta = \frac{Z_i Z_j e^2}{\hbar} \left(\frac{\mu_{ij}}{2E}\right)^{1/2} = \frac{b}{2\pi E^{1/2}} \quad (2.15)$$

где $b = 0.99 Z_i Z_j \tilde{\mu}_{ij}^{1/2} \text{ МэВ}^{1/2}$, $\tilde{\mu}_{ij} = \frac{A_i A_j}{A_i + A_j}$ — приведенная масса (в а.е.м.), получаем

$$\langle \sigma v \rangle \propto \int_0^\infty S(E) \exp\left[-\frac{E}{k_B T} - \frac{b}{\sqrt{E}}\right] dE \quad (2.16)$$

Заметим, что множитель $\exp(-E/k_B T)$ мал при высоких энергиях (подавляет вклад больших энергий), в то время как множитель $\exp(-b/\sqrt{E})$ мал при низких энергиях (подавляет вклад низких энергий). Произведение экспонент с этими показателями дает конечное значение интеграла с максимумом подынтегральной функции в точке с некоторым значением E_0 (рис. 2.3). Чтобы определить это значение, достаточно исследовать функцию на экстремумы, то есть для исследования максимума подынтегральной функции положить производную скорости реакции равной нулю $\frac{d}{dE} \langle \sigma v \rangle = 0$. Заметим также, что поскольку $S(E)$ есть плавная функция энергии, то в окрестности некоторой точки E_0 для узкого диапазона температур справедливо $S(E) \approx S(E_0) = \text{const.}$ Тогда, взяв производную подынтегрального выражения (2.16) и приравняв ее к нулю, получаем, что максимум достигается при энергии

$$E_0 = \left(\frac{b k_B T}{2}\right)^{2/3} \quad (2.17)$$

Значение интеграла в точке E_0 называется *гамовским пиком*. Таким образом, произведение двух экспонент в (2.16) задает область энергий, при которых

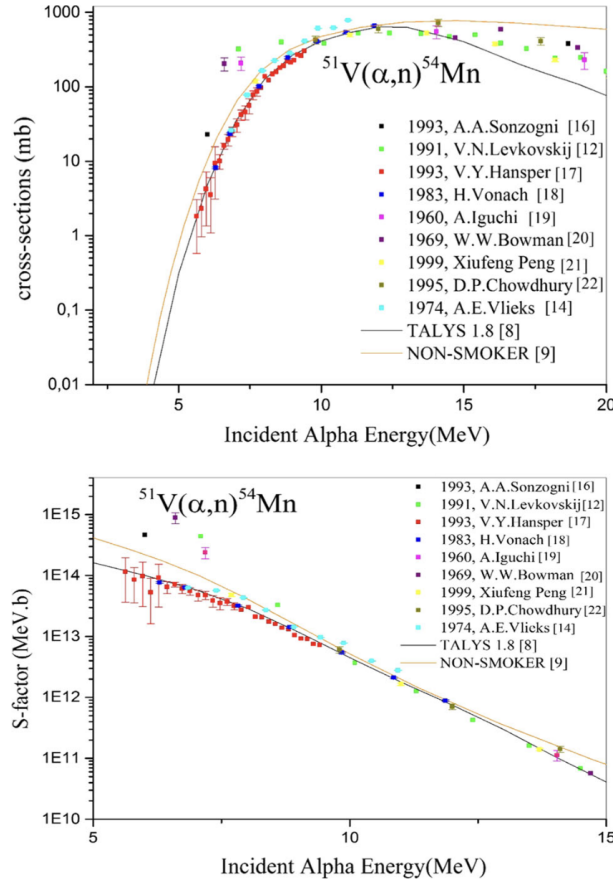


Рис. 2.2: Энергетическая зависимость измеренного сечения (верхняя панель) в реакции $^{51}\text{V}(\alpha, n)^{54}\text{Mn}$ [21]. Экстраполяция до $E < 5$ МэВ выглядит грубой в силу отсутствия в этой области экспериментальных данных. Однако S-фактор (нижняя панель) слабее зависит от энергии, и поэтому его гораздо легче экстраполировать.

идут большинство реакций, а само значение E_0 есть *эффективная энергия горения* или энергия гамовского пика, то есть ядерные реакции эффективно протекают в области

$$E = E_0 \pm \frac{\Delta}{2} \quad (2.18)$$

Как было отмечено, часто E_0 может быть слишком мала для прямого измерения сечения реакции в лаборатории, поэтому обычно $S(E)$ находят в диапазоне доступных лабораторных энергий, а затем экстраполируют в область вблизи E_0 .

Однако мы по-прежнему нуждаемся в конечном аналитическом выражении для вычисления скоростей реакций, для чего необходимо приближенно

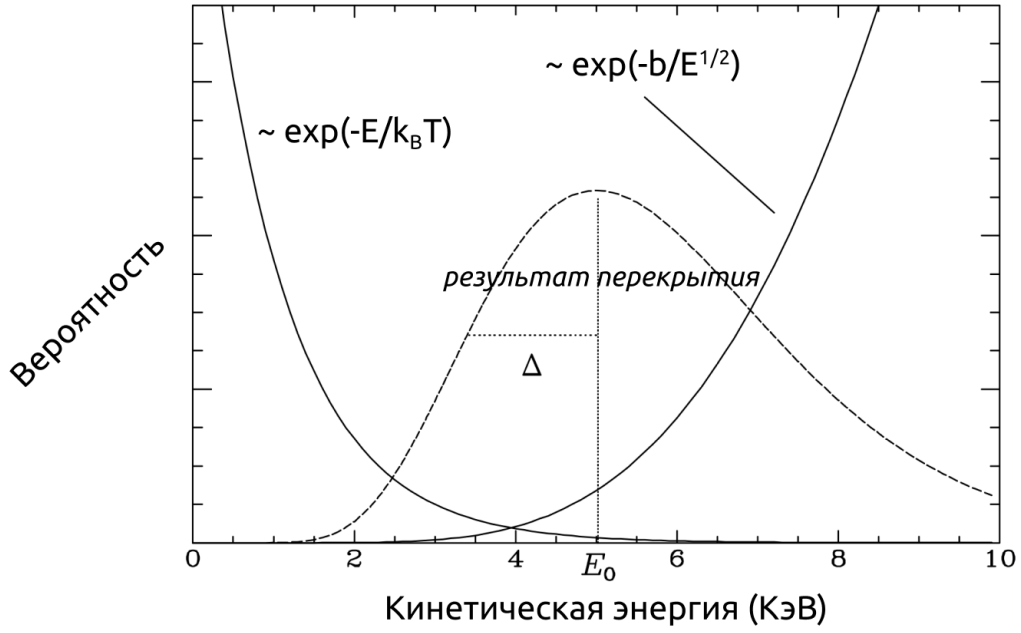


Рис. 2.3: Доминирующие энергозависимые факторы в термоядерных реакциях. Большинство реакций происходит в области перекрытия между высокоэнергетическим хвостом максвелловско-больцмановского распределения, дающим фактор $\exp(E/k_B T)$, и вероятностью туннелирования через кулоновский барьер, что дает фактор $\exp(-bE^{-1/2})$. Их произведение дает довольно резкий пик, называемый пиком Гамова, при энергии E_0 , которая обычно намного больше $k_B T$. Рисунок заимствован и адаптирован из [22].

оценить интеграл в (2.16). Как было отмечено, мы пренебрегаем зависимостью S-фактора от энергии вблизи гамовского пика и полагаем его равным постоянному значению. Подынтегральную функцию можно аппроксимировать гауссовой функцией с шириной Δ

$$\exp \left[-\frac{E}{k_B T} - \frac{b}{\sqrt{E}} \right] \approx I_{max} \exp \left[-\left(\frac{E - E_0}{\Delta/2} \right)^2 \right] \quad (2.19)$$

Максимальное значение интеграл в (2.16) принимает в точке $E = E_0$

$$I_{max} = \exp \left(-\frac{3E_0}{k_B T} \right) \quad (2.20)$$

Ширину Δ находят из условия, что вторые производные точной и приближенной формы в (2.19) для интеграла должны совпадать при $E = E_0$. Тогда

получаем, что

$$\Delta = \frac{4(E_0 k_B T)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{3}} \quad (2.21)$$

Последним шагом аппроксимации является замена 0 на $-\infty$ в нижнем пределе интегрирования (большой вклад в интеграл дают значения $E > 0$), что позволяет вычислить известный гауссов интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[- \left(\frac{E - E_0}{\Delta/2} \right)^2 \right] dE = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Delta \quad (2.22)$$

Тогда выражение для скорости реакций пары частиц (2.6) можно переписать приближенно в виде

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &= \left(\frac{8}{\pi \mu_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(k_B T)^{\frac{3}{2}}} S(E_0) \int_0^{\infty} \exp \left[- \frac{E}{k_B T} - \frac{b}{\sqrt{E}} \right] dE \\ &\approx \left(\frac{2}{\mu_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\Delta}{(k_B T)^{\frac{3}{2}}} S(E_0) \exp \left(- \frac{3E_0}{k_B T} \right), \end{aligned} \quad (2.23)$$

а выражение для вычисления скоростей реакций (2.6) окончательно записать в виде, который будет использован в работе далее

$$R_{ij} = \frac{4n_i n_j}{1 + \delta_{ij}} \sqrt{\frac{2E_0}{3\mu_{ij}}} \frac{S(E_0)}{k_B T} \exp \left(- \left[\frac{27\pi^2 \mu_{ij} Z_i^2 Z_j^2 e^4}{2k_B T \hbar^2} \right]^{1/3} \right) \quad (2.24)$$

