### 10 класс Теоретический тур

#### Задача №10-Т1. Зонд

Температура падает с высотой со скоростью k=8 К/км. На высоте  $h_1=4$  км, следовательно, температура равна  $T_1=268$  К, а давление (по графику)  $p_1\approx 62$  кПа. Плотность воздуха на этой высоте равна

$$\rho_{\rm B1} = \frac{p_1 M_{\rm B}}{RT_1}.$$

Масса гелия в шаре  $m_{\Gamma}$  в процессе подъёма не меняется, поэтому

$$m_{\scriptscriptstyle \Gamma} = \frac{p_0 M_{\scriptscriptstyle \Gamma} V}{R T_0}.$$

Запишем условие равновесия зонда на заданной высоте:

$$\rho_{\rm B1}gV = (m_{\rm \Gamma} + m_0 + m_{\rm J})g$$

Откуда

$$m_{\rm g} = \rho_{\rm b1} V - m_{\rm f} - m_0 = \frac{p_1 M_{\rm b} V}{R T_1} - \frac{p_0 M_{\rm f} V}{R T_0} - m_0 = 4.9 \ {\rm kg}. \label{eq:mg}$$

Без датчиков шар будет подниматься, пока не станет справедливым новое условие равновесия

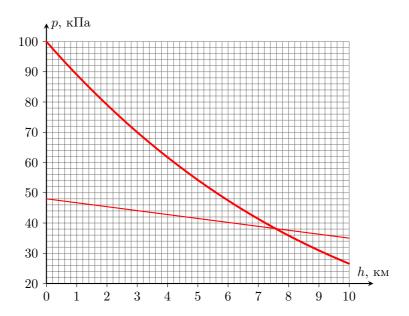
$$\rho_{\scriptscriptstyle \rm B} g V = (m_{\scriptscriptstyle \rm \Gamma} + m_0) g.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{p(h)M_{\rm B}}{RT(h)} = \frac{m_{\rm r} + m_0}{V} \qquad \Rightarrow \qquad p(h) = \frac{(m_{\rm r} + m_0)R}{M_{\rm B}V} \cdot (T_0 - kh) \approx 48 \; {\rm k\Pi a} - 1.3 \; \frac{{\rm k\Pi a}}{{\rm km}} \cdot h. \label{eq:power_power}$$

Для нахождения высоты построим поверх графика зависимости p(h) прямую, соответствующую полученному уравнению, и найдем, что максимальная высота равна примерно 7.6 км.

Примечание: на графике (толстая линия) изображена функция  $p(h)=p_0(1-kh/T_0)^{\frac{M_{ng}}{kR}}$ , задающая распределение давления по высоте при зависимости температуры  $T(h)=T_0-kh$ .



Задача №10-Т2. Наклонная плоскость

Так как стержень жесткий и изначальная скорость сообщена вдоль наклонной плоскости, то тело будет двигаться по окружности радиуса L.

При движении на груз действуют четыре силы: потенциальная сила тяжести и непотенциальные силы трения и реакции опоры со стороны стержня и плоскости. Сила реакции со стороны стержня, как и сила реакции со стороны плоскости, в любой момент времени направлены перпендикулярно скорости, поэтому их работа равна нулю. Сила трения постоянна по модулю и в любой момент направлена против скорости, поэтому работа силы трения будет равна  $A_{\rm Tp}=-F_{\rm Tp}S$ , где S- длина пути, пройденного телом. Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось, перпендикулярную плоскости:  $N-mg\cos\alpha=0$ . Так как тело скользит, то на него действует сила трения скольжения, равная  $F_{\rm Tp}=\mu N=\mu mg\cos\alpha$ . Пусть скорость груза в верхней точке равна 0. Запишем связь между изменением механической энергии тела и работой силы трения:

$$(mg \cdot 2L\sin\alpha - 0) + \left(0 - \frac{mv_1^2}{2}\right) = -\mu mg\cos\alpha \cdot \pi L.$$

