

Semaine ATHENS



Ordonnancement

novembre 2016

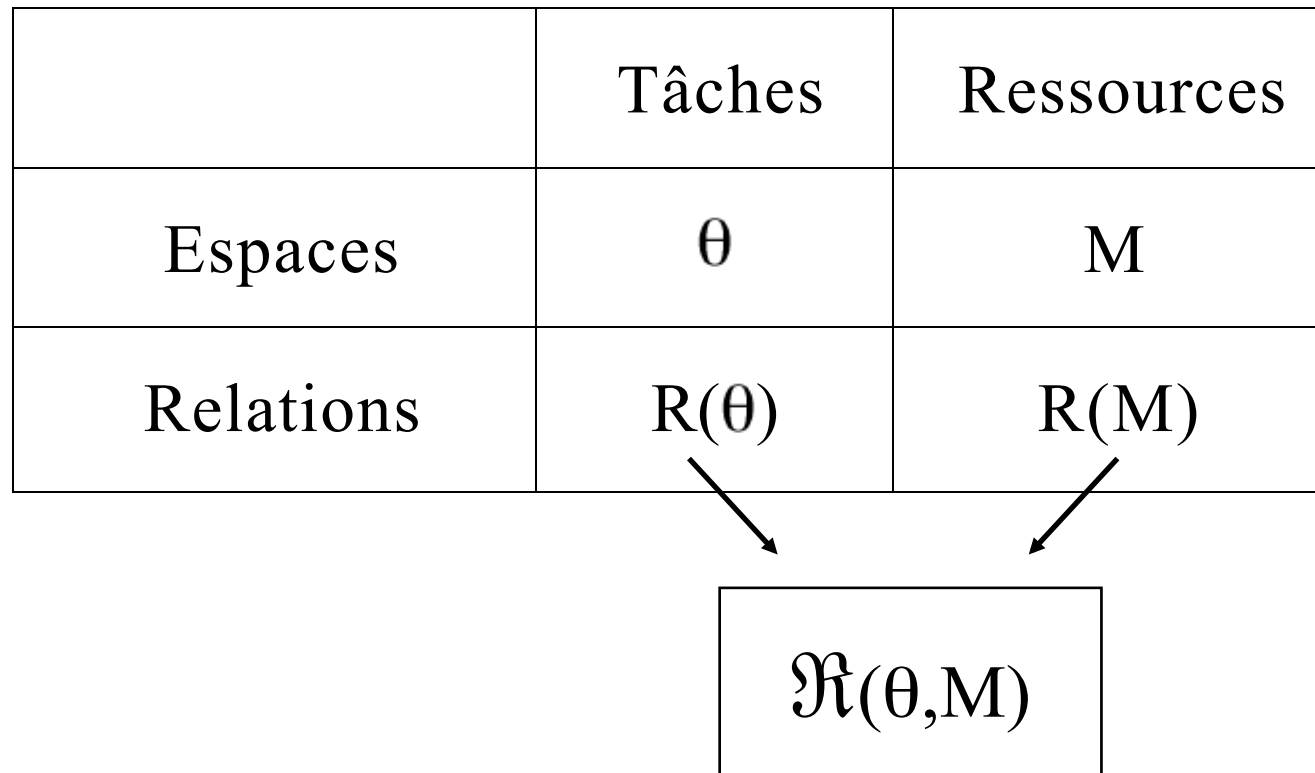
E. BALLOT

Agenda



- L'ordonnancement : définition et formalisation
- Deux cas extrêmes : la gestion de projets et le réseau
- Ordonnancement des ateliers
 - Ordonnancement d'une machine
 - Critères d'ordonnancement
 - Ordonnancement de machines en parallèle
 - Ordonnancement en "Flow shop"
 - Ordonnancement en "Job shop"
- Les méthodes actuelles et leurs limites

Formalisation



La gestion de projet

$R(\theta, \emptyset)$



- Caractérisation :
 - Tâches θ_i (durée) et $R_j(\theta_i)$: contraintes d'enchaînement (antériorité)
 - Ressources : Pas ou peu prises en compte
- Problème :

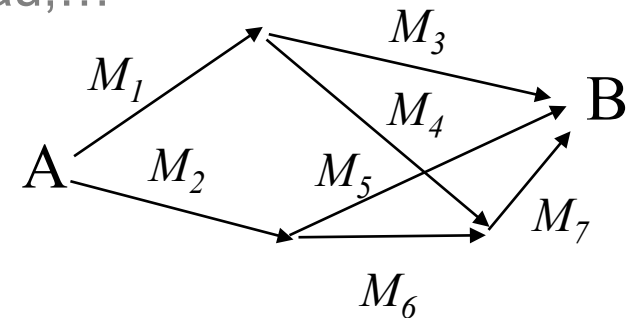
On connaît les $R_j(\theta_i)$, calcul du temps de réalisation
- Domaines d'application :
 - Ingénierie, espace, programmes militaires,...

