Intelligence Artificielle 2

Cours 2 - Graphes et plus court chemin

Table des matières

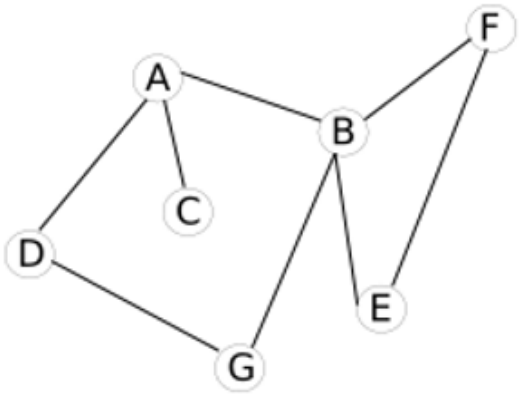
Définition

Définitions de mots et phrases courantes :

- Graphe : composé de nœud (sommet) et d'arêtes (arcs)
- Orientation :
  - Graphe orienté : graphe ayant une direction préétablie sur les arêtes
  - Graphe non-orienté : la direction est arbitraire (non définie)
- Chaîne : chemin ou suite d'arêtes
- Cycle : chaîne qui commence et se termine au même noeud, peut avoir 2 ou plusieurs noeuds

Matrice d'adjacence - Non orienté

Matrice d'adjacence d'un graphe non orienté :



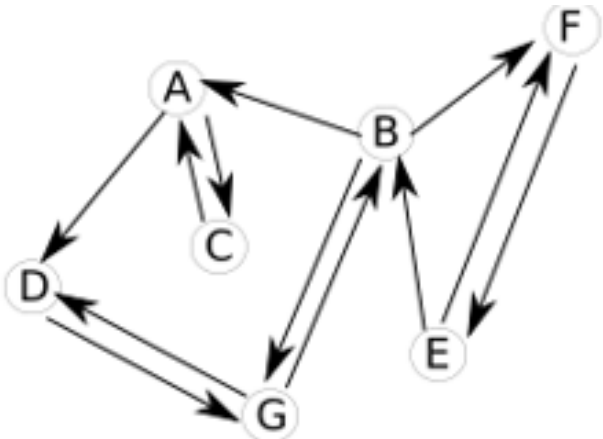
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	1	1	0	0	0
B	1	0	0	0	1	1	1
C	1	0	0	0	0	0	0
D	1	0	0	0	0	0	1
E	0	1	0	0	0	1	0
F	0	1	0	0	1	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0

Figure: `https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/`

Matrice d'adjacence - Orienté

Matrice d'adjacence d'un graphe orienté :



0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0

Figure: `https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/`

Matrice d'adjacence - Pondéré

Matrice d'adjacence d'un graphe Pondéré :

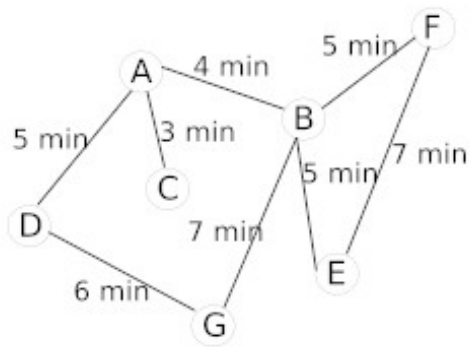


Figure:
`https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/`

0	4	3	5	0	0	0
4	0	0	0	5	5	7
3	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	6
0	5	0	0	0	7	0
0	5	0	0	7	0	0
0	7	0	6	0	0	0

Figure:
`https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/`

Code de matrice en Python

Listing: https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/

```
1  # https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/
2
3  m = [
4      [0, 1, 1, 1, 0, 0, 0],
5      [1, 0, 0, 0, 1, 1, 1],
6      [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
7      [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1],
8      [0, 1, 0, 0, 0, 1, 0],
9      [0, 1, 0, 0, 1, 0, 0],
10     [0, 1, 0, 1, 0, 0, 0],
11 ]
```

Liste des algorithmes en lien avec les graphes

Voici un liste d'algorithmes utilisables sur les graphes pour calculer l'ordre de traverse, la plus petite distance, etc.

- Algorithme du plus petit chemin (Dijsktra, algorithme glouton)
- Traverse de Graphes :
  - DFS, Depth First Search (Profondeur)
  - BFS, Breadth First Search (Largeur)
- A* (A star)

Pour en savoir plus :
`https://www.geeksforgeeks.org/graph-theory-tutorial/`

Démonstration avec module Scipy - Dijsktra

Une démonstration sera faite du fonctionnement de Dijsktra ainsi que son utilisation (facile et directe) avec le module SciPy.