Скорость  $v_1$  будет равна

$$v_1 = \sqrt{gL(4\sin\alpha + 2\mu\pi\cos\alpha)} = \sqrt{(4+\pi)gL\sin\alpha} \approx \sqrt{7.14\,gL\sin\alpha}.$$

Рассмотрим в произвольный момент времени проекции сил, действующих на груз, на ось, сонаправленную скорости. Не нулевыми на эту ось будут только проекции силы тяжести и силы трения. Пока груз движется от нижней точки к самой верхней, обе проекции будут отрицательными, значит модуль скорости груза будет уменьшаться. В процессе дальнейшего движения проекция силы тяжести станет положительной и будет постепенно возрастать от нулевого значения, значит скорость тела первое время продолжит уменьшаться и достигнет минимума в точке, когда проекция силы тяжести скомпенсирует проекцию силы трения:

$$mq\sin\alpha\sin\beta - \mu mq\cos\alpha = 0$$

(здесь  $\beta$  — угол между стержнем и «вертикалью», то есть прямой, проходящей через верхнюю точку траектории груза и шарнир). Отсюда получим, что

$$\sin \beta = \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{\pi}{6}.$$

Так как работа силы трения и изменение потенциальной энергии при перемещении в фиксированное положение не зависят от величины начальной скорости, то минимальному значению скорости на старте соответствует нулевое значение минимальной скорости в процессе дальнейшего движения. Запишем опять связь между изменением механической энергии тела и работой силы трения:

$$(mg \cdot L\sin\alpha \cdot (1+\cos\beta) - 0) + \left(0 - \frac{mv_2^2}{2}\right) = -\mu mg\cos\alpha \cdot (\pi+\beta)L.$$

Тогда

$$v_2^2 = 2gL\sin\alpha \cdot (1+\cos\beta) + 2\mu g\cos\alpha(\pi+\beta)L = gL\sin\alpha\left(2+\sqrt{3}+\frac{7\pi}{6}\right)$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{(2 + \sqrt{3} + 7\pi/6)gL\sin\alpha} \approx \sqrt{7.40 gL\sin\alpha}$$

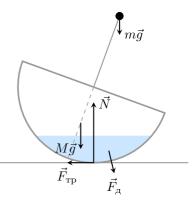
### Задача №10-Т3. Волчок

Определим координату центра масс полусферы. Мысленно «разрежем» полусферу плоскостями, параллельными основанию, на тонкие кольца толщиной h каждое. Масса такого кольца пропорциональна площади его поверхности. Пусть кольцо видно из центра полусферы под углом  $\varphi$  к ее основанию. Тогда радиус кольца равен  $r = R \cos \varphi$ . Заметим, что поверхность кольца образует с основанием полусферы угол  $\pi/2 - \varphi$ . Площадь поверхности кольца равна произведению его длины  $2\pi r = 2\pi R \cos \varphi$  на ширину  $h/\sin(\pi/2 - \varphi) = h/\cos \varphi$ . Как видно из

формул площадь кольца не зависит от угла, под которым оно видно из центра, а это означает, что масса полусферы равномерно распределена вдоль радиуса, перпендикулярного ее основанию, значит центр масс находится на расстоянии R/2 от центра.

*Примечание*: Решения, полученные интегрированием или другим способом также засчитываются, если исходят из верных начальных утверждений и корректно реализованы.