PERT

Le transport

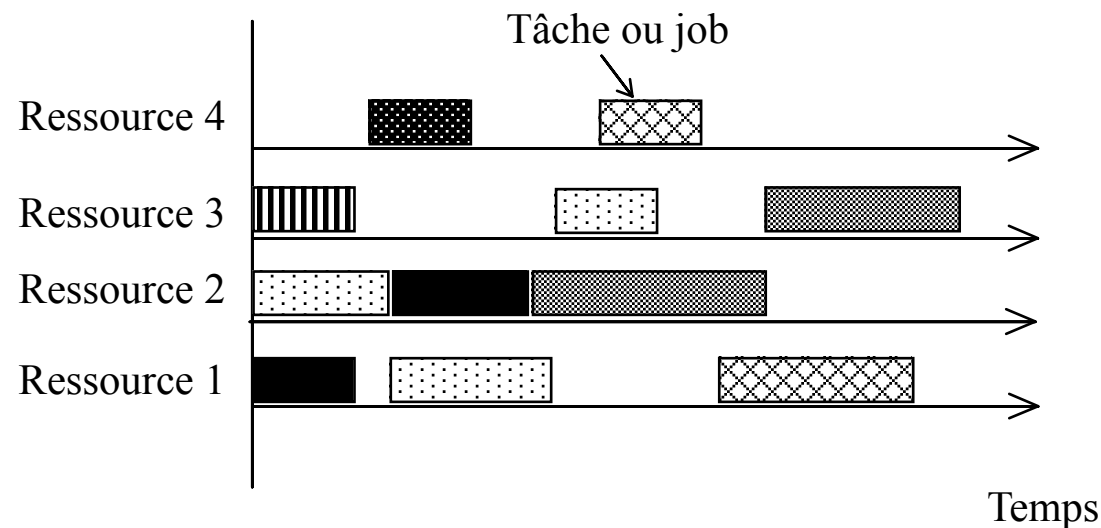
- Caractérisation :
 - Tâches : ?
 - Ressources : M_j (capacité) et $R(M_j)$ topologie réseau
- Problème :

On dispose d'un réseau $R_j(M_j)$, calcul de sa meilleure utilisation (flot saturant)
- Domaines d'application :
 - Electricité, Chimie, distribution d'eau,...




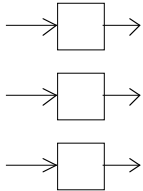
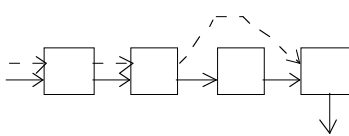
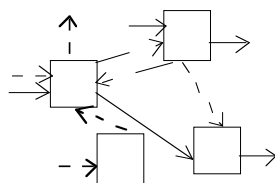
Ordonnancement d'atelier $R(\theta, M)$

- Problème général : n tâches à accomplir, m ressources
- Existe t-il des manières préférentielles pour les réaliser ?