Voici le graphe qu'on va utiliser :

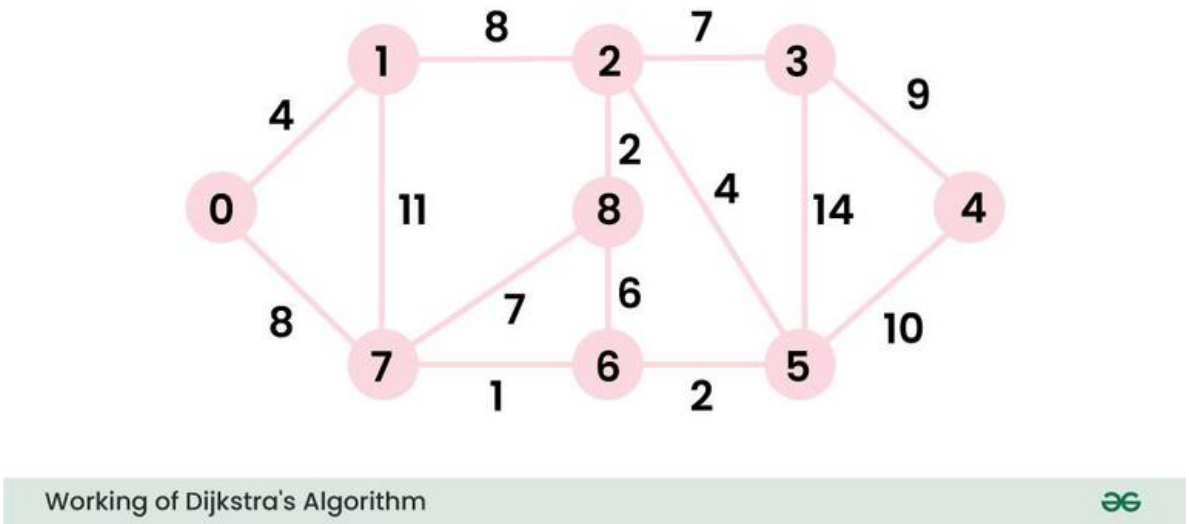


Figure: `https://www.geeksforgeeks.org/dijkstras-shortest-path-algorithm-greedy-algo-7/`

Démonstration Dijsktra - Théorie (explication algorithme)

Étapes globales :

1. Commencer du point de départ (i.e. noeud 0 dans notre exemple)
2. Calculer la distance de tous les voisins du noeud actuel
   - Annoter la distance sur le noeud, et calculer le total
   - Passer au prochain voisin du noeud actuel jusqu'à tant que tous les voisins du noeud respectif soient explorés
3. Passer au prochain noeud (i.e. noeud 1)
4. Répéter l'étape 2 pour le nouveau noeud actuel (i.e. noeud 1)
   - Si une réponse est inférieur pour un nouveau chemin en contrepartie d'un ancien chemin évalué, faire le remplacement avec la nouvelle distance plus optimale
5. Continuer avec les étapes 3 et 4 jusqu'à la fin du graphe.

Démonstration Dijsktra - Théorie (explication algorithme)

Exécution à la main :