2.2 Расчет астрофизического фактора

Теоретическая оценка $S(E)$ зависит от модели ядерного взаимодействия. Для получения простого аналитического выражения для S-фактора необходимо рассмотреть движение частицы в поле с эффективным потенциалом

$$V_{eff} = V_C(r) + V_{nuc} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu_{ij}r^2}, \quad (2.25)$$

где первое слагаемое — кулоновский потенциал, второе слагаемое отвечает за ядерные силы, а третье — центробежный потенциал. В рамках простейшей модели можно положить, что на расстояниях, больших суммарного радиуса

сливающихся ядер R_0 (см. рис. 2.1) преобладает кулоновское отталкивание, а на меньших расстояниях слияние произошло и взаимодействие определяется исключительно ядерными силами

$$V_{eff} = \begin{cases} \frac{Z_i Z_j e^2}{r} = V_C \frac{R_0}{r}, & r > R_0 \\ -V_{nuc} = -V_0, & r < R_0 \end{cases}. \quad (2.26)$$

В более общем виде сечение взаимодействия ядер зависит от углового момен-

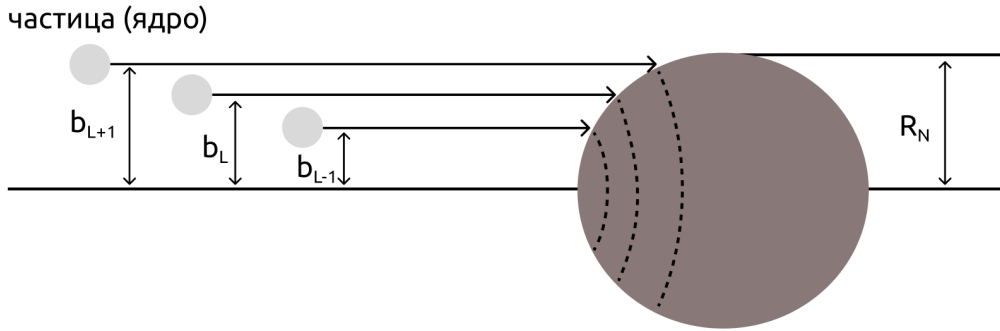


Рис. 2.4: Прицельные параметры b налетающего ядра с различными значениями орбитального момента L

та налетающего ядра. Для этого рассмотрим, как вычисляется парциальное сечение такого процесса. Оно равно площади кольца с радиусом b_L вокруг центра ядра или же полуразности площадей кругов с радиусами b_{L+1} и b_{L-1} (рис. 2.4). Тогда, используя соотношение для квазиклассического углового момента налетающей частицы (ядра) $L\hbar = pb$ и зная собственное значение квадрата момента $(\vec{L})^2 = l(l+1)$, имеем выражение

$$\sigma_0 = \pi \frac{(b_{L+1}^2 - b_{L-1}^2)}{2} = \frac{\pi}{k^2} (2l+1) \quad (2.27)$$

Чтобы получить полное сечение взаимодействия, необходимо просуммировать (2.27) по всем значениям орбитального момента

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1) T_l,$$

$$T_l = P_l \frac{1}{1 + \exp(K_l)}, \quad K_l = 2 \int_{R_0}^{R_C} \frac{\sqrt{2\mu(V_{eff} - E)}}{\hbar} dr \quad (2.28)$$

где k — волновое число, T_l — коэффициент трансмиссии (аппроксимация параболическим потенциалом, формула Хилла-Уиллера [23, 24]), P_l — вероятность слияния, если туннелирование произошло (для низких энергий ≈ 1 , поступим также согласно [25]), а $\exp(K_l)$ аналогичен выражению $k(x)$ в формуле (2.8) и описывает вероятность туннелирования через классически запрещенную область; далее пренебрежем единицей по сравнению с экспоненциальным множителем в силу величины K_l . Записав сечение взаимодействия (2.28) при $l=0$ и подставляя все остальные множители в явном виде, получим

$$\sigma = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu_{ij}E} T_0 \approx \frac{\pi \hbar^2}{2\mu_{ij}E} \exp(-K_0) \quad (2.29)$$

Вычисление K_0 производится по запрещенной области от R_0 до классической точки поворота R_C . Он равен интегралу с чисто кулоновским полем от 0 до R за вычетом интеграла от 0 до R_0

$$K_{l=0} = 2 \int_{R_0}^{R_C} \frac{\sqrt{2\mu(V_C - E)}}{\hbar} dr = \quad (2.30)$$

$$2 \left[\int_0^{R_C} \frac{\sqrt{2\mu(V_C - E)}}{\hbar} dr - \int_0^{R_0} \frac{\sqrt{2\mu(V_C - E)}}{\hbar} dr \right],$$

где по-прежнему $E = \frac{Z_i Z_j e^2}{R_C}$, первый интеграл аналогичен (2.8) и при подстановке в экспоненту в (2.29) даст гамовский фактор, а второй интеграл даст экспоненциальную часть S-фактора

$$K_{l=0} \approx 2\pi\eta - 4 \left(\frac{2\mu R_0^2}{\hbar^2} V_C \right)^{1/2} + \frac{2\sqrt{2\mu} R_0}{3\hbar} \frac{E}{V_C^{1/2}}, \quad (2.31)$$

что после подстановки констант и кулоновского потенциала $V_C(R_0)$ дает итоговое выражение, которое можно использовать для вычислений. Подставляя K_0 в (2.29) и сравнивая с (2.13), получаем

$$S(E_0) \approx \frac{\pi \hbar^2}{2\mu_{ij}} \exp(1.05(\tilde{\mu}_{ij} R_0 Z_i Z_j)^{1/2}) \exp \left(- \left(\frac{\tilde{\mu}_{ij} R_0^3}{Z_i Z_j} \right)^{1/2} \frac{E_0}{8 \text{ MeV}} \right) [\text{MeV} \cdot \text{barn}], \quad (2.32)$$

где $\tilde{\mu}_{ij}$ — приведенная масса (в а.е.м.), а μ_{ij} — масса в граммах, $R_0 = 2R_N$ — расстояние, на котором ядра начинают сливаться.

2.3 Расчет скоростей пикноядерных реакций

Чтобы убедиться в адекватности выбранной модели S-фактора, расчеты по формуле (2.32) и соответствующие скорости сравниваются с результатами [25] для реакции слияния двух ядер ^{12}C , которые получены с использованием более сложного аналитического выражения для $S(E)$ (формула 4 в [25]).

Выше были рассмотрены термоядерные реакции в звездной плазме — перейдем к рассмотрению пикноядерного режима в условиях плотного звездного вещества в приближении $T \rightarrow 0$ (приближение справедливо при температурах $T < 10^6$ К). В пикноядерном режиме нельзя просто ввести поправочные коэффициенты к выражению (2.24), необходимо вычислить скорости *ab initio* как функцию энергии реагирующей пары ядер, которые теперь связаны (являются составными частями кристаллической решетки). Поэтому, для сравнения скоростей реакции полученную формулу (2.24) необходимо модифицировать. Для этого, следуя наиболее фундаментальной работе Салпитера и Ван-Хорна [26] и работе Яковлева [25], введем безразмерный параметр обратной длины λ , являющийся функцией плотности плазмы

$$\lambda_{ij} = r_{Bij} \left(\frac{n_{ij}}{2} \right)^{1/3}, \quad (2.33)$$

где

$$r_{Bij} = \frac{\hbar^2}{2\mu_{ij}Z_iZ_je^2} \quad (2.34)$$

в случае однотипных ядер ($i=j$) является Боровским радиусом, а для вычисления концентрации ядер

$$n_{ij} = \frac{3}{4\pi a_{ij}^3} \quad (2.35)$$

вводят параметры

$$a_{ij} = \frac{a_i + a_j}{2}, \quad a_j = Z_j^{1/3} a_e, \quad a_e = \left(\frac{3}{4\pi n_e}\right)^{1/3}, \quad (2.36)$$

где a_{ij} — равновесное расстояние между реагирующими ядрами (радиус сферы слияния ядер), a_j — радиус ионной сферы (радиус сферы вокруг данного ядра, где заряд электрона компенсирует заряд ядра), a_e — радиус электронной сферы. Следуя уравнениям (35), (37) и (39) в [26], скорость слияния ядер в пикноядерном режиме (сравните с уравнением (7) в [27]) может быть представлена в виде

$$R_{ij}^{puc} = \frac{n_i}{1 + \delta_{ij}} \langle \nu_{ij} p_{ij} \rangle, \quad (2.37)$$

где ν есть число ближайших соседей (ядер) сорта j вокруг ядра i , в случае объёмноцентрированной кубической решетки (bcc) равное восьми, p_{ij} есть скорость реакции в расчете на пару частиц, а угловые скобки представляют статистическое усреднение по ансамблю таких пар частиц. Величина

$$p_{ij} \sim |\Psi_{ij}(R_N)|^2 \quad (2.38)$$

должна быть пропорциональна волновой функции относительного движения двух реагирующих ядер в решетке с энергией возбуждения E_0^{ij} , оцененной на расстоянии ядерного радиуса³. В рамках трехмерной ВКБ-аппроксимации, добавляя к энергии кулоновского барьера экранирующий потенциал $V_s(r)$, ответственный за связь между движениями различных частиц (формулы (11), (17), (27), (28) в [26], поправки за сильное экранирование ядер в силу величины параметра неидеальности $\Gamma_{jj} = Z_j^2 e^2 / a_j k_B T \gg 1$), Салпитер и Ван-Хорн приходят к формуле для пикноядерного режима при $T \rightarrow 0$ (два реагирующих ядра находятся в основном состоянии, энергия нулевых колебаний $E_0^{ij} \sim \hbar \omega_p \ll V_C$ и каждое ядро ограничено очень малой областью около