Рассмотрим силы, действующие на волчок, после того, как его отклонили и отпустили. На волчок будут действовать две силы тяжести  $M\vec{g}$  и  $m\vec{g}$ , сила реакции опоры со стороны стола  $\vec{N}$ . Направления этих сил вертикальны. Направления еще двух сил зависят от направления движения волчка. Рассмотрим случай, когда волчок возвращается в исходное состояние. В таком случае на него будет действовать сила трения, направленная влево и сила давления со стороны воды, направленная вниз и вправо. Горизонтальная составляющая силы давления со стороны воды возникает из-за наличия трения меж-



ду волчком и столом, следствием которого является движение центра масс воды влево. Это движение может быть обеспечено только за счет взаимодействия со стенками. Также стоит отметить тот факт, что мы изобразили результирующую силу давления воды, которая на самом деле распределена по поверхности контакта с полусферой и в каждой точке направлена перпендикулярно поверхности, то есть от центра полусферы. Это означает, что суммарный момент этой силы относительно центра полусферы равен нулю.

Для устойчивости равновесия необходимо, чтобы после отклонения на малый угол волчок стремился вернуться обратно. Рассмотрим ось вращения, проходящую через центр полусферы. Моменты сил давления воды и реакции опоры относительно этой оси равны нулю. Сила трения нас не интересует, так как ее направление будет определяться суммарным моментом двух сил тяжести. Если суммарный момент двух сил тяжести направлен против часовой стрелки (стремится вернуть волчок в положение равновесия), то сила трения будет направлена влево и будет лишь замедлять скорость поворота волчка, но не может изменить направление его вращения. Из вышеизложенного становится понятно, что устойчивость равновесия волчка никак не зависит от количества налитой воды. Найдем положение центра масс волчка для случая M=6m. Выберем ось x, проходящую через центр полусферы и направленную перпендикулярно ее основанию.

$$x_{\text{\tiny ILM}} = \frac{6mR/2 - mR}{6m + m} > 0,$$

значит центр масс волчка расположен ниже его центра, а именно к нему приложена результирующая двух сил тяжести. Получаем, что в первом случае вне зависимости от объема налитой воды волчок будет находиться в состоянии устойчивого равновесия.

Налитая вода на равновесие не влияет. Для устойчивости равновесия необходимо чтобы центр масс волчка оказался ниже центра полусферы. Рассмотрим ту же ось x, что и в первом случае.

$$x_{\text{IIM}} = \frac{MR/2 - mR}{M + m} > 0,$$

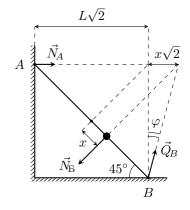
откуда M/m > 2.

### Задача №10-Т4. Бусинка на стержне

### Первый способ

Поскольку стержень находится в равновесии — равнодействующая сил, действующих на него, должна равняться нулю, а также относительно любой точки должен равняться нулю момент действующих на стержень сил. Поскольку массой стержня можно пренебречь, можно считать, что силы прикладываются к стержню в точках  $A,\ B$  и в месте положения бусинки.

Сила реакции со стороны вертикальной стены  $\vec{N}_A$  направлена горизонтально, а сила взаимодействия бусинки со стержнем  $\vec{N}_{\rm B}$  направлена перпендикулярно последнему, по-



скольку трения между ними нет. Тогда линия действия равнодействующей сил нормальной реакции и трения в точке B — полной реакции опоры  $\vec{Q}_B = \vec{N}_B + \vec{F}_{\rm Tp}$  — должна проходить через точку пересечения линий действия  $\vec{N}_A$  и  $\vec{N}_{\rm B}$  по теореме о трёх непараллельных силах. Изобразим это на рисунке.

Поскольку линия действия  $\vec{N}_A$  фиксирована, а  $\vec{N}_{\rm B}$  сохраняет своё направление — точка пересечения линий действия сил перемещается горизонтально. Угол наклона стержня к вертикали составляет  $45^{\circ}$ , значит смещению бусинки вдоль стержня на величину x соответствует смещение пересечения линий действия сил на величину  $x\sqrt{2}$ .