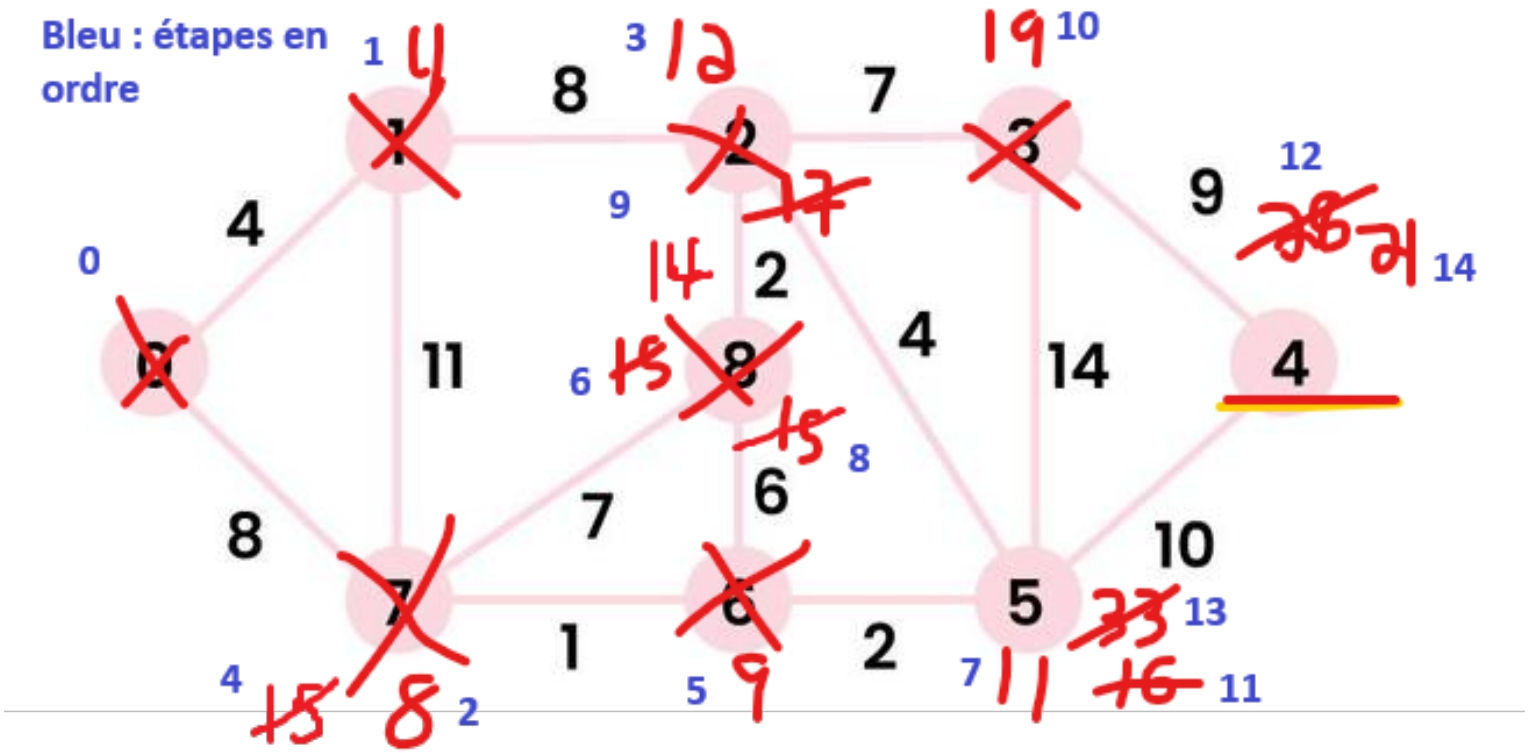


Figure: https://www.geeksforgeeks.org/dijkstras-shortest-path-algorithm-greedy-algo-7/

Démonstration Dijsktra - Théorie (explication algorithme)

Résultat final sans annotations :