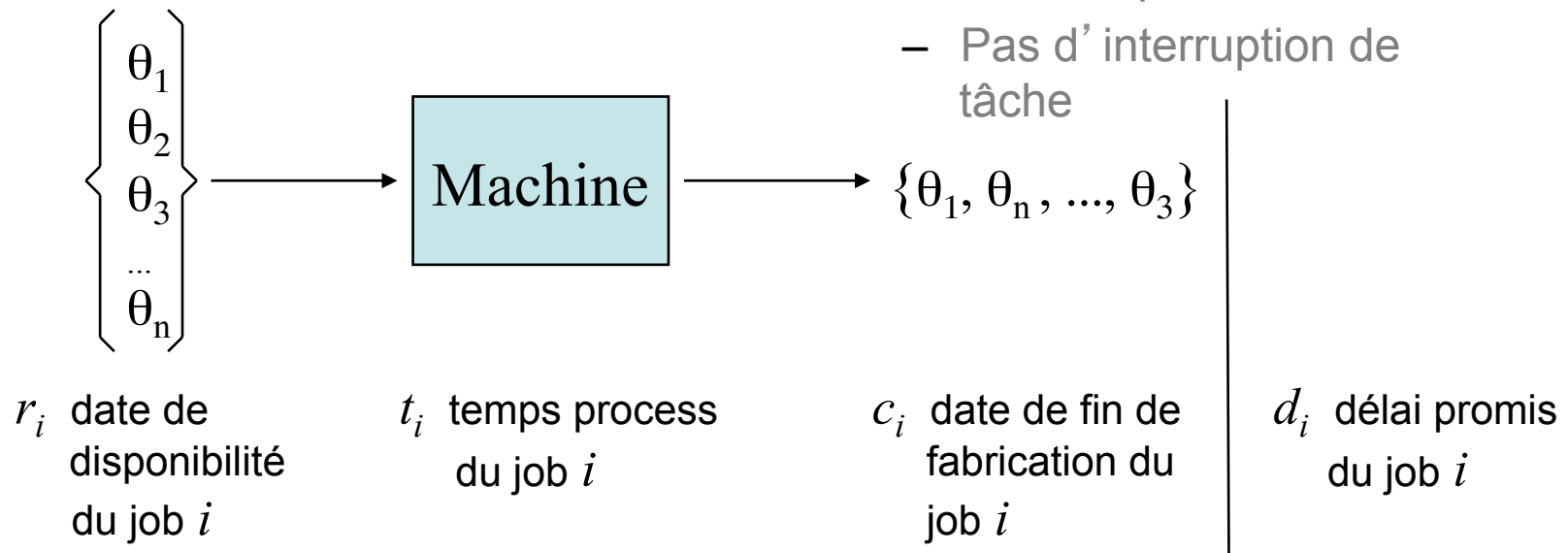
- Diagramme de Gantt (1900)

Ordonnancement d'atelier

	1 machine	m machines		
Type	-	Parallèle	Flow shop	Job shop
Figures				
Caract.	Industrie lourde	Moyens standards	Grande série (gamme unique)	Petite et moy. séries Gammes \neq
	Complexité croissante →			
Cas	- Photocopieuse - Float (verre)	- caisses (supermaché) - tissage (textile)	- ligne d'assemblage automobile - biens de consom.	- mécanique - aéronautique - PME

Ordonnancement d'une machine : le séquençement

- Hypothèses :
 - n tâches (jobs) disponibles à $t = 0$
 - Pas d'arrêt machine tant qu'il y a du travail
- Notations :
 - Temps d'exécution connus
 - Temps de changement de fabrication indépendants de la séquence
 - Pas d'interruption de tâche



Mesure du temps de passage dans le système (flow time)

- Importance : réactivité & niveau d' en-cours
- Définition pour une opération i

- Flow time (temps de cycle) :

$$F_i = c_i - r_i$$

- Caractérisation globale

- Temps de cycle moyen :

$$\bar{F} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F_i$$

- Temps de cycle maxi :

$$F_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} (F_i)$$

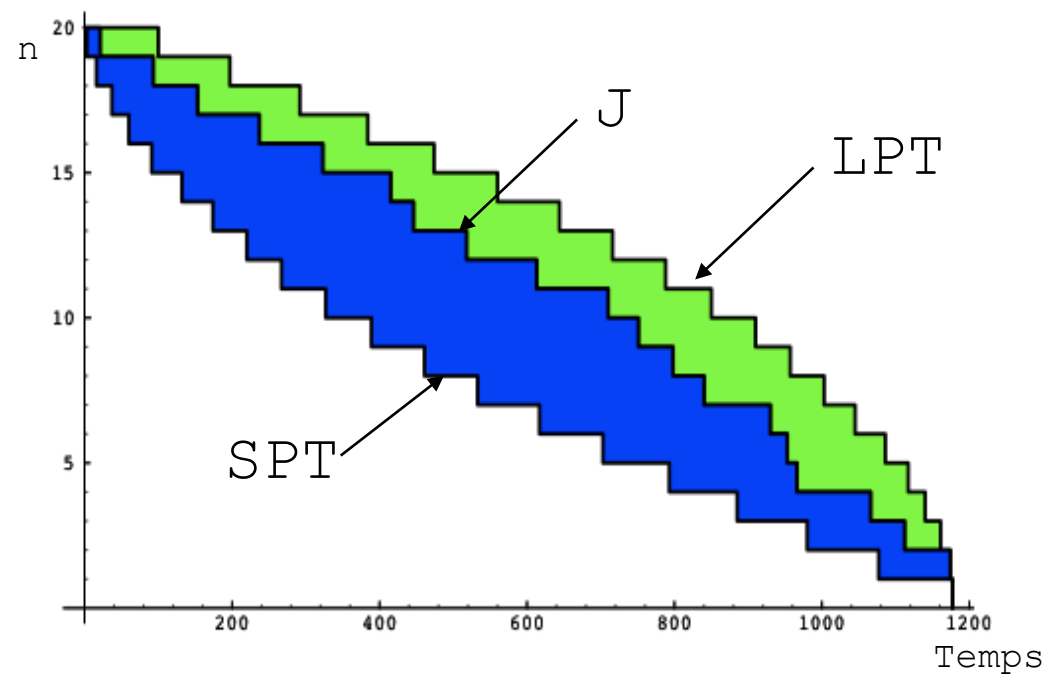
- ...