Возможны два варианта начала движения стержня: скольжение по полу и стенке или вращение относительно нижнего конца. Предположим, что стержень начнёт проскальзывать. Это произойдет в тот момент, когда  $\vec{Q}_B$  более не сможет удовлетворить условию пересечения линий действия сил, т.е. угол  $\varphi$  превысит величину  $\arctan \varphi$  превысит величину  $\arctan \varphi$  превысит

Отсюда найдём перемещение бусинки  $x_{max}$ :

$$\frac{x_{max}\sqrt{2}}{L\sqrt{2}} = \mu \quad \Rightarrow \quad x_{max} = \mu L.$$

Стержень придет в движение до момента удара бусинки о пол, если  $x_{max} < L$ , отсюда получаем условие на коэффициент трения, при котором возможна описанная ситуация  $\mu < 1$ . Определим скорость бусинки из закона сохранения механической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mgx_{max}}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\sqrt{2}\mu gL}.$$

### Второй способ

Расставим силы, действующие на стержень, и запишем второй закон Ньютона в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$F_{\rm TP}+N_A-\frac{N_{\rm B}}{\sqrt{2}}=0,$$
 
$$N_B-\frac{N_{\rm B}}{\sqrt{2}}=0$$

 $\vec{N}_{A}$   $\vec{N}_{B}$   $\vec{N}_{B}$   $\vec{N}_{B}$   $\vec{N}_{B}$   $\vec{N}_{B}$   $\vec{N}_{B}$   $\vec{N}_{B}$ 

и правило моментов относительно точки B:

$$N_{\rm B}(L-x) = N_A \frac{2L}{\sqrt{2}}.$$

Из второго закона Ньютона для бусинки в проекции на ось, перпендикулярную стержню, получим, что  $N_{\rm B}=mg/\sqrt{2}.$  Решив систему уравнений, найдем:

$$N_A = \frac{mg}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right), \qquad N_B = \frac{mg}{2}, \qquad F_{\text{\tiny TP}} = \frac{mgx}{2L}.$$

Проскальзывание начнется при  $F_{\mathrm{rp}} = \mu N_B,$  то есть если

$$\frac{mgx}{2L} = \frac{\mu mg}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \mu L.$$

Отсюда при условии, что x < L, получим  $\mu < 1$ . До начала проскальзывания бусинка движется равноускорено с ускорением  $a = g/\sqrt{2}$ . Начальная скорость бусинки равна нулю, поэтому

$$v^2 = 2ax$$
  $\Rightarrow$   $v^2 = 2 \cdot \frac{g}{\sqrt{2}} \cdot \mu L$   $\Rightarrow$   $v = \sqrt{\sqrt{2}\mu g L}$ .

Силу взаимодействия стержня с вертикальной стенкой также можно определить двумя способами.

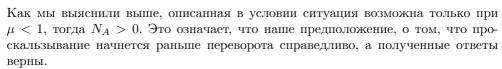
### Первый способ

Изобразим на рисунке условие равенства нулю равнодействующей сил, действующих на стержень (см. рис.). Обратим внимание, что из второго закона Ньютона для бусинки в проекции на ось, перпендикулярную стержню,  $N_{\rm B}=const=mg/\sqrt{2}$ . Тогда имеем

$$N_A = \frac{mg(1 - \operatorname{tg}\varphi)}{2}.$$

В момент отрыва  $\operatorname{tg} \varphi = \mu$ , поэтому

$$N_A = \frac{mg(1-\mu)}{2}.$$



### Второй способ

Так как в момент начала проскальзывания  $x = \mu L$ ,

$$N_A = \frac{mg}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) = \frac{mg(1 - \mu)}{2}.$$

Как мы выяснили выше, описанная в условии ситуация возможна только при  $\mu < 1$ , тогда  $N_A > 0$ . Это означает, что наше предположение, о том, что проскальзывание начнется раньше переворота справедливо, а полученные ответы верны.