³Здесь и далее к энергии гамовского пика E_0 добавлены верхние индексы i и j , указывающие на подстановку конкретного вида энергии системы двух ядер — *прим. автора*

своего положения в равновесной решетке)

$$p_{ij} = D_{pk} \frac{\lambda_{ij}^{3-C_{pl}} S(E_0^{ij})}{\hbar r_{Bij}^2} \exp \left(- \frac{C_{exp}}{\sqrt{\lambda_{ij}}} \right) \quad (2.39)$$

где D_{puc} , C_{pl} и C_{exp} — константы, зависящие от модели экранирующего потенциала и типа решетки (объёмноцентрированная, гранецентрированная). Суммарный радиус сливающихся ядер в реакции $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, использующийся при вычислении астрофизического фактора, оценен по эмпирической формуле $R_0 = 2R_N \approx 2 \cdot 1.4 A^{1/3}$ фм, где A — массовое число. Подставляя (2.39) в (2.37), а также объединяя соотношения (2.36), получаем выражение

$$R_{ij}^{puc} = D_{puc} \frac{4n_i n_j}{1 + \delta_{ij} (Z_i^{1/3} + Z_j^{1/3})^3} \frac{8}{\hbar} \frac{S(E_0^{ij}) r_{Bij}}{\lambda_{ij}^{C_{pl}}} \exp \left(- \frac{C_{exp}}{(\lambda_{ij})^{1/2}} \right), \quad (2.40)$$

которое будет использовано ниже для вычисления скоростей пикноядерных реакций в условиях внутренней коры нейтронной звезды. Здесь же, для сопоставления результатов с [25], удобно представить параметр обратной длины λ в виде

$$\lambda_{ij} = r_{Bij} \left(\frac{n_{ij}}{2} \right)^{1/3} = \frac{2r_{Bij}}{(Z_i^{1/3} + Z_j^{1/3})} \left(\frac{\rho \langle Z \rangle}{2 \langle A \rangle m_u} \right)^{1/3} = \quad (2.41)$$

$$\frac{A_i + A_j}{A_i A_j Z_i Z_j (Z_i^{1/3} + Z_j^{1/3})} \cdot \left(\frac{\rho X_N \langle Z \rangle}{\langle A \rangle \cdot 1.3574 \cdot 10^{11} \text{ г см}^{-3}} \right)^{1/3},$$

где $m_u = 1.66055 \cdot 10^{-24}$ г атомная единица массы, $\langle A \rangle$ и $\langle Z \rangle$ есть среднее массовое и зарядовое числа системы реагирующих ядер. Тогда (2.37) окончательно представимо в виде

$$R_{ij}^{puc} = 10^{46} C_{puc} \frac{8 \rho A_i A_j \langle A \rangle Z_i^2 Z_j^2}{(1 + \delta_{ij})(A_i + A_j)^2} S(E_0^{ij}) \cdot \lambda_{ij}^{3-C_{pl}} \exp \left(- \frac{C_{exp}}{(\lambda_{ij})^{1/2}} \right) [\text{см}^{-3} \text{с}^{-1}] \quad (2.42)$$

и астрофизический фактор представлен формулой (2.32). Само же время горения ядер есть

$$\tau_{puc} = \frac{n_{ij}}{R_{ij}^{puc}} \quad (2.43)$$

Здесь $C_{puc} = D_{puc}/(8 \cdot 11.515)$, а все модельно зависимые константы представлены в таблице 2.1. Расчеты здесь и далее выполняются в рамках модели статической решетки («static lattice» approximation) [26], в рамках которой все остальные ядра и центр масс реагирующей пары считаются зафиксированными в своих равновесных положениях. Главной управляющей переменной в формуле является параметр обратной длины λ_{ij} в аргументе экспоненты, возрастающий с уменьшением плотности, что ведет к сильному подавлению туннелирования. С ростом плотности кулоновский барьер становится более проницаемым, и скорость реакции увеличивается. Сравнение результатов расчета астрофизического фактора по формуле (2.32) с экспериментальными измерениями и аналитическим выражением в [25] рис. 2.6, сравнение посчитанных скоростей реакции слияния ядер углерода с использованием приближенной оценки S-фактора (2.37) с результатами [25] представлены на рис. 2.5.

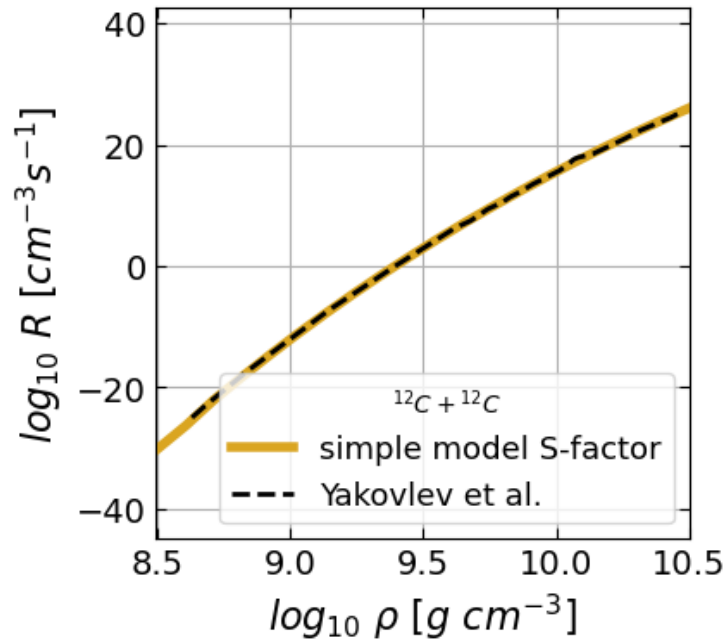


Рис. 2.5: Сравнение посчитанных скоростей реакции слияния $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$, вычисленных по приближенной формуле (2.32) (сплошная желтая линия) с результатами [25] (черная пунктирная линия)

Таблица 2.1: Коэффициенты для скоростей реакции в рамках оптимальной модели ядерного горения (static lattice model Salpeter & Van-Horn, 1969) и для моделей, максимизирующих и минимизирующих скорость реакции (подробнее смотри [25])

Модель	C_{exp}	C_{pus}	C_{pl}
Оптимальная	2.638	3.90	1.25
Максимальный темп	2.450	50	1.25
Минимальный темп	2.650	0.5	1.25