Résultat sur le critère $\min(\bar{F})$

- Problème combinatoire : $n!$
- Théorème :
 - Si $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ alors on a le minimum de \bar{F}
- Illustration ($n=20$)

$J = \{21, 72, 60, 84, 86, 92, 31, 72, 95, 97, 41, 47, 42, 90, 23, 13, 100, 46, 62, 3\}$

$$20! = 2,4 \cdot 10^{18}$$



Exemple de critères de retard

- Importance majeure : respect des délais
- Définitions pour une opération i
 - Retard algébrique (lateness) : $L_i = c_i - d_i$
 - Retard réel (tardiness) : $T_i = \max(0, L_i)$

- Caractérisation globale

- Retard algébrique moyen :

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n L_j$$

- Retard réel moyen :

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_j$$

- Nombre de retards :

$$N_T = \sum_{j=1}^n \delta(L_j); \quad \begin{cases} \delta(x) = 1 \text{ si } x > 0 \\ \delta(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

- ...

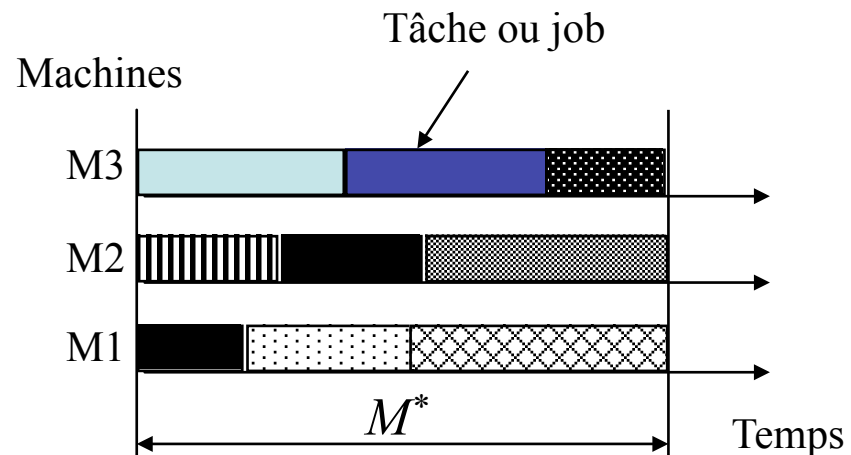
Résultats / critères usuels (1 machine)

Critère	Algorithme constructif (opt.=*)	Règle
$\text{Min}(\bar{F})$	$t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ *	SPT
$\text{Min}(\bar{L})$	idem car $\bar{L} = \bar{F} - \bar{D}$ *	SPT
$\text{Min}(L_{\max})$	$d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$ *	EDD
$\text{Max}(L_{\min})$	$d_1 - t_1 \leq d_2 - t_2 \leq \dots \leq d_n - t_n$ *	MST
$\text{Min}(T_{\max})$	$d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$ *	EDD
$\text{Min}(N_T)$	Hodgson (EDD puis l'algorithme)*	Ø
Cas général	Heuristique ou optimisation	Ø

L'ordonnancement de machines en parallèle (séquencement et allocation)

- Le temps de production M (makespan)
- On a n travaux sur m machines en $// [n, m, //, M]$
- Minimisation du makespan (M^*)
 - Hypothèses : préemption possible et machines identiques

