

Projeto 2: Capacitor e Circuito RC

Estevão Sanches Rodrigues RA: 168030

1 Experimento

Esse projeto foi realizado com o intuito de estudar o comportamento de circuitos RC com diferentes configurações. Além disso, através das medidas de intensidade sonora por unidade de tempo, objetiva-se encontrar um modelo matemático que explique os dados e comparar com o modelo proposto para o experimento.

Para isso, foi utilizado os seguintes componentes: um buzzer contínuo modelo pk-21N30 PQ (cujas informações técnicas estão no [link](#)), uma protoboard de 170 pontos, um kit de cabos jumper macho/macho, dois capacitores eletrolíticos de 1000 μF , dois LEDs verdes, resistores de três resistências diferentes (1 k Ω , 4,7 k Ω e 10 k Ω) e uma bateria de 9 V. Além disso, o celular usado para a medição da intensidade sonora com o aplicativo Phypox é do modelo Asus_A001D.

O procedimento experimental foi relativamente simples. Primeiro, fez-se necessário a montagem dos circuitos. Para isso, fixou-se a protoboard em uma mesa e com a ajuda dos pontos, colocou os equipamentos eletrônicos, sendo que a conexão de cada um com a bateria se dava com os jumpers. A fim de testar o circuito, primeiramente colocou-se um resistor e após um led, verificando ao final a corrente elétrica. Em seguida, fez-se a montagem experimental com o buzzer para diversas configurações de RC conforme gravado no vídeo de preparação. Simplificadamente, o circuito era formado com um capacitor em paralelo em relação à bateria e ao buzzer, mas em série em relação ao buzzer. Para a análise do relatório, foram escolhidos 5 circuitos da seguinte forma:

- **Circuito 1:** resistor de 1 k Ω + capacitor de 1000 μF
- **Circuito 2:** resistor de 4,7 k Ω + capacitor de 1000 μF
- **Circuito 3:** resistor de 10 k Ω + capacitor de 1000 μF
- **Circuito 4:** 2 resistores em série (1 k Ω + 4,7 k Ω) + capacitor de 1000 μF
- **Circuito 5:** resistor de 4,7 k Ω + 2 capacitores em série de 1000 μF

Com os circuitos prontos, a condução do experimento era simples. Ligava-se os cabos jumpers à bateria, fechando o circuito e, em consequência, notando o som de alarme do buzzer. Para a medição da intensidade sonora, colocou-se o celular próximo ao buzzer com o aplicativo aberto. Quando desconectava-se a bateria do circuito, começava a contagem da medição da intensidade sonora em relação ao tempo pelo aplicativo. Após o fim do barulho, pausava a medição e mudava o circuito, mantendo, entretanto, a distância entre o celular o buzzer constante. Com o aplicativo, exportava-se os dados obtidos para um software de análise e fazia as considerações pedidas.

A hipótese principal do experimento era verificar se os dados obtidos de intensidade sonora versus tempo obedeciam à seguinte expressão:

$$\beta_{\text{dB}}(t) = mt + 20 \log \left(\frac{V_0}{V_f} \right) \quad \text{com} \quad m = -20 \frac{\log e}{\tau}$$

Ou seja, o princípio motivador é comparar a equação obtida com a equação proposta. Ademais, em teoria, o τ pertencente ao coeficiente angular m é o valor do tempo de descarga do circuito. O mesmo também pode ser calculado por: $\tau = RC$ sendo que R e C são as resistências e capacitâncias equivalentes. Deste modo, uma forma de verificar a hipótese é comparar os valores de RC nominais com o valor do τ obtido pela equação com o coeficiente angular da regressão linear do gráfico de intensidade sonora versus tempo. De um modo geral, ao analisar os dados, percebia um comportamento decrescente da intensidade sonora (variável dependente) em relação ao tempo (variável independente). Isso era percebido também durante a

prática, em que o "som" era cada vez mais baixo até finalmente acabar. Para os diferentes circuitos, quando se aumentava a resistência, notava-se uma da intensidade sonora, mas o tempo de duração do buzzer era maior, já quando diminuía a capacitância, notou-se diminuição no tempo de duração. Com os dados obtidos, foi possível colocá-los em gráficos e notou-se o mesmo comportamento decrescente da variação da intensidade sonora com o tempo (sendo que nos gráficos, $t=0$ s é o tempo em que a bateria foi desconectada do circuito) mas com algumas oscilações.