### Задача №10-Т5. Весы

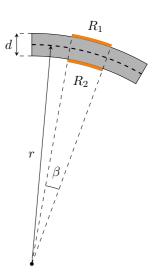
Проведем из центра дуги окружности недеформируемой линии два луча к краям резистора №1. Эти два луча отсекут на недеформируемой линии дугу, размер которой будет равен размеру резистора  $l_0$  до деформации. Положим угол между лучами равным  $\beta$ . Тогда размер резистора в недеформируемом состоянии окажется равным  $l_0 = \beta r$ .

Размер подложки после деформирования балки составит

$$l = \beta(r + d/2).$$

Тогда величина относительного удлинения резистора составит

$$\varepsilon_1 = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{d}{2r}.$$



Относительное изменение длины резистора N2 будет таким же по модулю, но отрицательным.

 $\varepsilon_2 = -\frac{l - l_0}{l_0} = -\frac{d}{2r}.$ 

В ненагруженном состоянии балки напряжения на резисторах №1 и №2 одинаковы и равны половине напряжения источника питания. Показания вольтметра в этом случае будут нулевыми. При нагрузке балки сопротивление резистора №1 увеличится на величину

$$\Delta R = k \varepsilon R_0 = k \cdot \frac{d}{2r} \cdot R_0 \ll R_0,$$

а сопротивление резистора N2 уменьшится на ту же величину. Силы тока через резисторы  $R_1$  и  $R_2$ , соответственно, равны

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_0} = \frac{\mathcal{E}}{2R_0 + \Delta R}, \qquad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_0} = \frac{\mathcal{E}}{2R_0 - \Delta R}.$$

Показание вольтметра будет равно разности напряжений на резисторах  $R_3=R_0$  и составит

$$U = (I_2 - I_1)R_0 = \left(\frac{\mathcal{E}}{2R_0 - \Delta R} - \frac{\mathcal{E}}{2R_0 + \Delta R}\right) \cdot R_0 = \frac{2\mathcal{E}R_0\Delta R}{4R_0^2 - (\Delta R)^2} \approx \frac{\mathcal{E}}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R_0}.$$

С учетом ранее полученного выражения для изменений сопротивлений резисторов:

$$U = \frac{\mathcal{E}kd}{4r} = \frac{\mathcal{E}kdm}{4\alpha}.$$

Таким образом, зависимость величины показаний вольтметра от массы поставленного на платформу груза является прямой пропорциональностью, то есть n=1. Тогда для коэффициента этой зависимости имеем:

$$\gamma = \frac{\mathcal{E}kd}{4\alpha}.$$

Если недеформируемая линия балки будет проходит на некотором расстоянии x от верхней поверхности балки, то формулы для относительной деформации подложек резисторов №1 и №2 примут вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = x/r, \\ \varepsilon_2 = -(d-x)/r. \end{cases}$$

Соответственно, относительные изменения сопротивлений:

$$\begin{cases} \Delta R_1/R_0 = kx/r, \\ \Delta R_2/R_0 = -k(d-x)/r. \end{cases}$$

Тогда для показаний вольтметра аналогично предыдущему случаю получим:

$$U' = \left(\frac{\mathcal{E}}{2R_0 + \Delta R_2} - \frac{\mathcal{E}}{2R_0 + \Delta R_1}\right) \cdot R_0 = \frac{\mathcal{E}R_0(\Delta R_1 - \Delta R_2)}{(2R_0 + \Delta R_1)(2R_0 + \Delta R_2)} \approx \frac{\mathcal{E}}{4} \cdot \frac{\Delta R_1 - \Delta R_2}{R_0},$$

откуда

$$U' = \frac{k\mathcal{E}}{4}\left(\frac{x}{r} + \frac{d-x}{r}\right) = \frac{\mathcal{E}kd}{4r} = U.$$

То есть полученный ранее ответ не зависит от места положения недеформируемой линии.

