Métodos de Computación Científica

Departamento de Cs. e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur
Segundo Cuatrimestre de 2016

Trabajo Práctico Nº 5

Sistemas Lineales - Aplicaciones

Ejercicio. i. Distribución de temperaturas en una superficie
Supongamos que tenemos una superficie trapezoidal cuyas caras están aisladas de fuentes de calor. Supongamos que las temperaturas de estas caras son constantes con valores de 0°, 0°, 1° y 2° como se muestra en la Figura 1. Nuestro objetivo es determinar la distribución de temperaturas dentro de esta superficie en el equilibrio

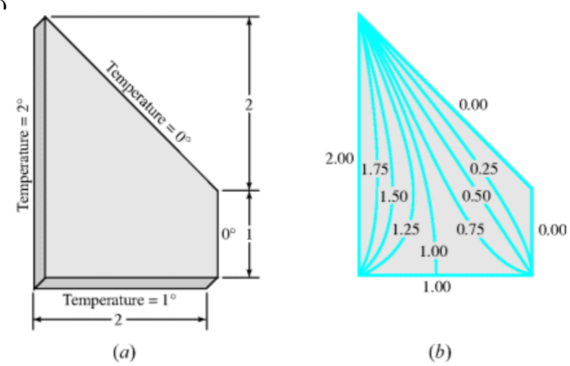

Figura 1: Esquema de distribución de las temperaturas en una superficie.

Resolución: existen diferentes formas de obtener un modelo matemático para nuestro problema. El enfoque que podemos usar se basa en la siguiente propiedad:

- *Propiedad del valor medio:* Sea una superficie en equilibrio térmico y P un punto dentro de la superficie. Entonces si C es un círculo con centro en P que está contenido en la superficie, la temperatura en P es el valor medio de la temperatura en el círculo.

Desafortunadamente, determinar la distribución de temperatura en el equilibrio usando la propiedad anterior no es sencillo. Sin embargo, si nos limitamos a encontrar la temperatura en un conjunto finito de puntos, el problema puede reducirse a resolver un sistema de ecuaciones. Para esto debe plantearse el problema discretizando la superficie con una grilla de puntos. Así, la temperatura en cada punto interior de la grilla es el promedio de los cuatro puntos vecinos de la red.

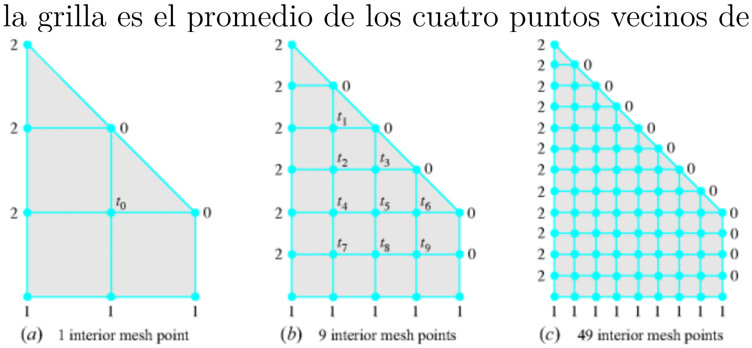

Figura 2: Esquema discretizado.

Plantee el problema de este modo y resuelva usando la grilla de puntos definida en la Figura 2.

Ejercicio. ii. Redes Eléctricas

Utilice las siguientes leyes para encontrar los valores de las corrientes I_1, I_2, I_3 del circuito mostrado en la Figura 2:

a) ***Ley 1***: En todo punto de unión (en este caso A y B) la suma de las corrientes entrantes (I_i) es igual a la suma de las corrientes salientes.

b) ***Ley 2***: En todo lazo cerrado (en este caso Loop 1, Loop 2 y Outer Loop) la suma de las caídas de tensión es igual a la tensión suministrada.

c) Considere que para cada resistencia (R_i) que es atravesada por una corriente (I_j), la caída de tensión V_i está dada por la *Ley de Ohm*: $V_i = I * R_i$.

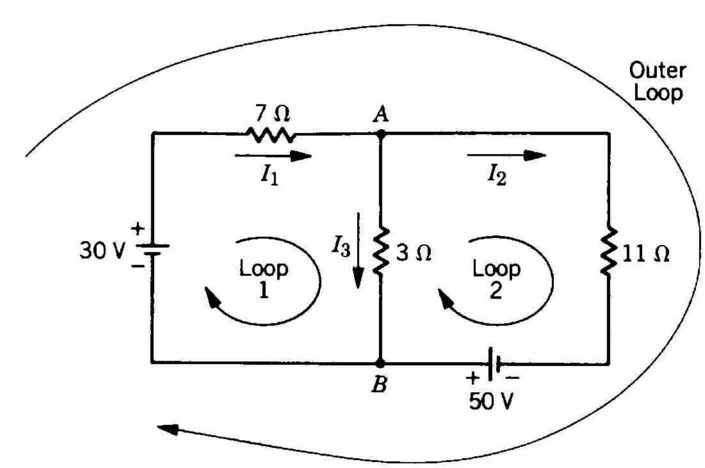

Figura 3: Esquema del circuito a resolver.

Ejercicio. iii. Modelo económico de Leontief

Tres dueños de casas – un carpintero, un electricista y un plomero – concuerdan en hacer reparaciones en las mismas. Para esto deciden trabajar durante 10 días según el siguiente esquema:

Dias trabajando en la casa del ...	Trabajo realizado por el ...		
	Carpintero	**Electricista**	**Plomero**
...carpintero	2	1	6
...electricista	4	5	1
...plomero	4	4	3

Cada uno va a pagar al otro por el trabajo realizado. Si bien en sus profesiones obtienen alrededor de 100$ diarios, concuerdan en ajustar este importe de manera que cada uno pague el mismo monto que recibe de todo el resto. Determine cuál es el jornal diario que le corresponde a cada uno de ellos.

Ejercicio. iv. Problema de tráfico

Consideremos la siguiente red de calles de una dirección:

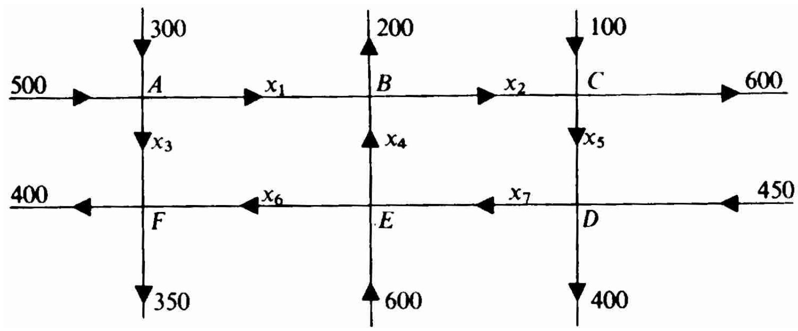

Figura 4: Esquema del circuito a resolver.

Los números indican la cantidad de coches/hora que pasan por ese punto. Las variables $x_1, x_2, \dots x_7$, representan el número de coches/hora que pasan de la intersección A a la B, de la B a la C, etc. Suponiendo que en las calles está prohibido estacionar, ¿qué valores tomarán las variables $x_1, \dots, x_7$, en los siguientes casos?

a) Hay obras en la calle de D a E y por tanto queremos que en ese tramo el tráfico sea mínimo.

b) Análogamente, hay obras en la calle de D a F.