Após isso, verificando a tendência de certa forma linear dos gráficos, fez-se uma regressão linear, obtendo os gráficos 1, 2 e 3. Para cada circuito, os coeficientes da equação obtida na forma $y = mt + n$ foram:

- **Circuito 1:** $m = -3,63 \pm 0,02$ dB/s e $n = 138,30 \pm 0,03$ dB
- **Circuito 2:** $m = -1,49 \pm 0,03$ dB/s e $n = 109,29 \pm 0,04$ dB
- **Circuito 3:** $m = -0,80 \pm 0,03$ dB/s e $n = 131,19 \pm 0,04$ dB
- **Circuito 4:** $m = -1,48 \pm 0,03$ dB/s e $n = 135,40 \pm 0,04$ dB
- **Circuito 5:** $m = -4,18 \pm 0,03$ dB/s e $n = 135,97 \pm 0,04$ dB

Com os valores do coeficiente angular, é possível, usando $\tau = \frac{-20}{m} \log e$, calcular os valores da constante de tempo para cada circuito. Além disso, para calcular os valores nominais da constante, é necessário saber a resistência do buzzer. Essa pode ser calculada através do gráfico de tensão versus corrente presente no datasheet, sendo que ao fazer isso obtém-se: $R_{\text{buzzer}} = 1,5 \pm 0,3$ k Ω . Com isso em mãos e com os valores das resistências e suas respectivas incertezas, foi possível obter os valores presentes na Tabela 1. A fim de facilitar a discussão, será usado uma versão mais simplificada da tabela a seguir:

	RC nominal (s)	τ Regressão (s)
Circuito 1:	$2,5 \pm 0,3$	$2,39 \pm 0,01$
Circuito 2:	$6,2 \pm 0,4$	$5,8 \pm 0,1$
Circuito 3:	$11,5 \pm 0,5$	$10,9 \pm 0,3$
Circuito 4:	$7,2 \pm 0,4$	$5,9 \pm 0,1$
Circuito 5:	$3,1 \pm 0,2$	$2,08 \pm 0,01$

Comparando-se os dois valores, percebe-se que os resultados nominais (de certa formas teóricos) e os experimentais (os quais, devido às incertezas calculadas são mais precisos) se igualam dentro das suas respectivas incertezas para alguns circuitos, mas não para todos. No geral, os valores são relativamente próximos entre si. As diferenças encontradas entre eles podem estar relacionados às considerações nas quais o modelo matemático foi construído: "toda a energia fornecida pelo circuito é convertida em som"; "o som é irradiado pelo buzzer em todas as direções de forma simétrica" e "a intensidade sonora a uma distância r do buzzer é a dada pela razão da potência dissipada pela superfície de área de uma casca esférica de raio r ". De fato, nem toda a energia fornecida pelo circuito é convertida em som, uma parte pode ser perdida por forças dissipativas e até ter se transformado em calor, considerando as resistências. Além disso, devido ao modelo do buzzer, percebia que a radiação do som variava um pouco com a direção: por exemplo, a parte mais superior do buzzer apresentava visível mais intensidade de som do que a parte inferior e os cantos. Por fim, embora fosse mantido a distância entre o celular e o buzzer, essa potência dissipada também pode ter contribuído para a diferença observada.

Portanto, com o referido experimento foi possível estudar os circuitos RC e determinar, nominalmente e experimentalmente, os valores de constante de tempo. Comparando estes resultados, e levando em conta as dificuldades de realização do experimento com o uso de um celular, além das interferências sonoras exteriores, pode se afirmar que o modelo proposto é válido e consegue explicar, de forma relativa, os dados experimentais.