Теперь предположим, что балка ко всему прочему нагрелась. Тогда к относительным изменениям длины подложек резисторов добавятся еще и удлинения за счет теплового расширения балки:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = d/(2r) + \varepsilon_3, \\ \varepsilon_2 = -d/(2r) + \varepsilon_3. \end{cases}$$

Проведя аналогичные вычисления получим, что и в этом случае показания вольтметра останутся прежними:

$$U'' = \frac{k \mathcal{E}}{4} \left( \frac{d}{2r} + \varepsilon_3 - \frac{d}{2r} - \varepsilon_3 \right) = \frac{\mathcal{E}kd}{4r} = U.$$

То есть предложенная схема тензоэлектрического датчика является термостабильной и в целом не чувствительна к деформациям растяжения-сжатия балки.

# $\sum$

# 10-Т1. Зонд

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Αп
	Получен коэффициент пропорциональности в зависимости давления воздуха от высоты $k=8~{ m K/km}$			
1.1	Примечание: баллы за пункт ставятся, даже если коэффициент явным образом не вычислен, но	1.0		
	записано верное выражение, позволяющее определить температуру воздуха на нужных высотах.			
1.2	Формула для плотности газа $ ho = pM/RT$	1.0		
1.3	Определена масса гелия в шаре $m_{\scriptscriptstyle \Gamma}=p_0M_{\scriptscriptstyle \Gamma}V/(RT_0)$	1.0		
1.4	Записано условие равновесия (сила тяжести равна силе Архимеда)	1.0		
1.5	Определена масса датчиков (формула) $m_{\rm д}=p_1M_{\scriptscriptstyle \rm B}V/(RT_1)-p_0M_{\scriptscriptstyle \rm T}V/(RT_0)-m_0$	2.0		
1.6	Определена масса датчиков (число) $m_{\rm д}=4.9\pm0.1$ кг. Примечание: Если численный ответ верный и получен из правильных соображений, то баллы за предыдущий ставятся полностью даже при отсутствии конечной формулы.	1.0		
2.1	Реализована методика нахождения максимальной высоты подъема без датчиков. Например:  • получена функция $p(h)=(m_{\scriptscriptstyle \Gamma}+m_0)R/(M_{\scriptscriptstyle B}V)\cdot (T_0-k\cdot h)$ и предложен графический способ нахождения высоты <b>или</b> • предложена реализуемая методика постепенного подбора значения высоты	2.0		
2.2	Численный ответ $h_{ m makc} = 7.6 \pm 0.2$ км.	3.0		



## 10-Т2. Наклонная плоскость

Nº	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Из второго закона Ньютона получено, что $N=mg\cos\alpha$	0.5		
1.2	Верно определено изменение потенциальной энергии при перемещении из нижней точки в верхнюю $\Delta E_{\text{пот}} = 2mgL \sin \alpha$ Примечание: Это выражение может быть сразу записано в ЗСЭ. Если оно записано правильно, то баллы ставятся.	0.5		
1.3	Верно определена работа силы трения $A_{\rm Tp} = -F_{\rm Tp}\pi L$ Примечание: Баллы ставятся при правильном знаке и правильном перемещении точки приложения  Примечание 2: Это выражение может быть сразу записано в ЗСЭ. Если оно записано правильно, то баллы ставятся.	1.0		
1.4	Явно указано, что сила реакции со стороны стержня на груз не совершает работы (или сила со стороны шарнира на стержень, если ЗСЭ записан для системы из стержня и груза).  Примечание: Отсутствие данного слагаемого в ЗСЭ без каких либо обоснований не считается явным указанием на нулевую работу, балл в этом случае не ставится.	0.5		
1.5	Верно записан ЗСЭ (присутствуют все слагаемые и верные знаки)	1.0		
1.6	Получено, что $v_1=\sqrt{(4+\pi)gL\sin\alpha}$ или $v_1=\sqrt{7.14gL\sin\alpha}$	1.5		
2.1	Продемонстрировано понимание того, что после прохождения «верхней» точки тело будет еще какое-то время замедляться	1.0		
2.2	Верная идея определения точки, в которой скорость будет минимальна ( $a_{\tau}=0$ или аналогичная)	1.5		

