Instituto Tecnológico de Costa Rica Escuela de Computación

Programa de Especialidad en Ciencias de los Datos Curso: Matemática para Ciencias de los Datos

Profesor: M. Sc. Saúl Calderón Ramírez

QUIZ 2

Entrega: Domingo 23 de Mayo, a través del TEC digital Debe subir un *pdf* con la respuesta,

junto con el documento lyx, en archivo .zip.

Valor: 100 pts.
Puntos Obtenidos: _____

Nota: _____

Nombre del (la) estudiante: ___Steven Jimenez____

Carné: 201229730 (steven.jimenez.bustamante@gmail.com)

1. **(100 pts)** Calcule el cambio en el vector de pesos $\Delta \vec{w}(t)$, usado para actualizar el vector de pesos, según el **algoritmo del descenso del gradiente**, con la ecuación:

$$\overrightarrow{w}\left(t+1\right) = \overrightarrow{w}\left(t\right) + \Delta\overrightarrow{w}\left(t\right)$$

para la siguiente función:

$$E\left(\overrightarrow{w}\left(t\right)\right) = -\sum_{i=1}^{n} y_{i} \ln\left(w_{i}\left(t\right)\right)$$

donde $\overrightarrow{w}(t) \in \mathbb{R}^n$, y recuerde que $\overrightarrow{w}(t) = [w_1(t), \dots w_i(t), \dots, w_n(t)]^T$. El vector $\overrightarrow{y} \in \mathbb{R}^n$ es un vector de constantes conocidas: $\overrightarrow{y} = [y_1, \dots y_i, \dots, y_n]^T$. Exprese el resultado detallando los valores de los componentes del vector resultante.

Solución

$$E\left(\overrightarrow{w}\left(t\right)\right) = -\sum_{i=1}^{n} y_{i} \ln\left(w_{i}\left(t\right)\right) = -\left[y_{1} \ln\left(w_{1}\left(t\right)\right) + y_{2} \ln\left(w_{2}\left(t\right)\right) + \dots + y_{n} \ln\left(w_{n}\left(t\right)\right)\right]$$

$$\nabla_{\overrightarrow{w}(t)} E(\overrightarrow{w}(t)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial [-[y_1 \ln(w_1(t)) + y_2 \ln(w_2(t)) + \dots + y_n \ln(w_n(t))]]}{\partial w_1} \\ \frac{\partial [-[y_1 \ln(w_1(t)) + y_2 \ln(w_2(t)) + \dots + y_n \ln(w_n(t))]]}{\partial w_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial [-[y_1 \ln(w_1(t)) + y_2 \ln(w_2(t)) + \dots + y_n \ln(w_n(t))]]}{\partial w_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_1 \frac{1}{w_1(t)} w_1'(t) \\ -y_2 \frac{1}{w_2(t)} w_2'(t) \\ \vdots \\ -y_n \frac{1}{w_n(t)} w_n'(t) \end{bmatrix}$$

Cambio en el vector de pesos $\Delta \overrightarrow{w} (t)$

Cambio en el vector de pesos
$$\Delta w\left(t\right)$$

$$\Delta \overrightarrow{w}\left(t\right) = \nabla_{\overrightarrow{w}\left(t\right)} E\left(\overrightarrow{w}\left(t\right)\right) = \begin{bmatrix} -y_1 \frac{1}{w_1(t)} w_1'\left(t\right) \\ -y_2 \frac{1}{w_2(t)} w_2'\left(t\right) \\ \vdots \\ -y_n \frac{1}{w_n(t)} w_n'\left(t\right) \end{bmatrix}$$