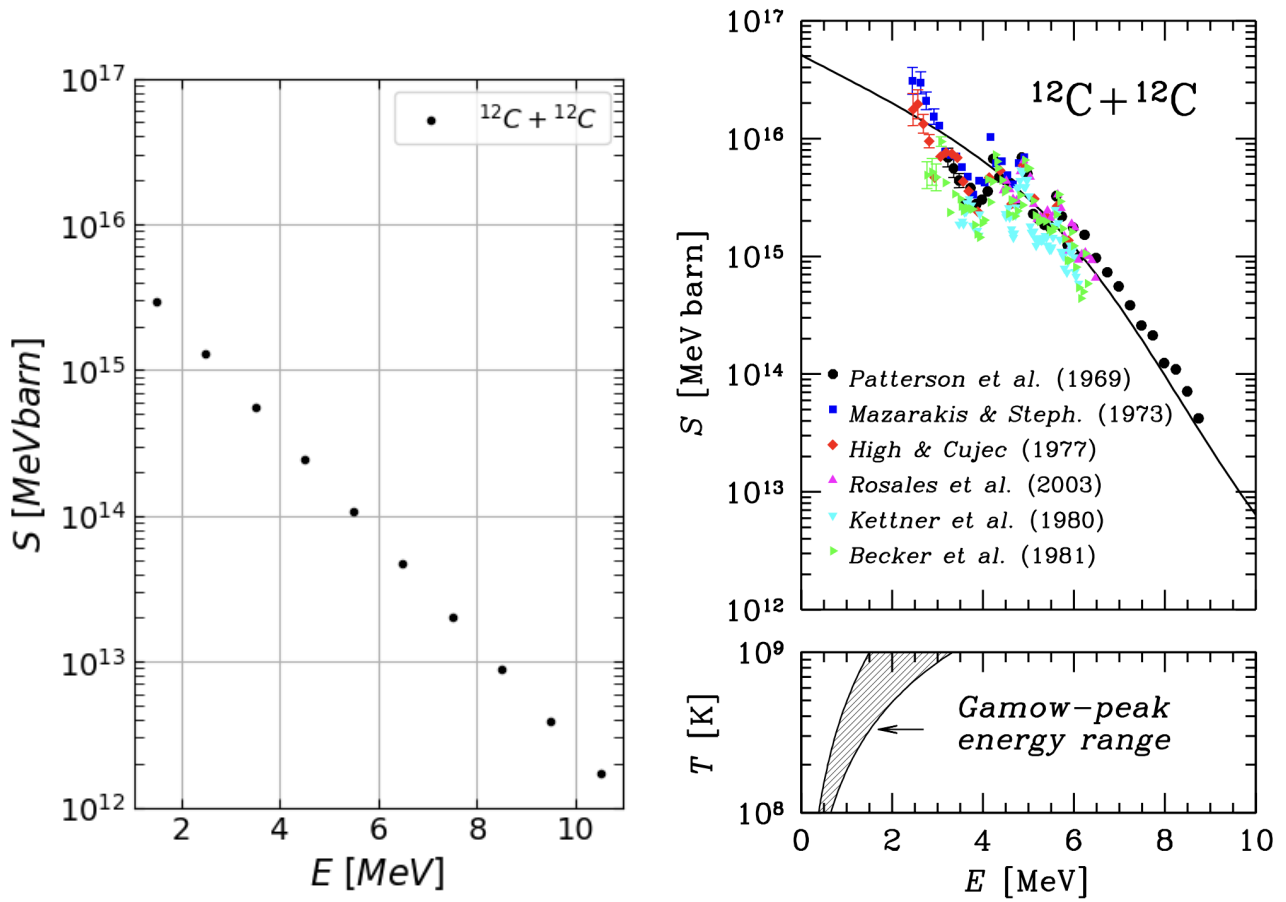


Рис. 2.6: Сравнение посчитанных астрофизических факторов для реакции $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$, вычисленных по приближенной формуле (2.32) для S-фактора (левая панель) с результатами [25] (правая панель, сплошная черная линия)

2.4 Времена горения ядер в коре нейтронной звезды

Для вычисления скоростей пикноядерных реакций (и соответствующих им времен) сперва рассмотрим скорости слияния двух кластеров при фиксированных параметрах среды. Характерной для основания внутренней коры плотности $\rho \approx 1.2 \cdot 10^{14}$ г/см³ соответствует барионная концентрация $n_b = 0.07$ фм⁻³ и фактор заполнения $w \approx 0.2$, электронная концентрация $n_e = 0.01n_b$ и концентрация ядер (кластеров) есть $n_{ij} = n_N = n_e/Z$. Напомним, что состав коры в процессе аккреции определяется введенными ранее неравновесными значениями Z' и A' , меньшими равновесных. Радиус кластера вычисляется по формуле (1.1), а скорости реакции по формуле (2.40). Графики (рис. 2.7) показывают соответствующие скорости и времена слияния двух ядер в зависимости от их зарядовых и массовых чисел; такое рассмотрение является грубым, поскольку состав коры меняется с глубиной, однако уже позволяет заметить, что ядра с $Z' > 30$ не успевают сгореть на разумных (меньших времени жизни Вселенной) временных шкалах.

На данном этапе было выяснено, что использование энергии нулевых колебаний $\frac{1}{2}\hbar\omega_p$ в качестве энергии гамовского пика E_0 в аргументе S-фактора (2.32) меняет зависимость скорости реакции R_{ij}^{puc} от зарядового числа Z : при определенных факторах заполнения ($w > 0.2$) увеличение Z сопровождается ростом скорости реакций. Как было указано выше, параметр неидеальности, показывающий, насколько сильно экранирование ядер, для условий внутренней коры велик $\Gamma_{jj} \gg 1$, и слагаемое в экспоненте (2.32), содержащее энергию E_0^{ij} оказывается гораздо меньшим, чем первое слагаемое. Из-за наличия сильного экранирования необходимо представить энергию реакции в виде

$$E_0^{ij'} = E_0^{ij} + H_{ij}(0) \quad (2.44)$$

где E_0^{ij} определяется формулой (2.17), а второе слагаемое согласно [27]

$$H_{ij}(r) = k_B T h_{ij}^0 - \frac{Z_i Z_j e^2}{2a_{ij}^{comp}} \left(\frac{r}{a_{ij}^{comp}} \right)^2 \quad (2.45)$$

есть потенциал среднего поля жестко связанной системы ионов и $a_{ij}^{comp} = (Z_i + Z_j)^{1/3} a_e$ и вычисляется в приближении $r \rightarrow 0$ (см. выше вычисление коэффициента туннелирования). Величина

$$h_{ij}^0 = f_0(\Gamma_i) + f_0(\Gamma_j) - f_0(\Gamma_{ij}^{comp}) \approx -0.9(\Gamma_i + \Gamma_j - \Gamma_{ij}^{comp}) \quad (2.46)$$

представляет собой разницу энергий в состоянии до реакции слияния и после нее; множитель 0.9 взят из рассмотрения модели статической решетки [26], а параметр неидеальности получающегося в реакции ядра $\Gamma_{ij}^{comp} = e^2 (Z_i + Z_j)^{5/3} / a_e k_B T$. Тогда для гамовского пика согласно [28] справедлива аппроксимация

$$E_0^{ij'} = \left[(E_0^{ij})^3 + H_{ij}^3(0) \right]^{1/3} \quad (2.47)$$

первое слагаемое мало и поэтому имеем

$$E_0^{ij'} \rightarrow H_{ij}(0) \quad (2.48)$$

Главная неопределенность рассматриваемой задачи — механизма отвода ядер в коре посредством пикноядерных реакций — заключается в том, какой именно следует считать эффективную массу туннелирующих при слиянии ядер нуклонов. Для ответа на этот вопрос можно выбрать несколько интуитивных оценок

- $M_{eff} = A' m_u$ — эффективная масса совпадает с массой всех нуклонов кластера (i)
- $M_{eff} = Z' m_u$ — эффективная масса совпадает с массой всех протонов кластера (ii)

- $M_{eff} = A'_c m_u$ — эффективная масса совпадает с массой всех нуклонов внутри ячейки (связанные с кластером + свободные нейтроны, а также протоны) (iii)

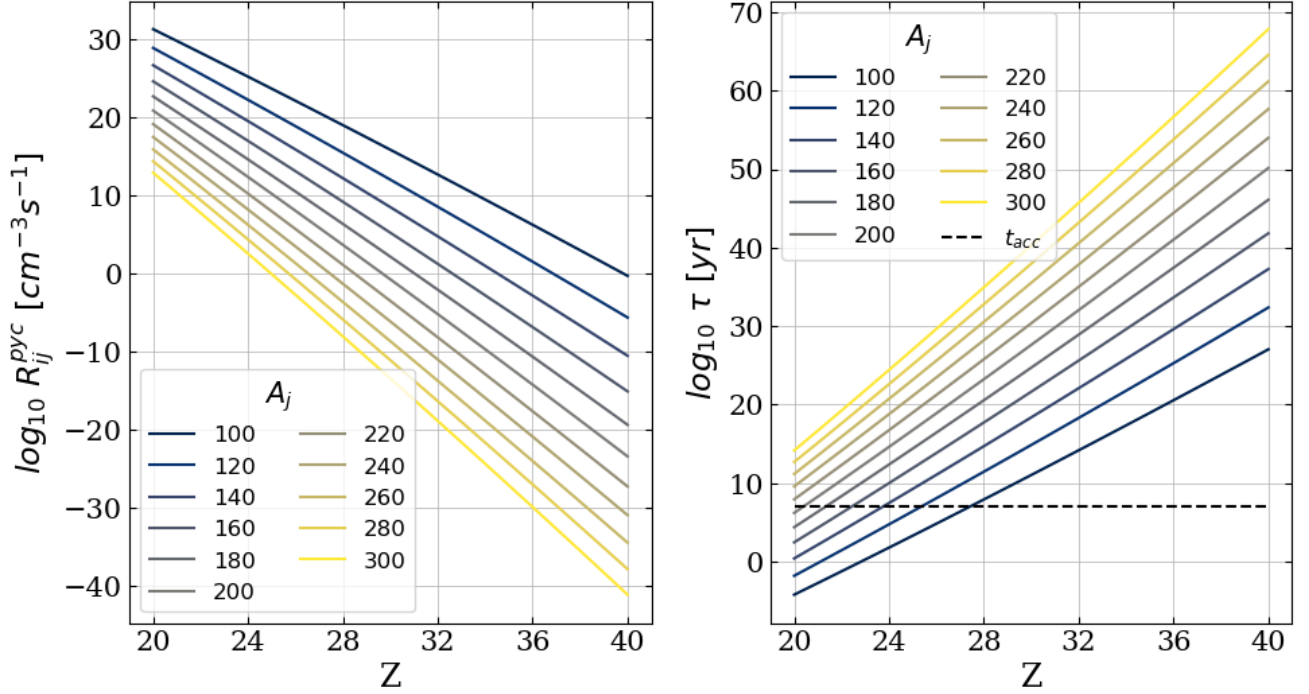


Рис. 2.7: Скорости (левая панель) и время (правая панель) слияния двух одинаковых ядер в зависимости от их зарядовых чисел при разных массах при фиксированных параметрах глубоких слоев внутренней коры нейтронной звезды ($\rho \approx 1.2 \cdot 10^{14}$ г/см³, $w = 0.2$, $n_e = 0.01 n_b$). Черной пунктирной линией на правом графике показано характерное время замещения коры в результате аккреции $t_{acc} \sim 10^7$ лет

Еще один вариант можно получить, предполагая, что эффективная масса определяется избытком нуклонов в кластере над фоновой плотностью. Если V'_c - объем ячейки Вигнера-Зейтца, то $(1 - w)V'_c$ - объем вне кластера. Тогда плотность нуклонов вне кластера $n_{out} = (A'_c - A')/(1 - w)V'_c$. Если плотность фона была бы равна плотности кластера, то число нуклонов вне кластера есть $wV'_c n_{out}$. Тогда избыток по числу нуклонов внутри кластера (по сравнению с тем, если бы плотность нуклонов в кластере была бы равна плотности нуклонов фона) $N_{exc} = N' - wV'_c n_{out} = A' - \frac{(A'_c - A')w}{(1 - w)}$ дает еще один вариант оценки массы

- $M_{eff} = [A' - \frac{(A'_c - A')w}{(1 - w)}]m_u$ - масса «избытка» нуклонов кластера по сравнению с фоном (iiii)

Первый (i) и четвертый варианты (iiii) представляют наиболее реалистичные сценарии, поскольку ожидается слияние именно нуклонов кластера (либо избытка нуклонов кластера). Второй (ii) вариант дает минимальную оценку эффективной массы (протоны кластера), а третий (iii) - максимальную (полное число нуклонов в ячейке).

