Relazione 4

Il primo esercizio riguarda il **calcolo dello zero di una funzione**, nel caso non si possa calcolare con i mertodi già visti, o sia computazionalmente difficile. A questo scopo sono stati realizzati di **bisezione** e di **Newton**. Entrambi i metodi calcolano con sufficiente precisione il valore corretto dello zero della funzione *e^x - x^2*, cioè -0.7034674, come evidenzia il grafico seguente:

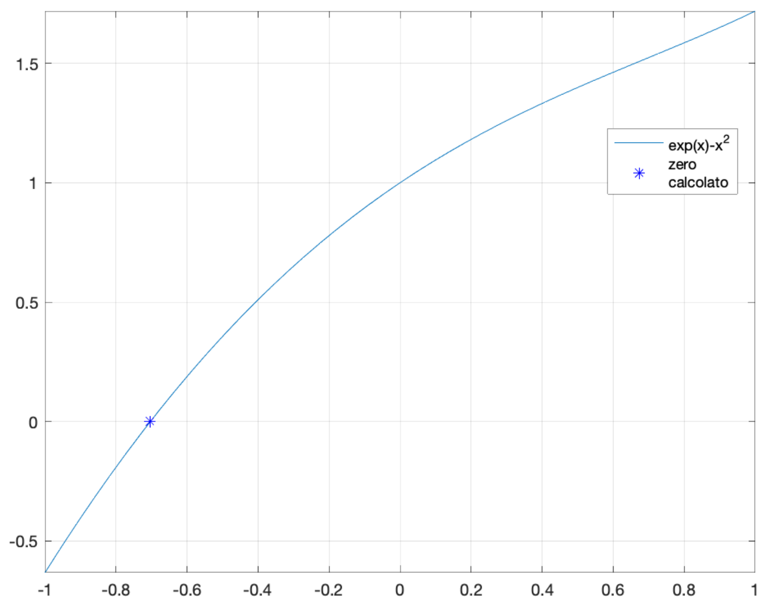

Figure 1: Zero calcolato

I due grafici seguenti mostrano come l'errore decresca più velocemente utilizzando il *metodo di Newton*, che impiega meno iterazioni rispetto al *metodo di bisezione* per raggiungere il livello di precisione desiderato.

