

Risoluzione numerica di sistemi lineari

- Scrivere funzioni Matlab per:
 1. Risolvere un sistema con matrice triangolare inferiore (forward substitution algorithm)
 2. Risolvere un sistema con matrice triangolare superiore (backward substitution algorithm)
 3. implementare l'algoritmo di eliminazione di Gauss senza scambio delle righe (o fattorizzazione LR)
- Scrivere uno script che:
 1. crea un problema test di dimensione variabile n la cui soluzione esatta sia il vettore x di tutti elementi unitari e b il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice A per la soluzione x .
 2. calcola il numero di condizione (o una stima di esso) con le funzioni Matlab `cond` o `condest` o `rcond`.
 3. risolve il sistema lineare $Ax = b$ con:
 - Fattorizzazione LR senza pivoting
 - utilizzare la funzione `lu` di Matlab che esegue la fattorizzazione LR con pivoting (scambio delle righe e perno massimo)
 - metodo di Cholesky con la funzioni Matlab `chol` (solo quando la matrice \tilde{A} simmetrica e definita positiva).
 4. per ogni metodo calcola il tempo elapsed di esecuzione con le funzioni `tic` e `toc` di Matlab
 5. Disegna il grafico del tempo in funzione della dimensione n del sistema
 6. Disegna il grafico del numero di condizione in funzione della dimensione del sistema
 7. Disegna il grafico dell'errore in norma 2 in funzione della dimensione del sistema
- **Problemi test**
 1. Una matrice di numeri casuali A generata con la funzione `randn` di Matlab, (n variabile fra 10 e 1000)
 2. (**simmetrica e definita positiva**) la matrice di Hilbert ottenuta con la funzione `hilb` di Matlab (n variabile fra 2 e 15)
 3. la matrice tridiagonale simmetrica e definita positiva avente sulla diagonale elementi uguali a 2.001 e quelli sopra e sottodiagonali uguali a uno. Memorizzare la matrice sia in forma piena che sparsa utilizzando la funzione Matlab `spdiags`. v Variare iterato iniziale e tolleranza del criterio di arresto. (n variabile fra 50 e 5000)
- Discutere in una relazione, utilizzando i grafici realizzati ed eventuali tabelle, alcuni dei risultati ottenuti, mettendoli in relazione con le conoscenze teoriche dei metodi.

Traccia per la relazione

1. Utilizzando i grafici richiesti: spiegare l'andamento dell'errore rispetto al numero di condizione della matrice, l'andamento del tempo di esecuzione rispetto alla dimensione del sistema in relazione alla complessità computazionale degli algoritmi utilizzati.
2. Discutere la differenza di errore e tempo di esecuzione ottenuti con i metodi diretti e iterativi.
3. Riguardo alla terza matrice test, discutere vantaggi ed eventuali svantaggi dell'implementazione con matrice sparsa nel caso di metodi diretti e iterativi.