Кроме того, в общем случае фактор заполнения является не константой (как при расчете на рис. (2.7)), а функцией плотности, то есть изменяется с глубиной. Поэтому выводы о том, какие ядра будут сгорать (сливаться) на разумных временных шкалах, необходимо делать, основываясь на изолиниях постоянного времени выгорания как функциях ρ и Z' . Для вычисления состава аккрецированной коры необходимо знание равновесных значений Z , A , A_c и w . Дальнейшие рассуждения основываются на предположении, что фактор заполнения w и все относительные параметры как, например, отношение $\frac{Z'}{A'}$ для аккрецированной коры остаются такими же, как для равновесного состава. Тогда $\frac{A}{Z} = \frac{A'}{Z'} \Leftrightarrow A' = Z' \frac{A}{Z}$, где Z' считается параметром, в качестве A подается одна из четырех оценок M_{eff} , а электронная концентрация вычисляется их равновесных значений $n_e = \frac{Z}{A} n_b$. Числа Z , A , A_c ,

w и n_b определяются термодинамикой коры — для этого были использованы различные ядернофизические модели и соответствующие им равновесные составы внутренней коры, полученные при помощи четырех уравнений состояния BSk24, BSk25, BSk26 [29] и SLy4 [30]. Каждое уравнение состояния представляет собой один из вариантов параметризации эффективного функционала плотности энергии Скирма, вводимого для описания межкулонного взаимодействия ядерной материи (детальный обзор смотри в [31]). Во всех уравнениях состояния при расчете энергии связи ядер использована капельная модель. Скорости и времена реакций вычисляются по формулам (2.40) и (2.43) соответственно.

Результат расчетов представлен в виде карт изолиний постоянного времени выгорания ядер (кластеров). Расчеты выполнены при помощи языка программирования Python (приложение). Каждая карта рассчитана при различных предположениях об эффективной туннелирующей массе M_{eff} в рамках одной из четырех моделей равновесного состава коры. На основе полученных двумерных карт можно сказать, кластеры с какими зарядовыми числами сгорят за интересующее исследователя время: для этого на графиках пунктиром отмечена линия, соответствующая барионной концентрации $n_b = 0.07 \text{ фм}^{-3}$, которая при пересечении с изолиниями времени указывает на определенные значения Z' . На графиках изолинии отмечены в диапазоне времен от 10^{-7} до 10^{10} лет, при этом 10^7 лет есть характерное время t_{acc} полного замещения коры в ходе аккреции и является разумным пределом, после которого рассматривать пикноядерное горение не имеет смысла (т.к. если слияние ядер протекает на временных шкалах, больших времени t_{acc} , не будет реализован необходимый темп отвода ядер из коры). Полученные результаты схожи для различных использованных ядернофизических моделей и демонстрируют, что на разумных временах (до 10^7 лет) пикноядерные реакции в основании внутренней коры ($\rho \sim 10^{14} \text{ г/см}^3$) идут для кластеров с зарядовыми

числами

- $Z' = 18 - 26$ при «реалистичной» оценке эффективной массы $M_{eff} = A' \cdot m_u$
- $Z' = 16 - 19$ при максимальной оценке эффективной массы $M_{eff} = A'_c \cdot m_u$
- $Z' = 25 - 30$ при «избыточной» оценке эффективной массы $M_{eff} = [A' - \frac{(A'_c - A')w}{(1-w)}]m_u$
- при минимальной оценке эффективной массы $M_{eff} = Z' \cdot m_u$ успевают сгореть ядра с любыми зарядовыми числами

Согласно результатам расчетов уравнения состояния с перераспределением нейтронов [11] в большей части внутренней коры нейтронной звезды преобладают ядра с $Z' \sim 20$. Полученные в настоящей работе результаты показывают, что для реалистичных Z' пикноядерные реакции идут на разумных временах, что дает основание для включения данных реакций в расчет уравнения состояния внутренней коры.

Стоит отметить, что расчет входящей в формулу скоростей пикноядерных реакций массы M_{eff} требует рассмотрения детальной ядернофизической задачи по сближению кластеров и их туннелированию; нет никакой гарантии, что эта масса окажется равной одной из тех, что были рассмотрены в качестве оценок в данной работе.

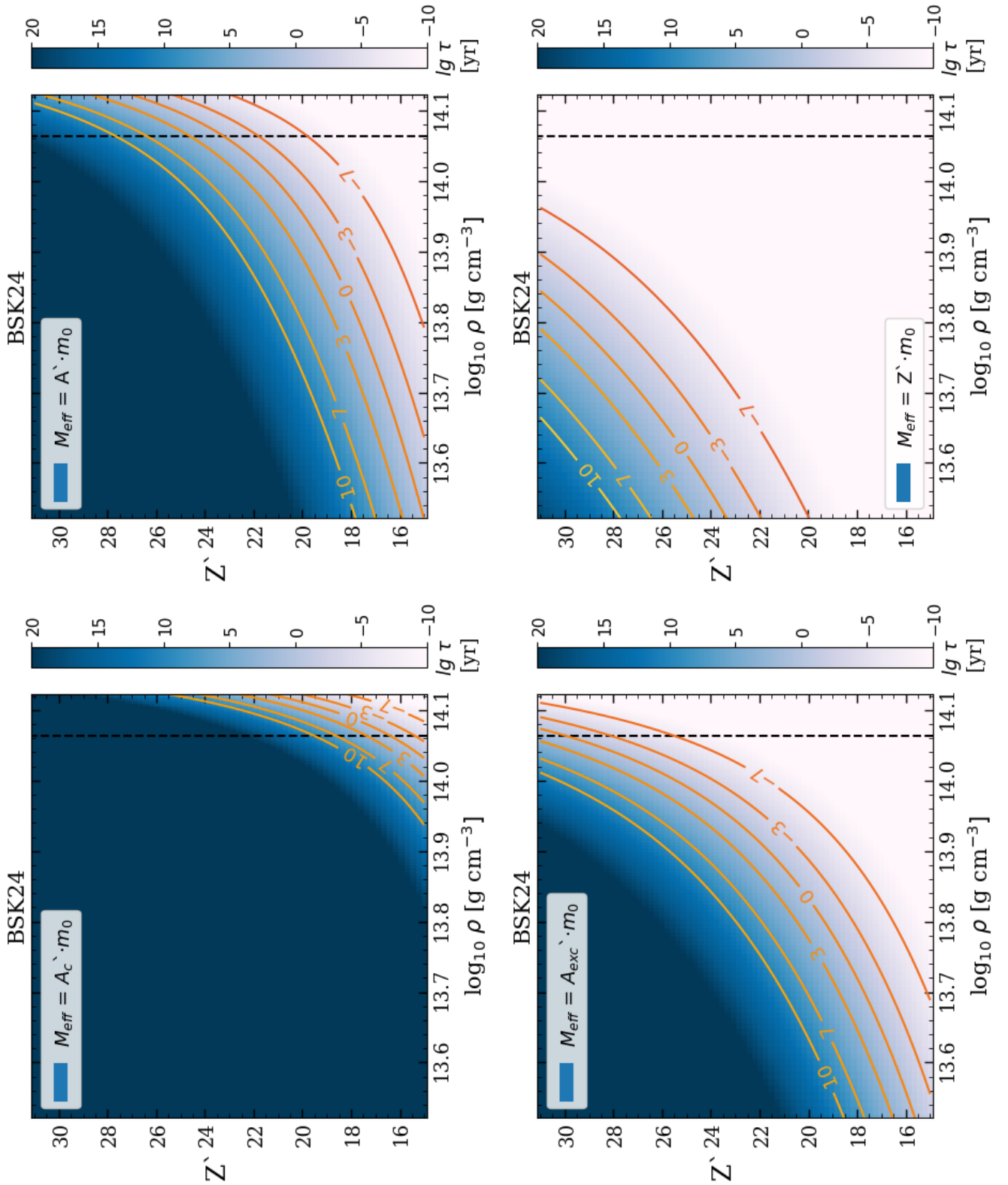


Рис. 2.8: Диаграммы $Z' - \rho$, построенные в рамках модели BSk24 и демонстрирующие времена слияния ядер с одинаковым Z' и A' в результате пикноядерных реакций в основании внутренней коры нейтронной звезды. Цветовой шкалой показан логарифм времени протекающих реакций. Цветными линиями показаны логарифмы постоянного времени горения. Черной пунктирной линии соответствует барионная концентрация $n_b = 0.07 \text{ фм}^{-3}$. Положительное направление оси абсцисс соответствует движению к основанию коры.