2.3	Верно определено положение точки, в которой скорость будет минимальна ( $\beta=\pi/6$ )	1.0	
2.4	Верно определена работа силы трения для второго вопроса  Примечание: Это выражение может быть сразу записано в ЗСЭ. Если оно записано правильно, то баллы ставятся.	0.5	
2.5	Верно определено изменение потенциальной энергии для второго вопроса Примечание: Это выражение может быть сразу записано в ЗСЭ. Если оно записано правильно, то баллы ставятся.	0.5	
2.6	Верно записан ЗСЭ для второго вопроса (присутствуют все слагаемые и верные знаки)	1.0	
2.7	Получено, что $v_2=\sqrt{(2+\sqrt{3}+7\pi/6)gL\sin\alpha}$ или $v_2=\sqrt{7.40gL\sin\alpha}$	1.5	



## 10-Т3. Волчок

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Предложен реализуемый метод определения центра масс полусферы	1.0		
1.2	Доказано, что центр масс полусферы находится на расстоянии $R/2$	2.0		
2.1	На рисунке присутствуют две силы тяжести (полусфера и груз) или их результирующая, направленная(ые) вертикально вниз. Точки приложения сил - верные.	0.5		
2.2	На рисунке присутствует сила реакции опоры, направленная вертикально вверх. Точка приложения силы - верная.	0.5		
2.3	На рисунке присутствует сила трения, направленная по горизонтали в любую из сторон. Точка приложения силы - верная.	1.0		
2.4	На рисунке присутствует сила давления воды, направленная под углом к вертикали (выберите один из трёх вариантов, указанных ниже)	1.0		
	— Горизонтальная составляющая силы давления противо- положна силе трения (балл ставится при наличии правиль- но изображенной силы трения)	1.0		
	— Сила давления направлена вертикально вниз	0.5		
	— Иные варианты	0.0		
3.1	Верно определена сумма моментов сил относительно выбранной участником оси	1.0		
3.2	Присутствует явное обоснование нулевого момента силы давления относительно центра сферы, либо он правильно вычислен относительно другой оси, либо указано, что при предельном случае сила давления воды вертикальна и точка ее приложения лежит над точкой контакта полусферы с плоскостью. : Если при ответе на второй вопрос участник считает, что сила давления направлена по вертикали и приравнивает ее момент нулю на этом основании, то за данный пункт ставится 0 баллов.	1.0		

3.3	Корректно учтен момент силы трения, либо выбрана ось относительно которой он равен нулю, либо обосновано, почему его можно не учитывать.	1.0	
3.4	Получен обоснованный ответ, что при любом объеме воды в первом случае волчок будет в устойчивом равновесии. : Баллы за эти пункты ставятся даже при отсутствии обоснования о нулевом моменте силы трения, неправильном направлении силы давления.	1.5	
4.1	Получен обоснованный ответ, для второго случая $M/m > 2$ . : Баллы за эти пункты ставятся даже при отсутствии обоснования о нулевом моменте силы трения, неправильном направлении силы давления.	1.5	



# 10-Т4. Бусинка на стержне

Nº	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	На стержень действуют силы реакции опоры со стороны стенки и пола, сила трения со стороны пола и сила со стороны бусинки (изображено на рисунке или явно следует из уравнений)	0.5		
1.2	Сила реакции опоры со стороны стенки направлена горизонтально, а со стороны пола — вертикально (изображено на рисунке или явно следует из уравнений)	0.5		
1.3	Сила трения, действующая на стержень направлена вправо. Примечание: На рисунке изначально сила может быть направлена влево. Если из дальнейшего решения явным образом следует обратное направление (например, сила получилась отрицательной), то балл ставится.	1.0		
1.4	Сила, действующая на стержень со стороны бусинки направлена перпендикулярно стержню	0.5		
1.5	Верно записаны условия равновесия стержня и количество уравнений достаточно для получения ответа на вопрос задачи: либо равенство нулю моментов сил относительно оси, указанной в авторском решении, либо равенство нулю суммы моментов сил относительно другой оси + равенство нулю суммы сил. Примечание: Баллы ставятся только за уравнения с подставленными значениями проекций и длин плеч.	2.0		
1.6	Верно записано условие начала проскальзывания: сила трения превышает предельное значение или угол наклона силы реакции со стороны пола превышает предельный	1.0		
1.7	Записан закон сохранения энергии для бусинки, или зависимость скорости бусинки от ее положения выражена из кинематики и второго закона Ньютона, записанных для бусинки	0.5		

