

Primer Parcial de Métodos de Computación Científica 2012

1.

Supongamos que la matriz aumentada $[A|B]$ para el sistema $Ax=b$ con $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $A \in \mathbb{R}^3$.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & k & 6 & 6 \\ -1 & 3 & k-3 & 0 \end{array} \right]$$

Define para que valores de k el sistema:

1. es incompatible.
2. tiene infinitas soluciones. Indique la forma general de las soluciones.
3. tiene solución única.

2.

Considere una computadora con aritmética de punto flotante

1. ¿Es cierto que la suma de números mantiene la propiedad asociativa? Justifique su respuesta.
2. Considere la expresión $1/(\sqrt{x^2+1}-1)$ ¿Para qué valores de x esta expresión puede tener dificultades para ser calculada? ¿Por qué aparece este fenómeno? Justifique. Reescriba la expresión para evitar ese problema.

3.

Escriba un algoritmo para resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante el método Gauss-Seidel. Utilice una sintaxis de Matlab (o similar).

4.

Considere la matriz: $U_n(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha & \dots & \alpha \\ 0 & 1 & \alpha & \dots & \alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$, donde n indica la cantidad de filas de la matriz

U y $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcule $\|U_n(\alpha)\|_\infty$ (escriba previamente la definición de $\|U\|_\infty$, para una matriz A cualquiera).

Sea $f(x) = \max_i x_i$, donde $x \in \mathbb{R}$. ¿Puede decirse que f(x) define una norma?