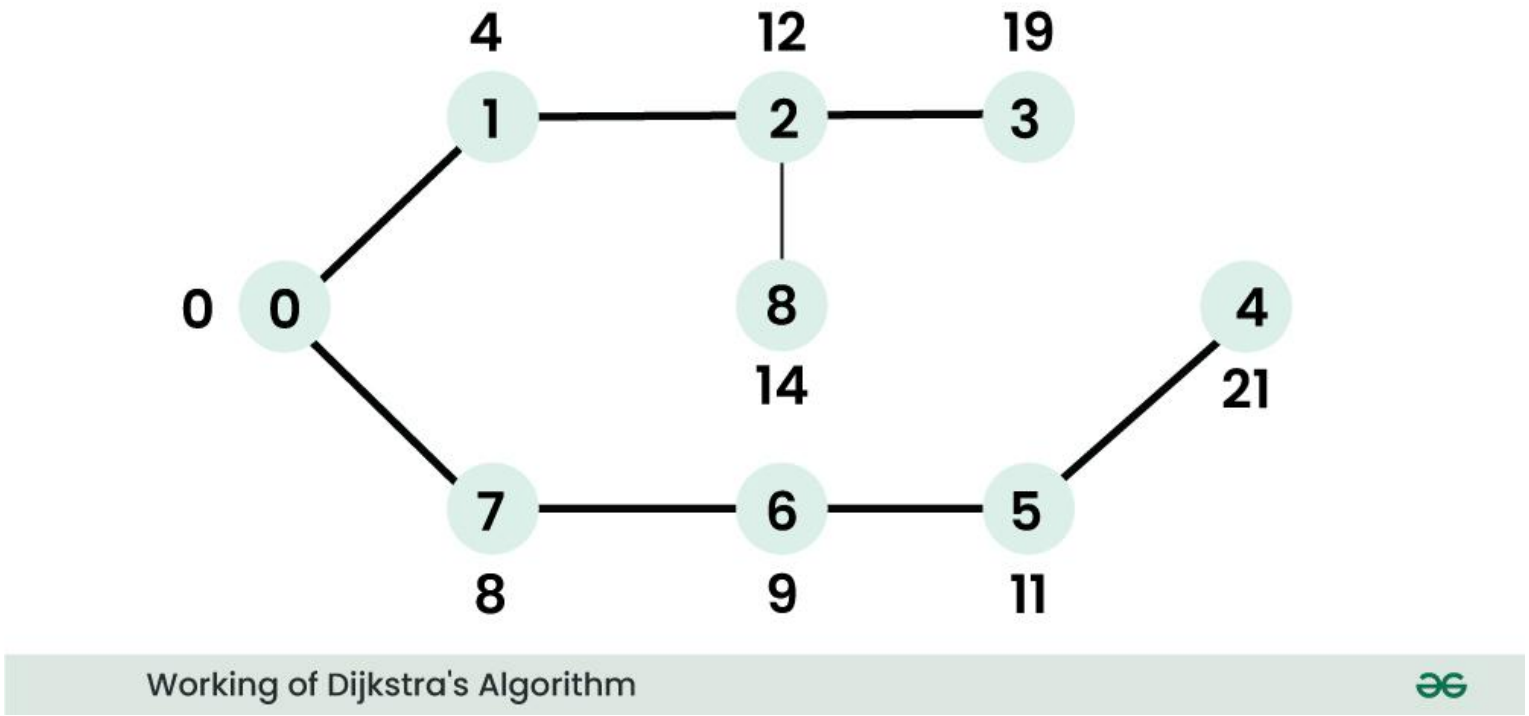
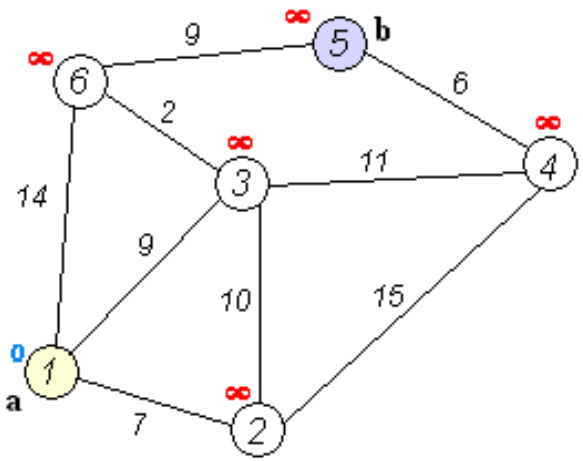


Figure: https://www.geeksforgeeks.org/dijkstras-shortest-path-algorithm-greedy-algo-7/

Démonstration Dijsktra - Théorie (explication algorithme)

Un exemple d'exécution de Dijkstra étape par étape :



Source :
https://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s_algorithm

Démonstration Dijsktra - Pratique (Python et module SciPy)

Listing: https://www.geeksforgeeks.org/scipy-csgraph-compressed-sparse-graph/

```
1  from scipy.sparse import csr_matrix
2  from scipy.sparse.csgraph import dijkstra, shortest_path
3
4  graph = csr_matrix([ # We must create the graph in a matrix structure.
5      [0,  4,  0,  0,  0,  0,  0,  8,  0],
6      [4,  0,  8,  0,  0,  0,  0,  11,  0],
7      [0,  8,  0,  7,  0,  4,  0,  0,  2],
8      [0,  0,  7,  0,  9,  14,  0,  0,  0],
9      [0,  0,  0,  9,  0,  10,  0,  0,  0],
10     [0,  0,  4,  14,  10,  0,  2,  0,  0],
11     [0,  0,  0,  0,  0,  2,  0,  1,  6],
12     [8,  11,  0,  0,  0,  0,  1,  0,  7],
13     [0,  0,  2,  0,  0,  0,  6,  7,  0]
14 ])
15 res = dijkstra(csgraph=graph, directed=False, indices=0)
16 res = shortest_path(csgraph=graph, method='D', directed=False, indices=0)
17 print(res) # [ 0.  4.  12.  19.  21.  11.  9.  8.  14.] Sorted by node's index
```

Bibliographie

- https://coin-or.github.io/pulp/main/index.html
- https://dav74.github.io/site_nsi_term/c9c/
- https://www.geeksforgeeks.org/graph-theory-tutorial/
- https://www.geeksforgeeks.org/scipy-csgraph-compressed-sparse-graph/