$$b) \quad \lim_{x\to+0}\Big(\operatorname{ctg}2x\Big)^{\frac{1}{\ln x}}$$

Лекция 19. Формула и ряд Тейлор

Многочлен Тейлора. Формула Тейлора. Ряд тейлора. Формулы и ряды Тейлора для некоторых элементарных функций и использование их для вычисления пределов и в приближённых вычислениях.

Формула и ряд Тейлора[9] относятся к числу важнейших понятий математического анализа. Они широко используются в математике. В частности, в этом семестре мы будем использовать их при исследовании функций, приближённом вычислении значений функций, численном решении уравнений и оценке возникающих при этом ошибок.

19.1. Многочлен Тейлора

Пусть функция $y = f(x)$ n раз дифференцируема в некотором интервале, содержащем точку x_0. Построим многочлен степени $m < n$

$$P_m(x) = C_0 + C_1(x-x_0) - C_2(x-x_0)^2 + \dots + C_m(x-x_0)^m = \sum_{k=0}^{m} C_k(x-x_0)^k, \tag{19.1}$$

коэфиценты которого определим из условия совпадения значений этого многочлена и его m производных с соответствующими значениями функций $y = f(x)$ и её производных в точке x_0.

$$\begin{cases} P_m(x_0) = C_0 = f(x_0), \\ P'_m(x_0) = C_1 = f'(x_0), \\ P''_m(x_0) = 2\cdot 1\cdot C_2 = f''(x_0), \\ P'''_m(x_0) = 3\cdot 2\cdot 1\cdot C_3 = f'''(x_0), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P^{(k)}_m(x_0) = k\cdot(k-1)\dots 2\cdot 1\cdot C_k = f^{(k)}(x_0), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P^{(m)}_m(x_0) = m\cdot(m-1)\dots 2\cdot 1\cdot C_m = f^{(m)}(x_0). \end{cases} \tag{19.2}$$

[9] Б.Тейлор(1685-1731) - английский математик.