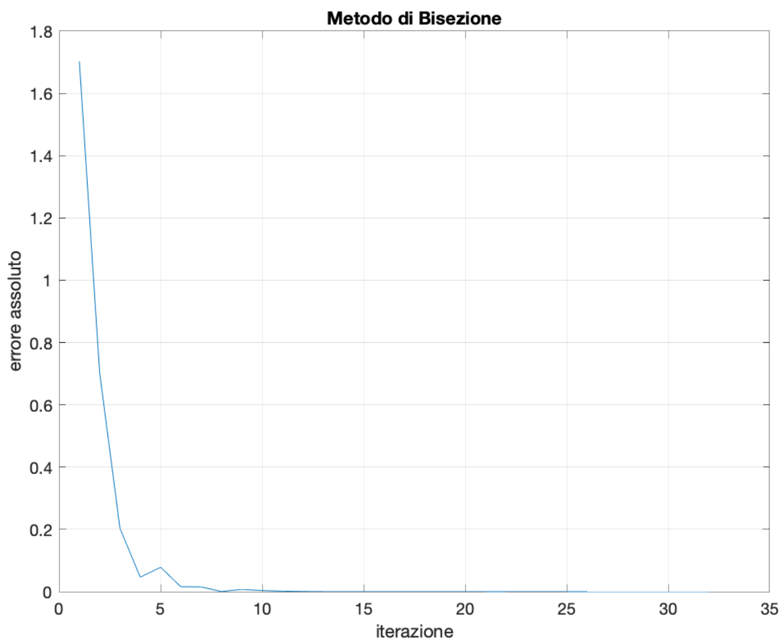

Figure 2: Errore relativo del metodo di bisezione

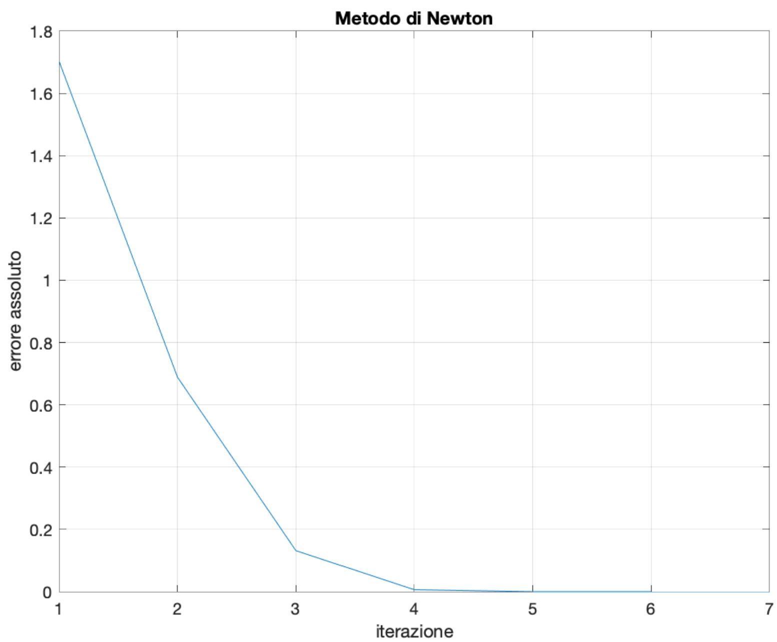

Figure 3: Errore relativo del metodo di Newton

Il secondo esercizio chiedeva di applicare il **metodo del gradiente** per l'ottimizzazione, con scelta del passo tramite algoritmo di backtracking.

Il metodo del gradiente è chiamato così per il modo con cui viene scelta la direzione p, che è il **gradiente** della funzione in esame, ed il calcolo di questa è il fattore che incide maggiormente nella complessità dell'algoritmo. Anche se questo metodo arriva alla soluzione con un numero piuttosto elevato di iterazioni, è comunque **il più utilizzato** dal momento che la complessità della singola iterazione non è elevata, e l'algoritmo risulta quindi sufficientemente efficiente dal punto di vista computazionale.

La funzione considerata è la *funzione di Rosenbrock*, e la seguente immagine ne illustra la superficie:

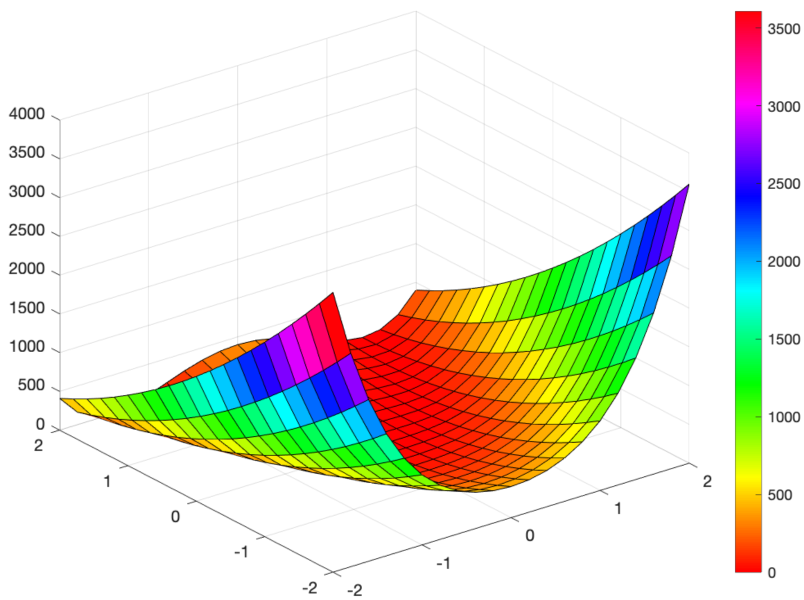

Figure 1: Superficie della funzione di Rosenbrock nell'intervallo (-2, 2)

L'errore relativo che si ottiene per ogni iterazione è descritto dal grafico in Figura 2. Come ci si aspetta dalla teoria, l'errore relativo diminuisce quasi linearmente in relazione al numero di iterazione

I due grafici seguenti invece indicano il numero di iterazioni necessarie per arrivare alla soluzione al variare delle coordinate dell'iterato inizale e della tolleranza.