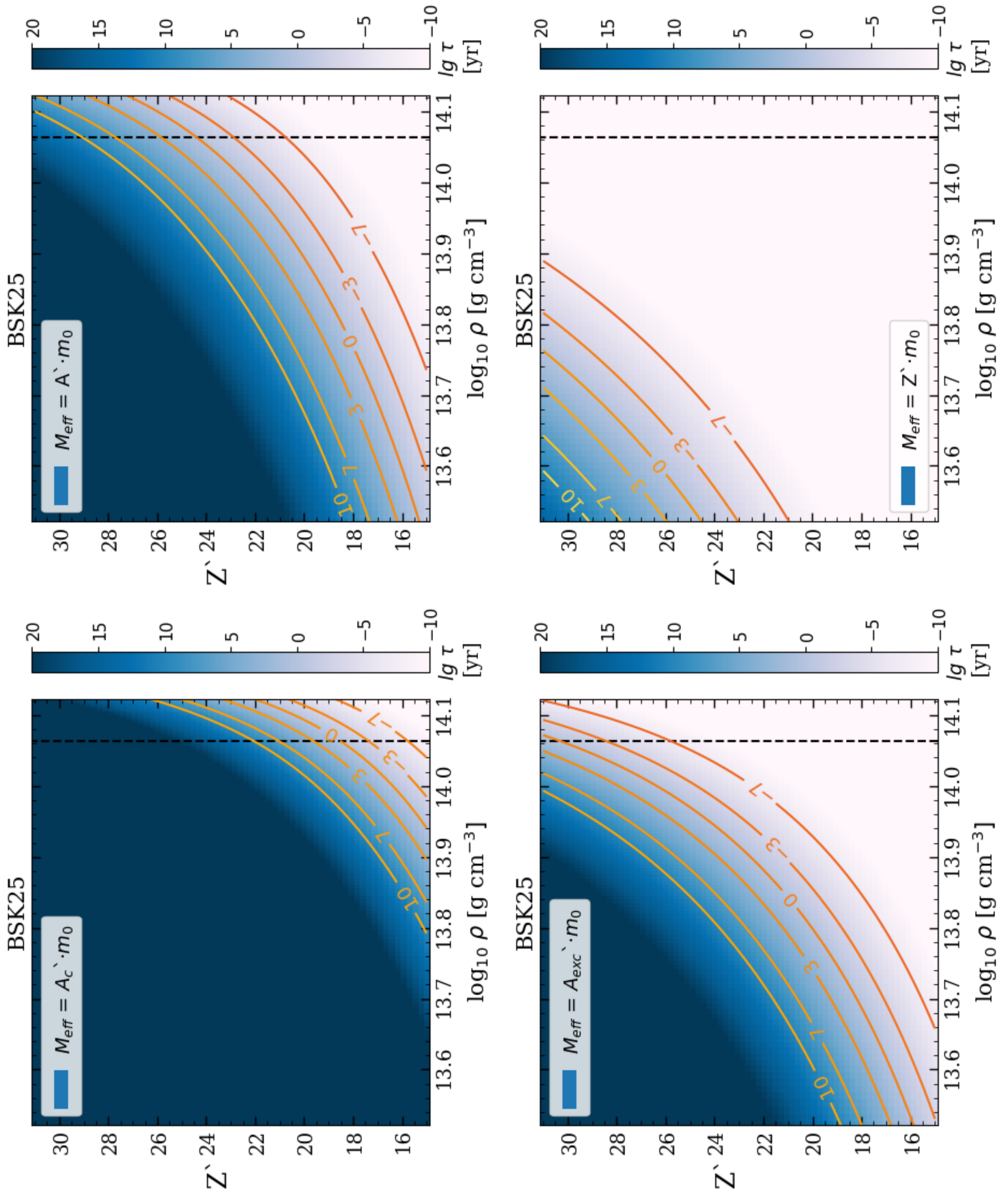


Рис. 2.9: То же, что и на рис. 2.8, но в рамках модели BSk25

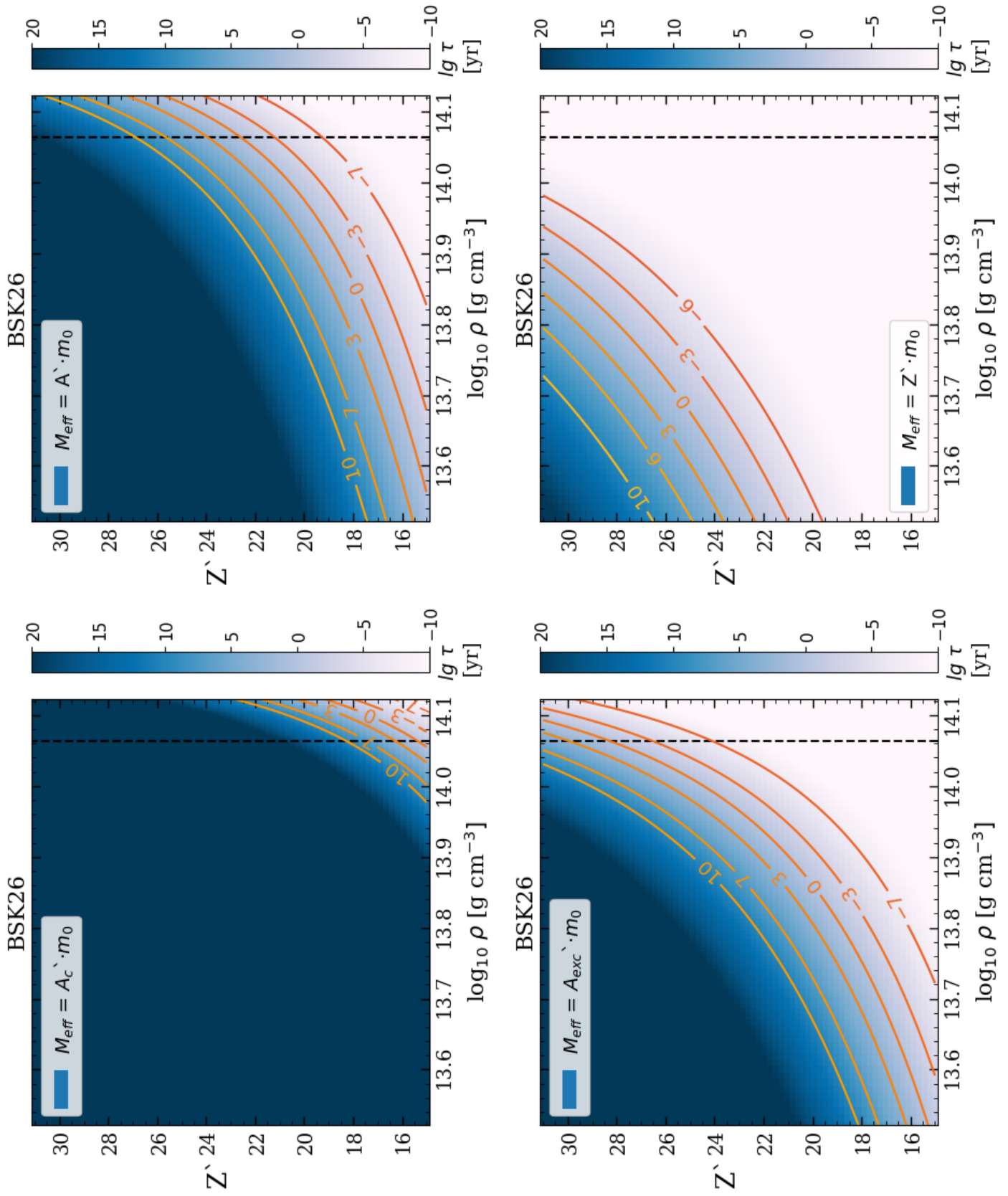


Рис. 2.10: То же, что и на рис. 2.8, но в рамках модели BSk26

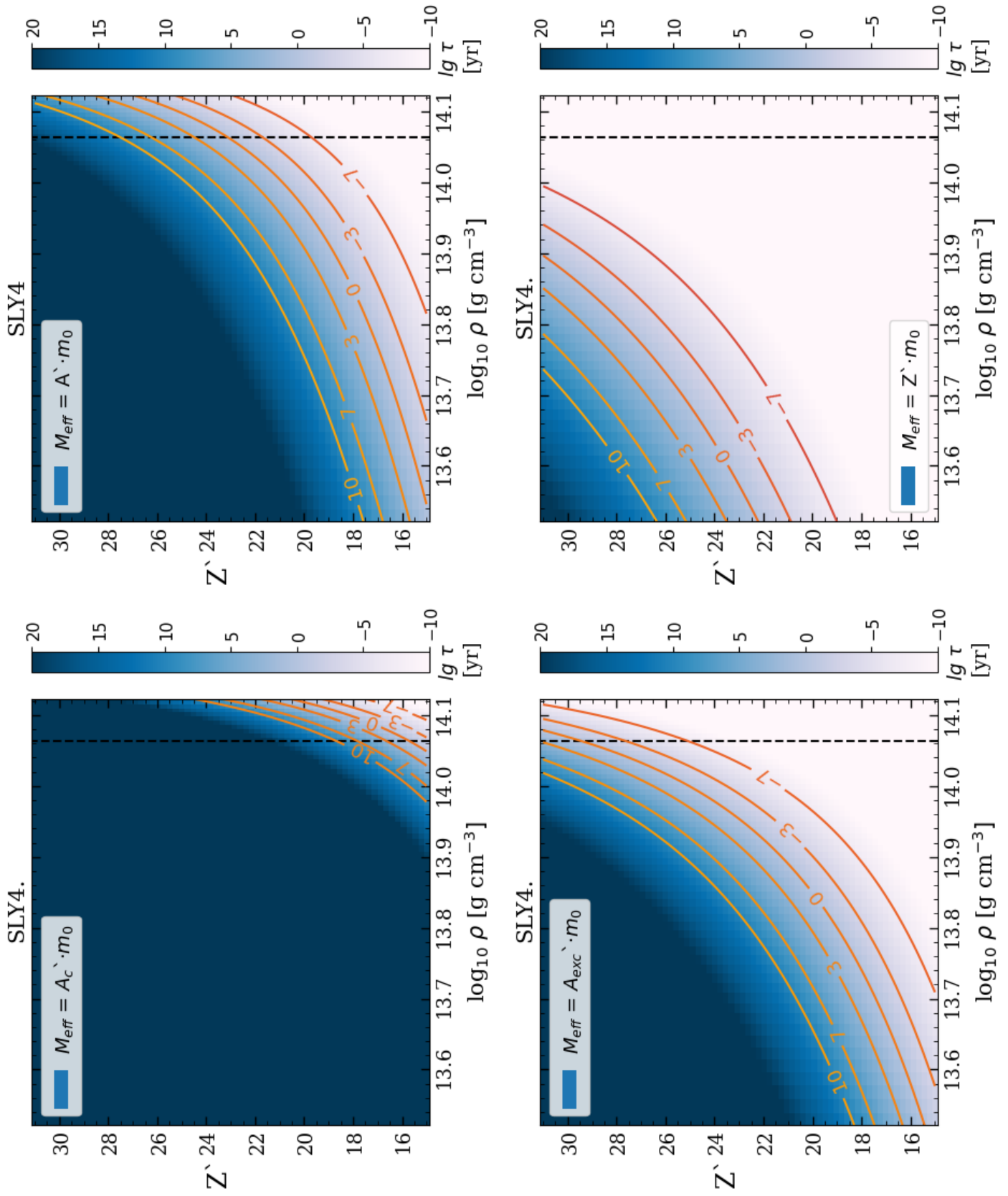


Рис. 2.11: То же, что и на рис. 2.8, но в рамках модели SLy4

Заключение

В настоящей работе выполнено исследование ядерных реакций слияния в основании внутренней коры аккрецирующих нейтронных звезд. Рассчитаны времена горения (течения реакций) одинаковых ядер в результате их слияния за счет пикноядерных реакций. Расчеты выполнены для нескольких предположений об эффективных массах сливающихся ядер и с использованием различных моделей межкулонного взаимодействия и соответствующих им составов коры нейтронной звезды. Результаты представлены в виде диаграмм $Z' - \rho$, демонстрирующих времена слияния ядер в ходе пикноядерных реакций. Расчеты показывают, что ядра с реалистичными для внутренней коры Z' успевают сгореть на разумных временных масштабах (меньших времени замещения коры в ходе аккреции), что позволяет рассматривать пикноядерные реакции в качестве дополнительного механизма отвода ядер из внутренней коры в ходе аккреции для поддержания постоянного общего числа ядер в коре.

Благодарности

Я хочу выразить благодарность всем, с кем я проходил этот путь становления астрономом. Я благодарен Жучкову Р.Я., который активно помогал и способствовал развитию компетенций в первые годы обучения; своим коллегам из ЛФОТ САО РАН, с которыми начался мой профессиональный путь и с которыми я выполнял свои первые научные задачи, и рад, что моим первым научным руководителем оказался Колбин А.И. Я рад возможности выполнить работу по теме нейтронных звезд, что было моей маленькой мечтой с самого начала и что стало возможным благодаря Чугунову А.И. из ФТИ им. А. Ф. Иоффе, с которым я выполнял данную работу в течение последнего года. Я благодарен кафедре астрономии и космической геодезии КФУ за возможность обучаться астрономии и проходить практики в самых разных местах страны и, конечно, своим одногруппникам, с которыми рос эти шесть лет.

Наконец эту работу я посвящаю своей новой семье, которую обрел также на кафедре, ведь моя девушка такой же астроном, как и я, а ее мама — лучший психотерапевт, которого я знаю и на которого равняюсь. Эти люди поддерживали меня на протяжении всех моих метаморфозов, лишений, моментов фрустраций и осознания своих сильных зон. Свои люди — это самое важное. Своих понять очень легко: их делает счастливыми то, что делает счастливым тебя. И с несчастьями то же самое. С чужими все тоже просто: где ничего не положено — там нечего и взять.

Приложение

Код расчета скоростей пикноядерных реакций и построения диаграмм постоянного времени горения ядер

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import os
5 import math
6
7 def get_cmap(n, name='cividis'): #plasma is the best
8     return plt.cm.get_cmap(name, n)
9
10 os.chdir(r'/Users/a111/Documents/Neutron Stars')
11 models=['BSK24_2ord.dat', 'BSK25_2ord.dat', '
12 BSK26.dat', 'SLY4.dat']
13 mod=models[0]
14 data=pd.read_table(mod, delimiter=' ')
15
16 n_b = data['nb'] # baryon concentration, [fm-3]
17 u = data['u'] # volume factor V/V_c
