Tarea 2 – DSP

Estudiante: Steven Jimenez Bustamante

Empresa: Boston Scientific

Correo: steven.jimenezbustamante@bsci.com

Github: https://github.com/stevenjimbus/DSP-curso-TEC

Ejercicio 1

Calcule el alias positivo de la frecuencia f = 0,2 mas próximo a ella y muestre gráficamente que ambas frecuencias son equivalentes en una misma figura.

Solución:

Para calcular el alias de una frecuencia me basé en la siguiente teoría de libro:

Equivalencia de frecuencias en sinusoides discretos

Considérese de nuevo la señal sinusoidal $\cos(\omega_0 n + \theta)$. Es fácil de obtener que:

$$\cos((\omega_0 + 2\pi)n + \theta) = \cos(\omega_0 n + 2\pi n + \theta) = \cos(\omega_0 n + \theta)$$

por lo que todas las secuencias sinusoidales

$$x_k(n) = A\cos(\omega_k n + \theta), \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

con

$$\omega_k = \omega_0 + 2k\pi$$

son idénticas. Por otro lado, las secuencias de cualesquiera dos señales sinusoidales discretas con frecuencias en el rango $-\pi \leq \omega \leq \pi$ (ó $-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2}$) son diferentes. Combinando los resultados anteriores se obtiene que cualquier secuencia sinusoidal de frecuencia $|\omega| > \pi$ (ó $|f| > \frac{1}{2}$) tiene una señal equivalente con $|\omega| \leq \pi$ (ó $|f| \leq \frac{1}{2}$). A las frecuencias $|\omega| \leq \pi$ (ó $|f| \leq \frac{1}{2}$) se les considera *frecuencias fundamentales* y a las frecuencias $|\omega| > \pi$ (ó $|f| > \frac{1}{2}$) se les denomina *alias*.

$$w_k = w_0 + 2k\pi$$

si

$$w_k = 2\pi f_k$$

$$w_0 = 2\pi f_0$$

Se obtiene que

$$2\pi f_k = 2\pi f_0 + 2\pi k$$

donde **f_k = frecuencia normalizada Alias y f_0 = frecuencia normalizada fundamental**

Simplificando se obtiene que

$$f_k = f_0 + k$$

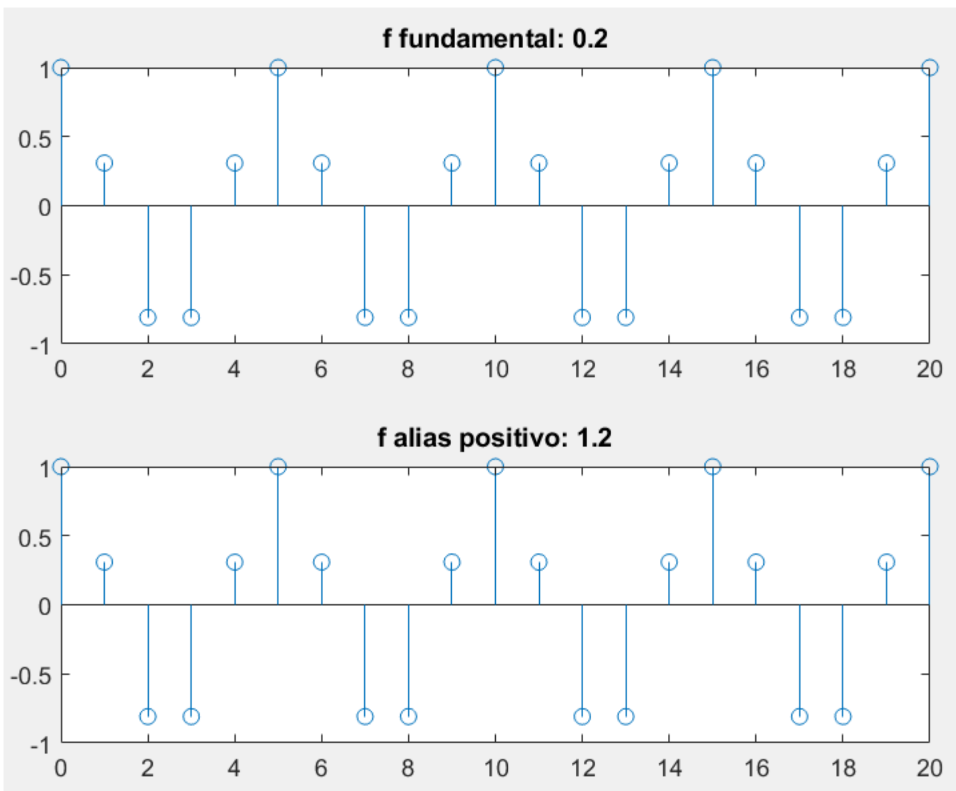
Para k = 0, 1, 2, 3...

Por esta razón se demuestra que las frecuencias Alias se diferencian de la frecuencia fundamental normalizada en 'tractos' unitarios, definidos por la variable *k*

F_fundamental = 0.2 = $\frac{1}{5}$

F_alias_positivo = F_fundamental + 1 = 1.2

<u>En la siguiente imagen se muestra gráficamente que ambas frecuencias son equivalentes.</u>



Ejercicio 2

Realice una función que sobreponga una señal senoidal en tiempo continuo con una frecuencia dada F con un numero de muestras tomadas con un periodo de muestreo N y que ademas sobreponga el k-esimo alias discreto. En otras palabras, la entrada a la función son tres argumentos: la frecuencia de la senal senoidal en tiempo continuo F, el periodo de muestreo T_s (o la frecuencia de muestreo si lo desea F_s) y el k para el numero de alias.