Referências:

- [1] Halliday D; Resnick R; Merrill J. Fundamentos de Física vol.3, Eletromagnetismo, 3ª Edição, LTC, RJ, 1995. Cap. 24 e 26.
- [2] Freeman I. M. Physics: Principles and Insights. McGraw-Hill, New York, 1968, pp.430- 433. Biblioteca IFGW # 530.F877p.
- [3] Feynman R.P.; Leighton R.B.; Sands M. The Feynman Lectures on Physics; vol.2, cap.7, cap.9, cap.12. Addison-Wesley, 1964.

2 Figuras e Tabelas

Figuras e tabelas referente ao texto principal.

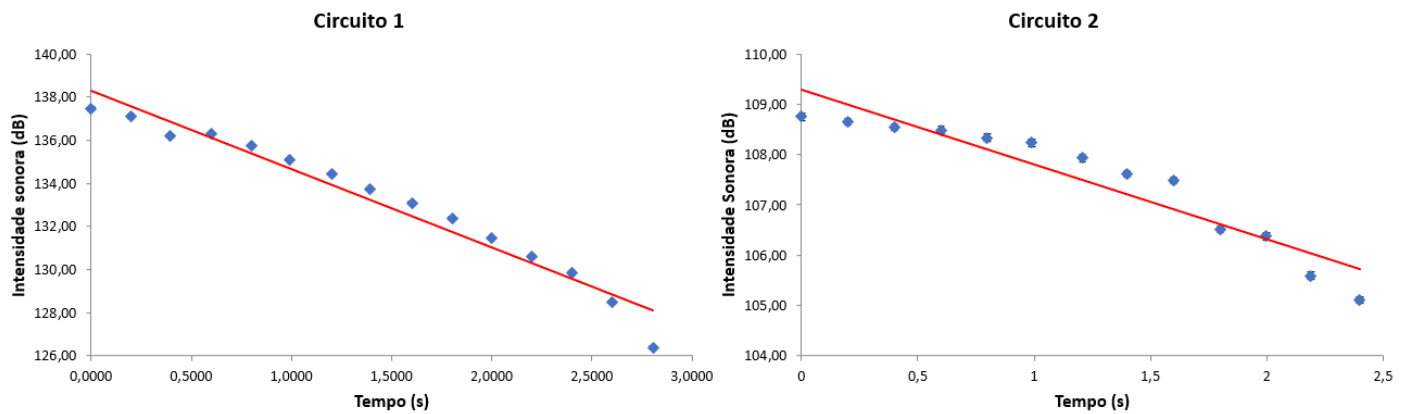


Figura 1: Gráfico da intensidade sonora por tempo para o circuito 1 e para o circuito 2 junto com a sua linearização em vermelho