1.8	Верное значение скорости бусинки в момент начала движения стержня $v=\sqrt{\sqrt{2}\mu gL}$	1.5	
1.9	Верное ограничение на коэффициент трения $\mu < 1$	1.5	
2.1	Верное значение силы реакции опоры со стороны стенки в этот момент времени $N_A = mg(1-\mu)/2$	2.0	
2.2	Присутствует явным образом записанное обоснование, что стержень начнет скользить, а не переворачиваться	1.0	

## 10-Т5. Весы



Nº	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Αп
1.1	Получено выражение для $\varepsilon_1$ в случае среднего положения недеформируемой линии	1.0		
2.1	Получено выражение для $\varepsilon_2$ в случае среднего положения недеформируемой линии	1.0		
3.1	<ul> <li>Записано выражение напряжения на резисторе R₁ через сопротивление R₀ и изменение сопротивления №1 (с учетом разложения до первого порядка малости или без разложения) или</li> <li>записано выражение напряжения на верхнем резисторе R₃ через сопротивление R₀ и изменение сопротивления №1 (с учетом разложения до первого порядка малости или без разложения) или</li> <li>для цепи верно записаны первые правила Кирхгофа в количестве достаточном для нахождения напряжения на вольтметре.</li> </ul>	1.0		
3.2	<ul> <li>Записано выражение напряжения на резисторе R<sub>2</sub> через сопротивление R<sub>0</sub> и изменение сопротивления №2 (с учетом разложения до первого порядка малости или без разложения) или</li> <li>записано выражение напряжения на нижнем резисторе R<sub>3</sub> через сопротивление R<sub>0</sub> и изменение сопротивления №1 (с учетом разложения до первого порядка малости или без разложения) или</li> <li>для цепи верно записаны вторые правила Кирхгофа в количестве достаточном для нахождения напряжения на вольтметре или</li> <li>верно расставлены потенциалы и записаны законы Ома в количестве достаточном для нахождения напряжения на вольтметре.</li> </ul>	1.0		

3.3	Записано выражение для напряжения на вольтметре через изменение сопротивлений тензорезисторов (с учетом разложения до первого порядка малости или без разложения).  Примечание: Если получено верное выражение, баллы за два предыдущих пункта ставятся автоматически.	1.0	
3.4	Получена формула $U = Ekdm/(4\alpha)$ .	1.5	
3.5	Явно найдена степень <i>п</i> зависимости показаний вольтметра от массы поставленного на платформу весов груза. <i>Примечание</i> : баллы ставятся только при явном указании значения коэффициента. Просто записи формулы из пункта 3.4 не достаточно.	0.5	
3.6	Явно получено выражение для коэффициента пропорциональности $\gamma$ . <i>Примечание</i> : баллы ставятся только при явном указании значения коэффициента. Просто записи формулы из пункта 3.4 не достаточно.	1.0	
4.1	Указано, что показания вольтметра не изменятся. (Даже при отсутствии обоснований)	0.5	
4.2	Предыдущее утверждение обосновано.	1.5	
5.1	Указано, что показания вольтметра не изменятся. (Даже при отсутствии обоснований)	0.5	
5.2	Предыдущее утверждение обосновано.	1.5	