La manera para descubrir cual es la frecuencia de muestreo del k-ésimo alias.

Partiendo de la ecuación del ejercicio pasado:

$$f_k = f_0 + k$$

donde

$$f_k = \frac{F}{F_K} \quad \text{y} \quad f_0 = \frac{F}{F_0}$$

$$F : Frecuencia\ de\ señal\ analógica$$

$$F_K : Frecuencia\ de\ muestreo\ del\ k - esimo\ alias\ de\ F_0 :$$

$$F_0 : Frecuencia\ fundamental\ de\ muestreo$$

Por lo que

$$\frac{F}{F_k} = \frac{F}{F_0} + k$$

Despejando F_K se obtiene:

$$F_k = \frac{F}{k + \frac{F}{F_0}}$$

Por dar un ejemplo:

Para una señal analógica senoidal con frecuencia F = 0.5, donde la frecuencia fundamental de muestreo se define como $F_0 = 8$. Si de desea obtener la frecuencia de muestreo del k-esimo elemento, para k = 1, se obtendria que:

$$F_1 = \frac{0.5}{1 + \frac{0.5}{8}} = \frac{8}{17} \approx 0.4706$$

Para demostrar este evento de manera gráfica, se desarrolló una función en matlab donde

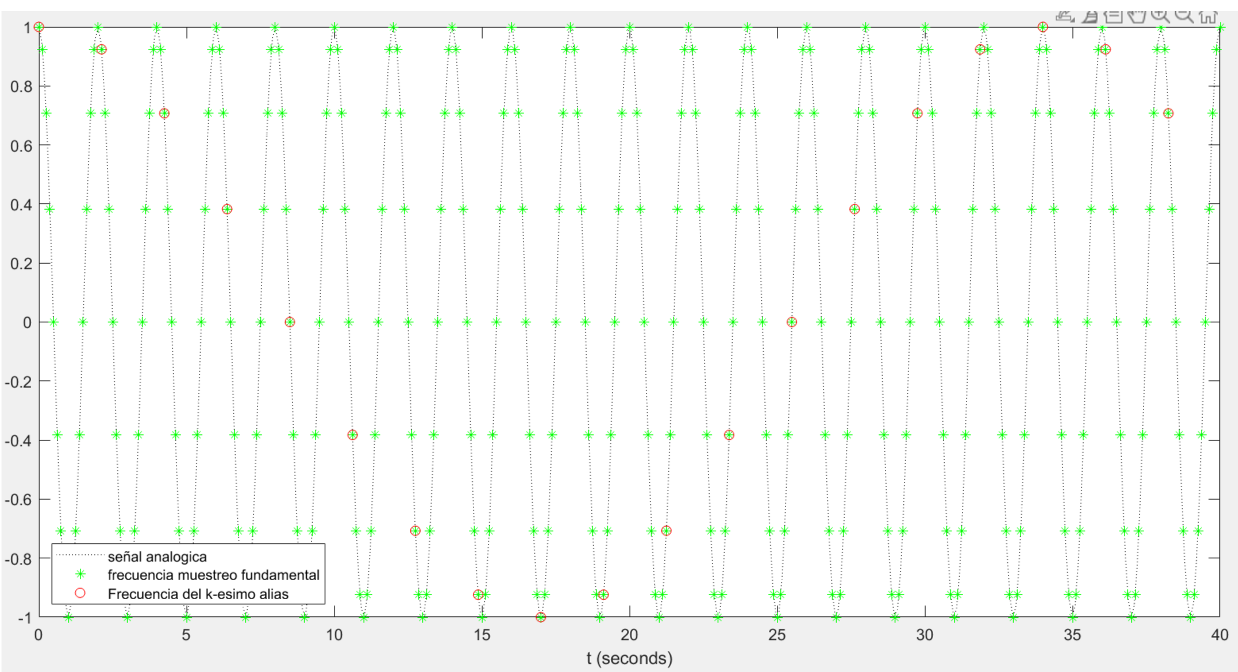
Tarea02_ejercicio2(F, F_0,k)

```
>> Tarea02_ejercicio2(.5,8,1)

Fk =

    0.4706


Tk =

    2.1250
```

Utilizando la función de matlab se obtiene que para F = 0.5, F_0 = 8, k =1

$$F_1 = 0.4706$$

La siguiente gráfica sobrepone una señal senoidal en tiempo continuo con una frecuencia dada F (color negro punteado), la frecuencia de muestreo fundamental (color verde) y el k-esimo alias discreto (color rojo).



Ejercicio 3

Escriba una función que sintetice y reproduzca una señal en la cual se genere un tono con frecuencia F en Hz y todos sus armónicos del espectro audible (BW = 22 kHz) a dicha frecuencia. Un armónico son aquellos múltiplos enteros de F ($F_n = nF \rightarrow n \in Z +$). Tanto el tono principal como sus armónicos tendrán una duración de 4 segundos cada uno y deberán reproducirse en forma continua. La idea es que la señal sea sintetizada de forma completa como un único vector que al final sea reproducido a través de alguna función disponible en Matlab u Octave con el fin de escucharla en el computador

Ejecutar la siguiente función para escuchar un tono con F = 5000 Hz. (Abrir archivo de matlab)

```
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> Tarea02_ejercicio3(5000)

str =

    'Cantidad de armonicos generado para F = 5000 Hz :      4 '

fx >> |
```