18 Z = data['Z'] # equilibrium Z
19 A = data['A'] # equilibrium masses of nuclei in cluster
20 A_c = data['A_c'] # equilibrium masses of nuclei in cell
21
22 # constants
23 h_bar = 1.054571817e-27 #Planck constant, SGS
24 m_unit = 1.66053906660e-24 #atomic mass unit, [g]
25 eL = 4.803204712413464e-10 #electron charge,
26 #SGS, calculated from alpha_f, hP and CL
27 erg = 624150.6363094 # [erg in MeV]
28
```

```

29 # consts for Rij
30 C_pyc, C_exp, C_pl = 3.90, 2.638, 1.25
31 D_pyc = C_pyc * 8 * 11.515
32
33 #calc reduced mass of all nucleons in a cell
34 def mass_reduc(A_sh):
35     m0 = m_unit*A_sh**2.0/(2*A_sh) #reduced mass [g]
36     mu = A_sh**2.0/(2*A_sh) #reduced mass [a.e.m.]
37     return m0, mu
38
39 # func for calculating reaction rates
40 def Rij(Z_s, A_s, n_e, u):
41
42     m0, mu = mass_reduc(A_s)
43
44     rB = h_bar**2.0/2/m0/Z_s/Z_s/eL/eL # Bohr radius, [cm]
45     n_N = n_e / Z_s # [cm^-3]
46     la = rB * (n_N/2)**(1/3.0) #lambda parameter, [1]
47
48     a_e = (3/4/np.pi/n_e)**(1/3.0) # [cm^-3]
49     coef1 = -1.6064 # 1 - min v_s^{stat}(0)
50     coef2 = -0.9 #2 - relax model, max v_s^{stat}(0)
51     #(1969, Salpeter-Van Horn)
52     H0 = coef2*eL**2.0*(2*Z_s**(5/3.0) - (Z_s+Z_s)**(5/3.0))/a_e
53     # [erg]
54     Epk = H0*erg # [MeV]
55     n_ef = n_e/10**(13*3) # [fm^-3]
56     n_Nf = n_ef / Z_s # [fm^-3]
57     r0 = (u*3/4/np.pi/n_Nf)**(1/3.0) # [fm]
58     R0 = 2*r0
59
60     logr = np.log10(4*D_pyc * (0.5*n_N**2.0) * 8 *
61     (Z_s/((2*Z_s**1/3.0)**3.0)) * (np.pi*(h_bar)**2.0/2/m0) *
62     rB / h_bar / la**C_pl) + 1.05*(mu*R0*Z_s*Z_s)**(1/2.0)*
63     np.log10(math.e) - ((mu*R0**3.0/Z_s/Z_s)**
64     (1/2.0)*Epk/8)*np.log10(math.e) - (C_exp/(la**
65     (1/2.0)))*np.log10(math.e)
66     return logr
67
68 # input parameters

```



```

69 n_e = Z*(n_b*10**(13*3))/A # [cm^-3]
70 Z_s = np.linspace(15, 31, 34*2) # Non-equilibrium Z
71
72 Arr, arr=[], []
73 for i in range(len(Z_s)):
74     for j in range(len(n_e)):
75         A_s = Z_s * A[j] / Z[j]
76         rij = Rij(Z_s[i], A_s[i], n_e[j], u[j])
77         t = np.log10(n_e[j] / Z_s[i]) - (rij) - np.log10(86400*365.2422)
78         arr.append(t)
79     Arr.append(arr)
80     arr=[]
81
82
83
84
85 fig, ax = plt.subplots()
86 map='PuBu'
87 csfont = {'fontname':'Serif'}
88
89 rho=np.zeros(len(n_b))
90 for r in range(len(n_b)):
91     rho[r] = np.log10(n_b[r]*10**(13*3)*m_unit)
92
93 plt.pcolor(rho, Z_s, Arr, cmap=map, vmin = np.min(Arr), vmax = np.max(Arr),
94     label='$M_{\rm eff} = A \cdot m_0$')
95 im = plt.pcolor(rho, Z_s, Arr, cmap=map, vmin = np.min(Arr), vmax = np.max(
96     Arr))
97 cbar = plt.colorbar(orientation="vertical", )
98 cbar.ax.set_xlabel(xlabel='$lg \tau$ [yr]', **csfont, size=13)
99 cbar.ax.tick_params(labelsize=11)
100 im.figure.axes[1].tick_params(axis="x", labels=15)
101 ax.set_xticklabels(ax.get_xticks().astype(int))
102
103 plt.title(mod[0:4], **csfont, size=15)
104 plt.yticks(np.arange(14, 31, 2), np.arange(14, 31, 2), **csfont, size=13)
105 plt.clim(-10*np.log10(10), 20*np.log10(10))
106 plt.xlabel('log$_{10}$ $\rho$ [g cm$^{-3}$]', **csfont, size=15)
107 plt.ylabel('Z', rotation=0, **csfont, size=17)

```