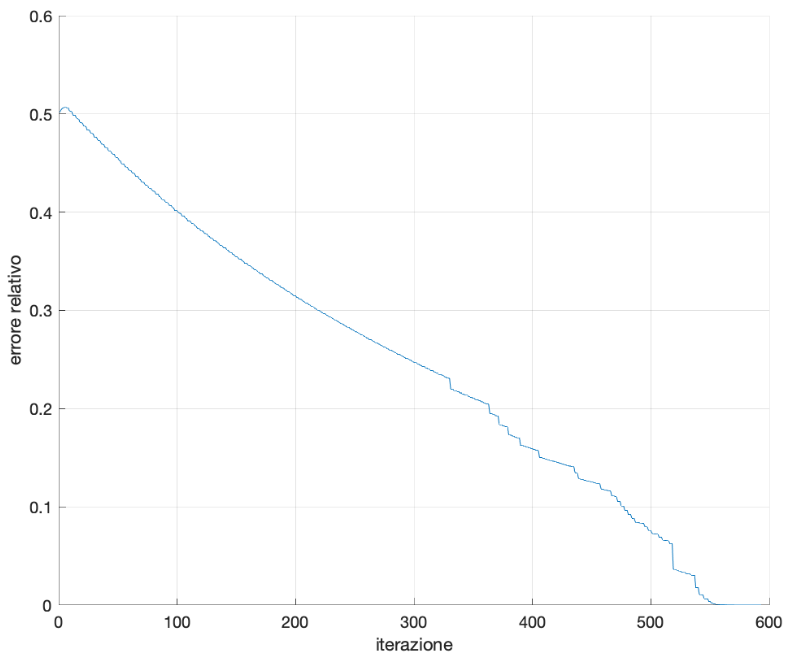

Figure 2: Errore relativo per iterazione

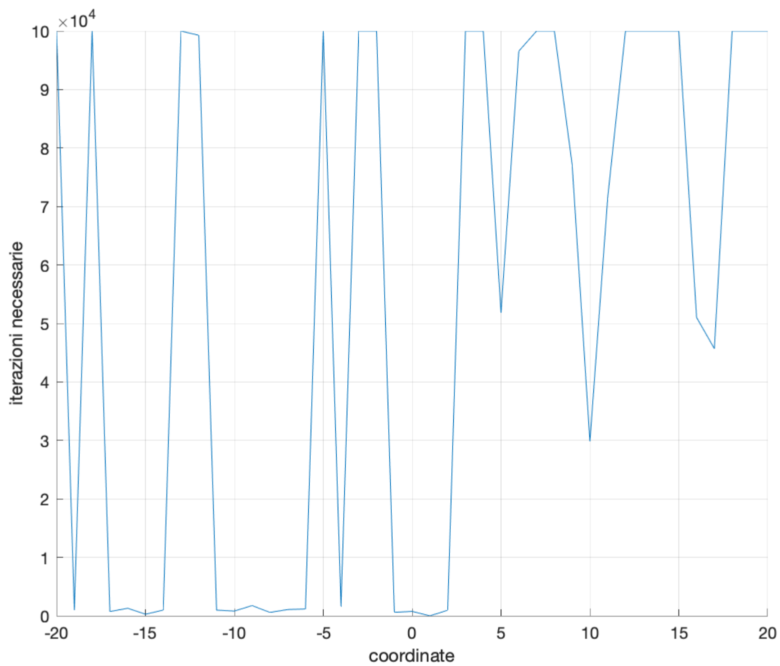

Figure 3: Numero di iterazioni necessarie al variare dell'iterato iniziale

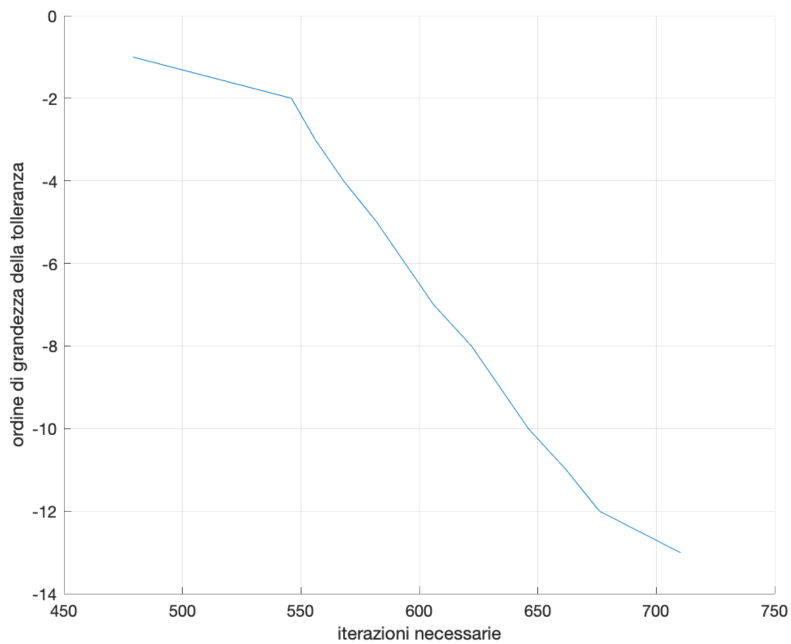

Figure 4: Numero di iterazioni necessarie al variare della tolleranza

L'ultimo esercizio riguarda il calcolo del **polinomio di interpolazione** nella forma di *Lagrange* in un punto. La funzione da interpolare è la funzione di Runge, che espone un problema di questo tipo di interpolazione: verso gli estremi dell'intervallo in cui la funzione è considerata, se sono presenti molti punti, il polinomio interpolante presenta degli errori molto grandi