气球内部有质量为的气体，压强为，满足理想气体状态方程，此时气球半径为，薄膜厚度为。假设薄膜由不可压缩材料组成。气体内部充气并等温膨胀，最终气体质量为,求此时气球内部压强，及气球半径。

初始状态下，根据平衡条件可知：



得



由初始状态下的气体状态方程得：



是气体体积，是气体常数，是气体的绝对温度。

由于采用不可压缩材料，薄膜材料的总体积为是一常数。假设线弹性的本构关系，此时薄膜的面应变能为



是弹性模量。

## 等温充气

等温充气之后，气体状态方程为



充气过程认为是准静态过程，气体对外做功为



薄膜应变能的变化为：



由能量守恒可知：



由于薄膜为不可压缩材料，故可知：



考虑微元过程：





由于



将带入式并化简可得：



由积分可得



即



可以化为





再由气体状态方程



式可变为



最后可得



## 热膨胀

假若气球内气体质量不变，而温度的变化也可以导致内部压强和体积的变化

易知仍然适用，而式需变为



最后可得