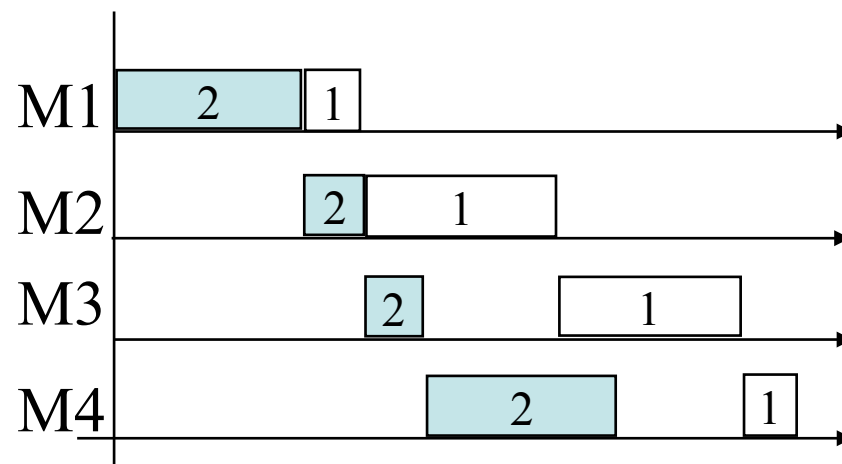
$$M^* = \max \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n t_j, \max_j [t_j] \right\}$$



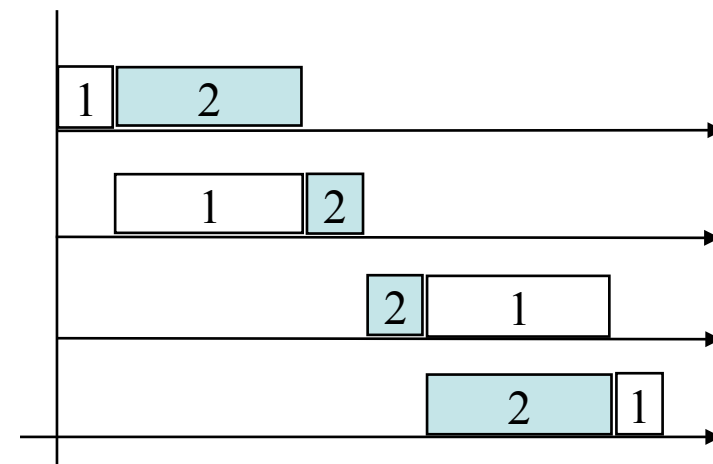
L'ordonnancement en Flow Shop (m séquençements)

$[n, m, F, C]$

- Problème combinatoire : $(n!)^m$
- Degrés de liberté supplémentaires :
attentes possible des machines lors de
permutations de tâches



(a) ordo. sans attente



(b) ordo. avec attente

Cas général du flow shop

Combinatoire : $[10,10,F,C] \Rightarrow 3,95 \cdot 10^{65}!$

- Méthodes de résolution

- Optimisation :

- Qualité de la solution / difficulté d'obtention
 - Difficultés de l'approche : des contraintes antagonistes...

- Heuristiques :

- Application des règles SPT,...
 - Réactif
 - Pro actif

Méthodes de résolution du problème $[n, m, J, C]$



- Optimisation
 - Problème très difficile
 - Techniques
 - Séparation et évaluation progressives (MIP)
 - Recuit simulé,
 - Génétique,...
 - Applications : réservées à quelques équipements lourds