```

107 values=np.arange(13.2, 14.1, 0.1)
108 plt.xticks(values, ['%.1f' % val for val in values], **csfont, size=13)
109 plt.xlim([np.log10(0.02*10**(13*3)*m_unit), np.log10(0.08*10**(13*3)*m_unit)
110 ])
111 ax.tick_params(axis = 'both', direction="in", right='on', top='on', which =
112     'major', length=6, width=1)
113
114 ax.tick_params(axis = 'both', direction="in", right='on', top='on', which =
115     'minor', length=3)
116
117
118 import matplotlib.ticker as tck
119 ax.yaxis.set_minor_locator(tck.AutoMinorLocator())
120 ax.xaxis.set_minor_locator(tck.AutoMinorLocator())
121
122 print(np.log10(0.02*10**(13*3)*m_unit))
123
124 rho0=np.log10(0.07*10**(13*3)*m_unit)
125 ax.axvline(rho0, linestyle='--', color='k')
126 ax.legend(fontsize=13, loc='upper left')
127
128 import matplotlib.colors
129 levels = np.array([-7, -3, 0, 3, 7, 10])*np.log10(10)
130 manual_locations = [(14, 18.1), (13.92, 18), (13.85, 18), (13.78, 18),
131     (13.68, 18), (13.57, 18)]
132 cnt = ax.contour(rho, Z_s, Arr, levels=np.round(levels), cmap='inferno',
133     vmin = np.min(Arr)*4, vmax = np.max(Arr)/7.9)
134 ax.clabel(cnt, inline=True, fontsize=13, manual=manual_locations)
135 norm= matplotlib.colors.Normalize(vmin=cnt.cvalues.min(), vmax=cnt.cvalues.
136     min()+0.3)
137 sm = plt.cm.ScalarMappable(norm=norm, cmap = cnt.cmap)
138 sm.set_array([])

```

Литература

- [1] Шкловский И.С., Звезды: их рождение, жизнь и смерть / Шкловский И.С. // 3-е изд., перераб.— М.: Наука, Главная редакция физико математической литературы, -1984.
- [2] Heger A., How Massive Single Stars End Their Life / The Astrophysical Journal // Heger, A. and Fryer, C. L. and Woosley, S. E. and Langer, N. and Hartmann, D. H. - 2003. -V. 591 -P. 288-300.
- [3] Haensel, P., Neutron Stars 1: Equation of State and Structure / Haensel, P. and Potekhin, A. Y. and Yakovlev, D. G. // Astrophys. Space Sci. Libr., Springer, -2007. -V. 326 -P.1-619.
- [4] Chamel, N., Physics of Neutron Star Crusts / Chamel, N., Haensel, P. // Living Rev. Relativ. -2008. -V. 11.
- [5] Inogamov, N.A., Spread of matter over a neutron-star surface during disk accretion: Deceleration of rapid rotation / Inogamov, N.A., Sunyaev, R.A. // Astron. Lett. -2010. -V. 36 -P. 848–894.
- [6] C. O. Heinke, Further Constraints on Thermal Quiescent X-ray Emission from SAX J1808.4-3658 / C. O. Heinke, P. G. Jonker, R. Wijnands, C. J. De-loye, and R. E. Taam //, Astrophys. J. -2009. -V. 691 -P. 1035.

- [7] Wijnands, R., Cooling of Accretion-Heated Neutron Stars / Wijnands, R., Degenaar, N. and Page, D. // Journal of Astrophysics and Astronomy -2017. -V. 38 -A. 49.
- [8] Y. Zhao, Soft excess in the quiescent Be/X-ray pulsar RX J0812.4–3114 / Y. Zhao, C. O. Heinke, S. S. Tsygankov, W. C. G. Ho, A. Y. Potekhin, and A. W. Shaw // Mon. Not. R. Astron. Soc. -2019. -V. 488 -P. 4427-4439.
- [9] A. Y. Potekhin, Thermal evolution and quiescent emission of transiently accreting neutron stars / A. Y. Potekhin, A. I. Chugunov, and G. Chabrier // Astronomy and Astrophysics -2019. -V. 629 -A. 88.
- [10] Meisel Z., Nuclear physics of the outer layers of accreting neutron stars / Z. Meisel, A. Deibel, L. Keek, P. Shternin, and J. Elfritz // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. -2018. -V. 45 -N. 9.
- [11] Gusakov M. E., Thermodynamically Consistent Equation of State for an Accreted Neutron Star Crust / Gusakov M. E., Chugunov A. I. // Phys. Rev. Lett. -2020. -V. 124 -P. 191101.
- [12] Gusakov M. E., Heat release in accreting neutron stars / Gusakov M. E., Chugunov A. I. // Phys. Rev. D, -2021. -V. 103 -P. L101301.
- [13] Shchechilin N., Accreting neutron stars: heating of the upper layers of the inner crust / Shchechilin N. N., Gusakov M. E., Chugunov A. I. // Mon. Not. R. Astron. Soc. -2022. -V. 515 -P. L6–L10.
- [14] Potekhin A. Y., Thermal evolution of neutron stars in soft X-ray transients with thermodynamically consistent models of the accreted crust / A. Y. Potekhin, M. E. Gusakov, A. I. Chugunov // Mon. Not. R. Astron. Soc. -2023. -V. 522 -P. 4830–4840.

- [15] Потехин А. Ю. , Физика нейтронных звезд / А. Ю. Потехин // УФН -2010. Т. 180 С. 1279–1304.
- [16] Pethick C.J., Liquid crystals in the mantles of neutron stars / C.J. Pethick, A.Y. Potekhin // Phys. Lett. B -1998. -V. 427 -P. 7-12.
- [17] Ofengeim D., A three-parameter characterization of neutron stars' mass-radius relation and equation of state / Dmitry D. Ofengeim, Peter S. Shternin, Tsvi Piran // arXiv:2404.17647
- [18] Шапиро С. Л., Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды / Шапиро С. Л., Тьюколски С. А. // Пер. с англ. под ред. Я. А. Смородинского. — М.: Мир, 1985. — Т. 1—2. — С. 86—95. — 656 с.
- [19] Gamow, G. The Quantum Theory of Nuclear Disintegration / Gamow, G. // Nature -1928. -V. 122 -P. 805–806.
- [20] И.В. Копытин, Фролов Квантовая теория, курс лекций часть 2 / А.С. Корнев, Н.Л. Манаков, М.В. // Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета -2011.
- [21] Yildiz, E., Aydin, A., Sarpun, I.H., Calculations of Cross-Sections and Astrophysical S-factors for the (n) Reactions of Some Structural Fusion Materials / Yildiz, E., Aydin, A., Sarpun, I.H. // J. Fusion Energ. -2017. -V. 36 -P. 149–151.
- [22] Clayton D., Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis / Clayton D. // University of Chicago Press ISBN -1968. -V. 226 - P. 10953.
- [23] Edwin C. Kemble, A Contribution to the Theory of the B. W. K. Method / Edwin C. Kemble // Phys. Rev. -1935. -V. 48 -P. 549.
- [24] Hill D., Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena / D. L. Hill and J. A. Wheeler // Phys. Rev. -1953. -V. 89 -P. 1102.

- [25] Yakovlev D. G., Fusion reactions in multicomponent dense matter / D. G. Yakovlev, L. R. Gasques, A. V. Afanasjev, M. Beard, and M. Wiescher // Phys. Rev. C -2006. -V. 74 -P. 035803.
- [26] Van Horn H.M., Nuclear reaction rates at high densities / Van Horn H.M., Salpeter E.E. // Astrophys. J. — 1969. — M. 156. — P. 953.
- [27] Ogata S., Nuclear reaction rates in dense carbon-oxygen mixtures / S. Ogata, H. Iyetomi, and S. Ichimaru // Astrophys. J. -1991. -V. 372 -P. 259.
- [28] Chugunov A., Nuclear fusion reaction rates for strongly coupled ionic mixtures / A. I. Chugunov and H. E. DeWitt // Phys. Rev. C -2009. -V. 80 -P. 014611.
- [29] Goriely S., Further explorations of Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov mass formulas. XIII. The 2012 atomic mass evaluation and the symmetry coefficient / S. Goriely, N. Chamel, and J. M. Pearson // Phys. Rev. C -2013. -V. 88 -P. 024308.
- [30] Chabanat E., A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities. 2. Nuclei far from stabilities / Chabanat E., Bonche P., Haensel P., Meyer J., Schaeffer R. // NuPhA -1998. -V. 635 -P. 231
- [31] Bender M., Self-consistent mean-field models for nuclear structure / M. Bender, P. Heenen, and P. Reinhard // Rev. Mod. Phys. -2003. -V. 75 -P. 121.