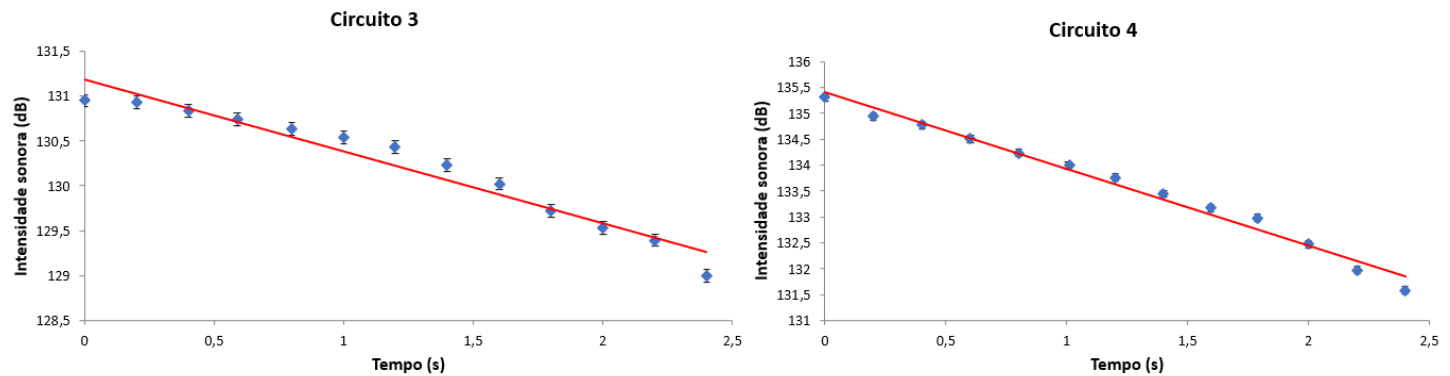


Figura 2: Gráfico da intensidade sonora por tempo para o circuito 3 e para o circuito 4 junto com a sua linearização em vermelho

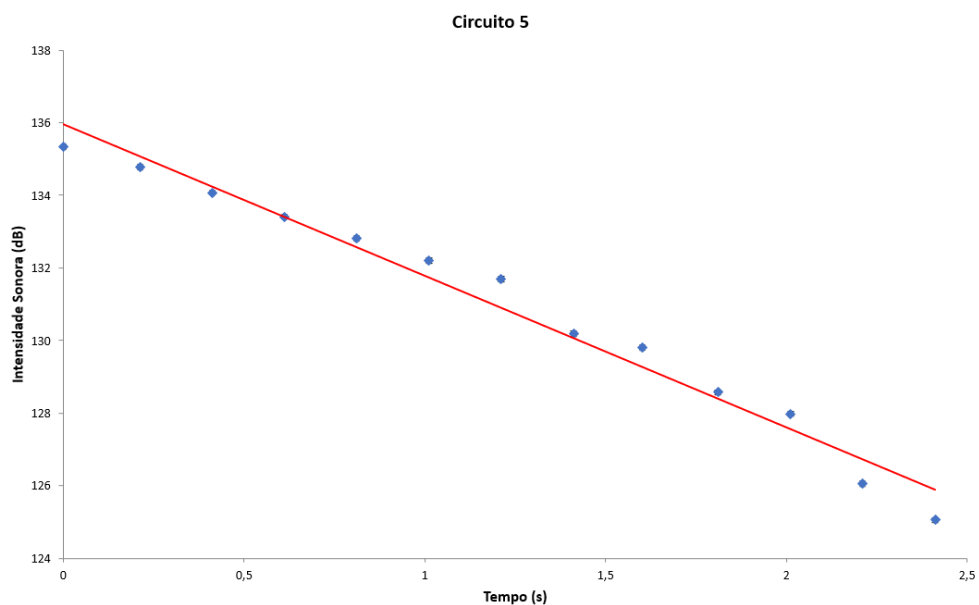


Figura 3: Gráfico da intensidade sonora por tempo para o circuito 5 junto com a sua linearização em vermelho

	Resistência (kΩ)	Capacitância (μF)	RC nominal (s)	τ Regressão (s)	Resistência do Buzzer (kΩ)
Circuito 1:	2,5 ± 0,3	1000 ± 30	2,5 ± 0,3	2,39 ± 0,01	1,5 ± 0,3
Circuito 2:	6,2 ± 0,3	1000 ± 30	6,2 ± 0,4	5,8 ± 0,1	1,5 ± 0,3
Circuito 3:	11,5 ± 0,3	1000 ± 30	11,5 ± 0,5	10,9 ± 0,3	1,5 ± 0,3
Circuito 4:	7,2 ± 0,3	1000 ± 30	7,2 ± 0,4	5,9 ± 0,1	1,5 ± 0,3
Circuito 5:	6,2 ± 0,3	500 ± 20	3,1 ± 0,2	2,08 ± 0,01	1,5 ± 0,3

Tabela 1: valores nominais de capacitância, resistência, o valor nominal de $\tau = RC$ e o valor de τ obtido pela regressão linear, com suas incertezas associadas