Méthodes de résolution du problème $[n, m, J, C]$

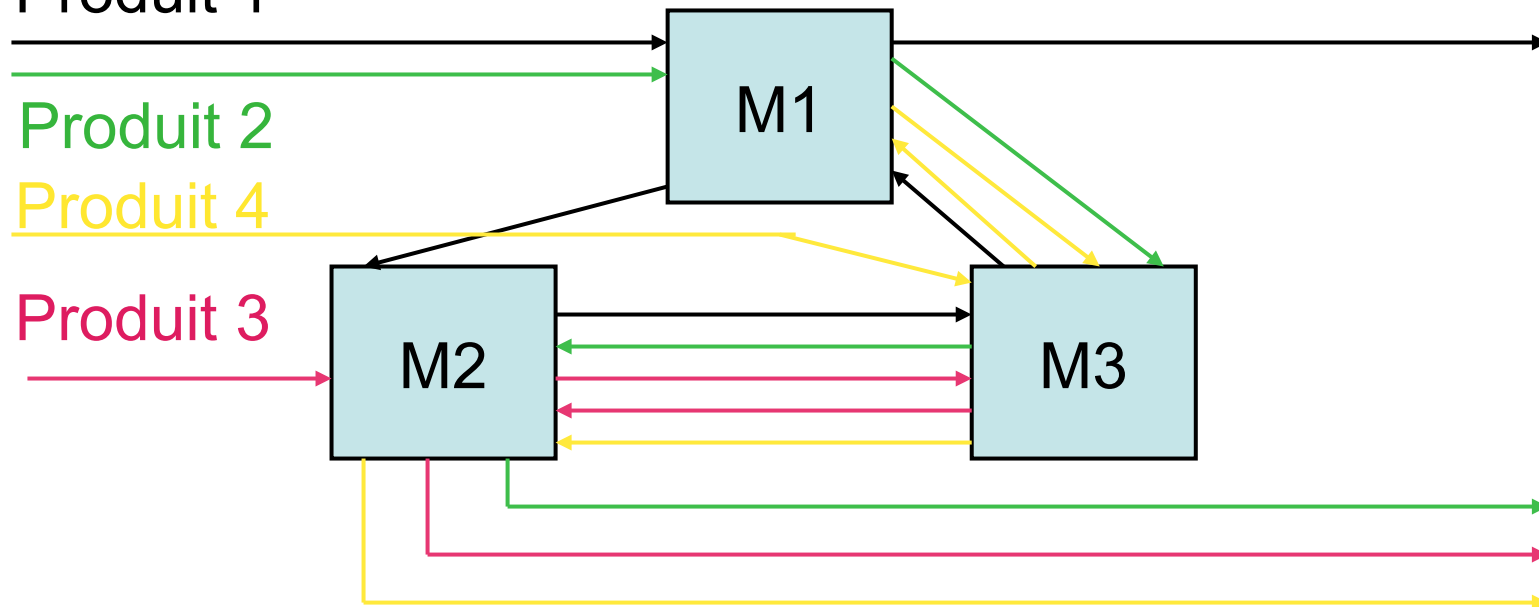


- Ordonnancement réactif par règles de priorité
- Les faits
 - Il existe quelques solutions optimales dans le cas d'une ou deux machines / hypothèses / critère
 - Il n'existe pas de solution générale : NP difficile
 - Principe des règles heuristiques :
on applique ces règles optimales / une machine à un ensemble de machines
- Ambition : trouver un résultat satisfaisant / contraintes dans temps limité

Exemple d'un ordonnancement réactif par règles de priorité

- Soit un atelier en « Job shop » de 3 machines

Produit 1



Les données de l'exemple

- 8 produits

- Délais en heure

Produit 1 (36) Produit 2 (33) Produit 3 (49) Produit 4 (34)
Produit 5 (66) Produit 6 (68) Produit 7 (60) Produit 8 (63)

