

Εργασία 1
Επεξεργασία Στοχαστικών Σημάτων (ΕΠ07)
Εαρινό Ακαδημαϊκό Εξάμηνο 2022
Διδάσκων: Επιχ. Καθ. Γεώργιος Χ. Αλεξανδρόπουλος
Ημερομηνία Δημοσίευσης Άσκησης: 1 Απριλίου 2022

Έστω οι ανεξάρτητες πραγματικές τυχαίες μεταβλητές $x_i \sim N(0, \sigma^2 m^{-1})$ με $i = 1, 2, \dots, 2m$ και $2m$ θετικό ακέραιο, από τις οποίες προκύπτει η ακόλουθη μιγαδική τυχαία μεταβλητή:

$$h \triangleq \sqrt{\sum_{i=1}^{2m} x_i^2} \exp(-j\phi), \quad (1)$$

όπου $j \triangleq \sqrt{-1}$ και για την κατανομή της πραγματικής τυχαίας μεταβλητής ϕ ισχύει ότι $\phi \sim U(0, 2\pi)$.

1. Να βρεθεί σε κλειστή μαθηματική έκφραση η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του τετραγώνου του μέτρου της h , δηλαδή του $|h|^2$, η οποία κατόπιν να απεικονιστεί σε περιβάλλον **Matlab**TM για $\sigma^2 = 0.5$ και $m = 2.5$. (30%)
2. Να δημιουργηθούν 10^6 δείγματα του $|h|^2$ για $\sigma^2 = 0.5$ και $m = 2.5$ σε περιβάλλον **Matlab**TM και να απεικονιστεί η εμπειρική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής αυτής. Να επιβεβαιωθεί στο ίδιο σχήμα η ταύτιση της εμπειρικής συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του $|h|^2$ με την αναλυτική έκφραση που υπολογίστηκε στο Ερώτημα 1. (15%)
3. Αντίστοιχα με τα Ερωτήματα 1 και 2, να βρεθεί σε κλειστή μαθηματική έκφραση η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του $|h|$ και να επιβεβαιωθεί η ορθότητά της σε περιβάλλον **Matlab**TM για $\sigma^2 = 0.5$ και $m = 2.5$ μέσω απεικονιστικής σύγκρισης με την εμπειρική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του $|h|$. Ποια γνωστή κατανομή για το $|h|$ προκύπτει στην περίπτωση $m = 1$; (20%)
4. Έστω το μοντέλο ληφθέντος σήματος $y = hx + w$ για ένα ασύρματο σύστημα επικοινωνίας σε περιβάλλον επίπεδων διαλείψεων h , οι οποίες περιγράφονται από τη σχέση (1). Θεωρείστε μοναδιαία ενέργεια για τα μιγαδικά σύμβολα πληροφορίας x και για το μέσο τετραγωνικό πλάτος του προσθετικού μιγαδικού θορύβου w . Να βρεθεί σε κλειστή μαθηματική έκφραση η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του στιγμιαίου λόγου σήματος προς θόρυβο (η έκφραση να περιέχει το μέσο λόγο σήματος προς θόρυβο ως μοναδική παράμετρο). (20%)
5. Επικεντρώνοντας στο ασύρματο σύστημα του Ερωτήματος 4 και χρησιμοποιώντας την αναλυτική έκφραση που υπολογίστηκε για $m = 1$, να υλοποιηθεί και να απεικονιστεί σε περιβάλλον **Matlab**TM η μέση χωρητικότητα καναλιού για τις τιμές -5:2.5:20dB του μέσου λόγου σήματος προς θόρυβο. (15%)

Διαδικαστικά Θέματα:

- Η εργασία είναι ατομική κι υποχρεωτική με καταληκτική ημερομηνία παράδοσης την Παρασκευή 15 Απριλίου 2022.
- Η ηλεκτρονική αναφορά με τις απαντήσεις στα ερωτήματα καθώς και τα αρχεία κώδικα **Matlab™** με τις ζητούμενες υλοποιήσεις συναρτήσεων (τα οποία πρέπει να περιέχουν επαρκή σχόλια λειτουργίας) να τοποθετηθούν σε ένα συμπιεσμένο αρχείο με τίτλο το ΑΜ του φοιτητή και να υποβληθούν στον αντίστοιχο σύνδεσμο της ετικέτας 'Εργασίες' στο **e-class** του μαθήματος.
- Οι απαντήσεις στα ερωτήματα της εργασίας στην ηλεκτρονική αναφορά πρέπει να περιέχουν τις κατάλληλες τεκμηριώσεις κι όχι απλά παραθέσεις γραφημάτων του **Matlab™** (πχ, γραφήματα της άκομψης/δυσανάγνωστης μορφής μέσω **Print Screen**).
- Για την επίλυση ολοκληρωμάτων και για τον υπολογισμό του μετασχηματισμού **Laplace** δύναται να χρησιμοποιηθεί η ηλεκτρονική πλατφόρμα **Wolframalpha**.
- Για τα προγραμματιστικά τμήματα της εργασίας δύναται να χρησιμοποιηθεί η γλώσσα προγραμματισμού **Python** αντί του **Matlab™** κατόπιν συνεννόησης με το διδάσκοντα.
- Διευκρινίσεις επί της εργασίας θα δίνονται μετά το τέλος των διαλέξεων ή μέσω επικοινωνίας **e-mail** με το διδάσκοντα.