

Numeri finiti

1. Utilizzare le funzioni Matlab **eps**, **realmax**, **realmin** per calcolare i parametri t, L, U del sistema floating point, supponendo $\beta = 2$. Completare la tabella.

MATLAB FLOATING POINT SYSTEM

F(2, t, L, U)

UFL =
 OFL =
 Precisione Macchina =
 t =
 L =
 U =

Suggerimenti:

Dato il sistema Floating Point $\mathcal{F}(\beta, t, L, U)$, sai che:

$$\epsilon_{mach} = \beta^{1-t}, UFL = \beta^L, \quad OFL = (\beta - \beta^{-t+1})\beta^U.$$

Puoi ottenere t dall'espressione di ϵ_{mach} ?

2. Calcola la precisione di macchina ϵ per la singola e doppia precisione usando la definizione:

$$fl(1 + \epsilon) > 1.$$

3. Errore di troncamento nell' approssimazione di π . La formula di Leibniz per π :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$$

si ottiene usando la formula di Taylor per la funzione $\arctan(x)$:

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + o(x^9),$$

ponendo $x = 1$ poiche $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$. Fissa $n \in \mathbb{N}$ e calcola l'approssimazione di π usando la formula di Leibnitz troncata all' n -esimo termine. Confronta il risultato con il valore esatto di π .

4. Considera la successione $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$. E' noto che:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = e,$$

dove e costante di Eulero . Scegli diversi valori di n , calcola a_n e confrontalo con il valore esatto della costante di Eulero. Cosa succede se scegli un valore grande di n ?

5. Scrivere lo script matlab script_DF per calcolare l'approssimazione della derivata prima della funzione f secondo la formula:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \quad h > 0$$

- Calcolare l'errore relativo per $h = 10^{-k}$, $k = 0, 1, \dots, 16$.
- Fare in grafico (**loglog**) dell'errore relativo nel seguenti caso:

$$f(x) = e^x, x = 1$$

- Calcolare il valore h_{min} corrispondente al minimo errore e confrontarlo con la precisione di macchina.

Scrivere una breve relazione sui risultati ottenuti motivandoli.