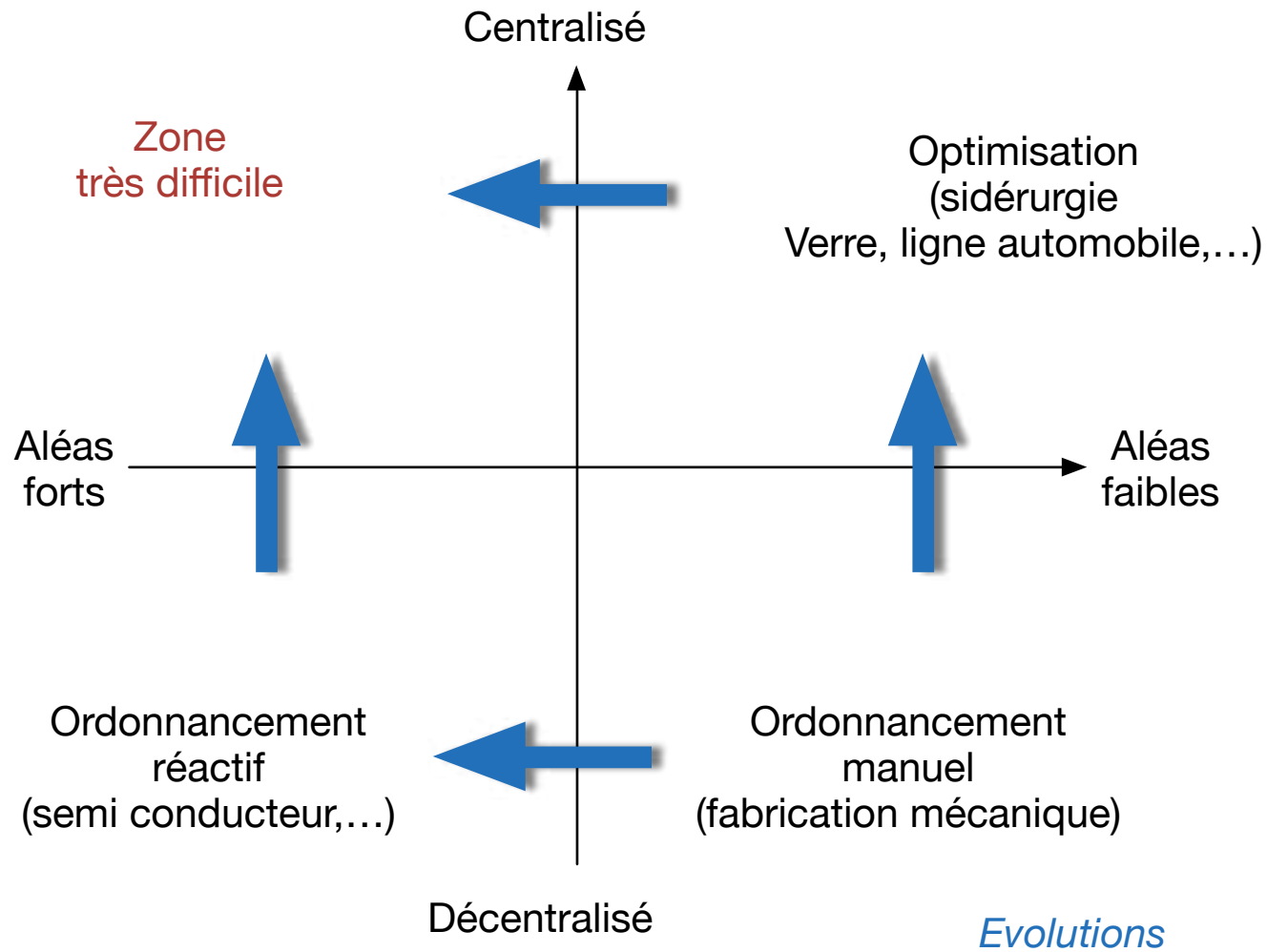
Gamme

<i>Produit</i>	Op 1		Op 2		Op 3		Op 4		Op 5	
	Machine	Tps	Machine	Tps	Machine	Tps	Machine	Tps	Machine	Tps
<i>Pdt 1</i>	M1	10	M2	3	M3	8	M1	2		
<i>Pdt 2</i>	M1	3	M3	10	M2	5				
<i>Pdt 3</i>	M2	9	M3	1	M2	2				
<i>Pdt 4</i>	M3	5	M1	4	M3	3	M2	5		
<i>Pdt 5</i>	M1	8	M3	4	M1	8				
<i>Pdt 6</i>	M2	5	M3	7	M1	2	M2	7		
<i>Pdt 7</i>	M3	7	M1	3	M2	2	M3	4	M1	1
<i>Pdt 8</i>	M1	4	M2	6						

Des résultats de l'exemple

	EDD	SPT	FIFO	...
Utilisation	78%	90%	90%	
Retard maxi	0	15	16	
# retard	0	2	2	
L moyen	-16	-17	-14	
F moyen	37,5	35,8	39,37	
<i>MakeSpan</i>	59	51	51	
...				

Utilisation des outils d'ordonnancement



La pratique de l'ordonnancement en atelier



- Important pour le délai et son respect
 - Un temps d'attente des articles important : 80% du temps de production (flow time).
- Un processus dynamique
 - Des nombreux aléas : pannes, commandes urgentes,... => perturbations de la solution
- La pratique courante : des règles de priorité sauf industrie lourde
- Des outils d'analyse :
 - Taux d'utilisation des machines
 - Niveaux d'en-cours
 - Histogrammes "avance/retard"

Conclusion

- Un problème extrêmement complexe
- Des résultats théoriques limités mais...
- ...qui constituent des outils pour construire les ordonnancements en atelier
- Des critères de performance antagonistes
- Mise en œuvre d'un compromis en liaison avec les outils de planification
- Dans un contexte soumis aux aléas!