rispetto al valore effettivo della funzione. L'immagine che segue contiene, oltre al grafico della funzione di Runge, anche quelli del polinomio interpolante in diversi punti equispaziati all'interno dell'intervallo [-5, 5]:

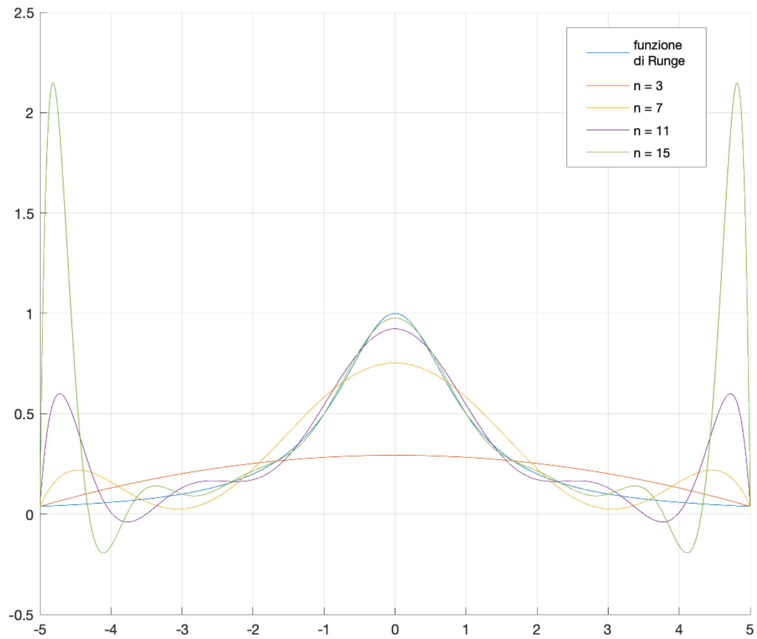

Figure 1: Interpolazione della funzione di Runge in punti equidistanti

Una seconda versione del grafico precedente illustra invece la stessa interpolazione eseguita su punti che corrispondono ai *nodi di Chebishev*. Questa versione sembra essere più precisa agli estremi dell'intervallo, ma meno precisa al centro.

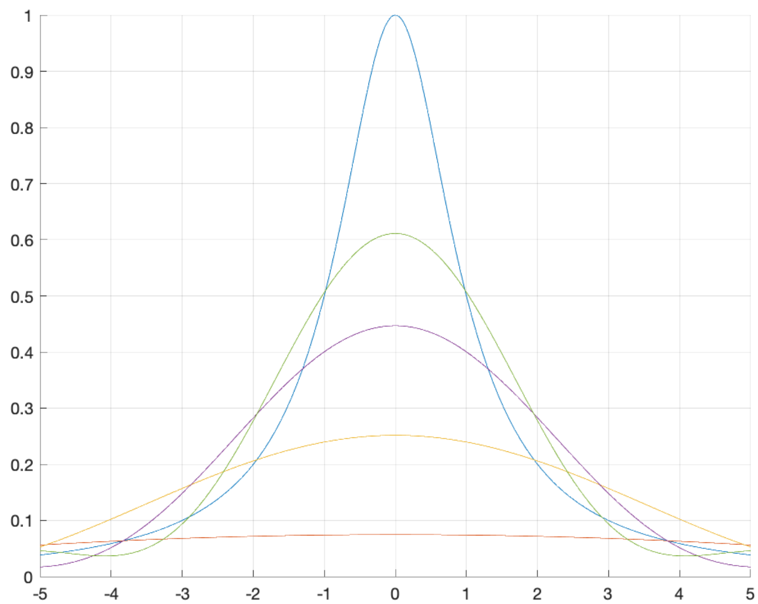

Figure 2: Interpolazione della funzione di Runge nei nodi di Chebishev