3 Incertezas

A incerteza do resistor é dada por uma F.D.P retangular cuja precisão é de 5%. Assim, para cada resistor:

$$\mu_{(1 \text{ k}\Omega)} = \frac{0,05 \cdot 1}{2\sqrt{3}} \approx 0,01 \text{ k}\Omega \quad \mu_{(4,7 \text{ k}\Omega)} = \frac{0,05 \cdot 4,7}{2\sqrt{3}} \approx 0,07 \text{ k}\Omega \quad \mu_{(10 \text{ k}\Omega)} = \frac{0,05 \cdot 10}{2\sqrt{3}} \approx 0,1 \text{ k}\Omega$$

O procedimento para a incerteza do capacitor é similar ao da resistência, entretanto a precisão é de 10%. Assim:

$$\mu_{(1000 \text{ }\mu\text{F})} = \frac{0,1 \cdot 1000}{2\sqrt{3}} \approx 30 \text{ }\mu\text{F}$$

A incerteza da leitura do display do celular podem ser obtidas através de uma F.D.P Normal. Para isso, fez-se uma medida da intensidade pelo tempo para valores constantes do som do buzzer de forma a encontrar as incertezas de flutuação. Assim, seja σ o desvio padrão amostral e N o número de dados, obtém-se:

$$\mu_{\text{intensidade}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0,614}{\sqrt{77}} \approx 0,07 \text{ dB} \quad \mu_{\text{tempo}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0,00546}{\sqrt{77}} \approx 0,0006 \text{ s}$$

A incerteza da resistência do buzzer pode ser dada pela propagação de incerteza em relação às incertezas da Tensão e da corrente no datasheet. Essas últimas incertezas podem ser calculadas por uma F.D.P triangular com o intervalo sendo o menor intervalo do gráfico. Assim:

$$\mu_{\text{tensão}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} \approx 0,6 \text{ V} \quad \mu_{\text{corrente}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} \approx 1 \text{ mA}$$

Propagando-se as incertezas:

$$\mu_{\text{buzzer}} = \sqrt{\left(\frac{1}{i}\right)^2 \cdot \mu_{\text{tensão}}^2 + \left(\frac{-U}{i^2}\right)^2 \cdot \mu_{\text{corrente}}^2}$$

$$\mu_{\text{buzzer}} = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 0,6^2 + \left(\frac{-7,5}{5^2}\right)^2 \cdot 1^2} \approx 0,3 \text{ k}\Omega$$

A incerteza de cada circuito RC é:

$$\mu_{\text{RC}} = \sqrt{C^2 \cdot \mu_R^2 + R^2 \cdot \mu_C^2}$$

Sendo que μ_R e μ_C são as incertezas propagadas da resistência equivalente e da capacitância equivalente respectivamente (sendo que como só temos capacitores iguais, a incerteza propagada é mais simples). Elas são calculadas por:

$$\mu_R = \sqrt{\mu_{R_1}^2 + \mu_{R_2}^2 + \mu_{\text{buzzer}}^2} \quad \mu_C = \frac{\mu_{C'}}{2}$$

Assim:

	μ_R (k Ω)	μ_C (μ F)	μ_{RC} (s)
Circuito 1	0,3	30	0,3
Circuito 2	0,3	30	0,4
Circuito 3	0,3	30	0,5
Circuito 4	0,3	30	0,4
Circuito 5	0,3	20	0,2

Ao final, para cada circuito chega-se em: Para a incerteza de τ após a regressão, basta aplicar a propagação de incerteza:

$$\mu_\tau = \sqrt{\left(\frac{-\log e}{m^2}\right)^2} \cdot \mu_m^2 = \frac{20 \log e}{m^2} \mu_m$$

Sendo que ela varia para os coeficientes angulares m e a sua respectiva incerteza μ_m . Substituindo pelos valores, obtém-se a tabela:

	m (1/s)	μ_m (1/s)	μ_τ (s)
Circuito 1	-3,63	0,02	0,01
Circuito 2	-1,49	0,03	0,1
Circuito 3	-0,80	0,03	0,3
Circuito 4	-1,48	0,03	0,1
Circuito 5	-4,18	0,03	0,01