

Analisis SIR Model untuk Pandemi COVID-19 di Kota Depok bulan Juli 2020 dengan Metode Runge-Kutta Orde 4

Steven Wijaya Lim – 2306215122, Alika Humaira – 2306161196, Hana Nabila Tanjung – 23066161006, Lony Dewinta Anggraeni – 2306260795, Muhammad Faiz Dzaky Budiman – 2306217986

Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Indonesia
Depok, Jawa Barat 16436

Model SIR merupakan sebuah pemodelan matematis yang kerap digunakan untuk menganalisis penyebaran penyakit menular seperti COVID-19. Model SIR dengan metode Runge-Kutta Orde 4 dipilih untuk memprediksi perubahan jumlah individu dalam masing-masing kategori SIR dari waktu ke waktu dan dikomparasikan dengan data empiris yang diperoleh sekaligus menunjukkan bahwa model ini representatif terhadap evolusi penyebaran penyakit secara umum.

PENDAHULUAN

Dalam konteks model matematis terkait penyakit menular, terdapat sebuah asumsi utama yang mengatakan bahwa populasi dapat dibagi ke dalam beberapa jenis yang berbeda yang didefinisikan berdasarkan status penyakit. Model paling sederhana dikemukakan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927, yang mana ia mengelompokkannya menjadi *susceptible* (S), *infected* (I), dan *recovered* (R). Model ini dikenal sebagai *SIR Model*. Model SIR biasanya ditulis menggunakan persamaan diferensial biasa (*ODE*) non linier yang saling terkopel (Ross, 2013).

Mayoritas ilmuwan dan peneliti menggunakan model SIR sebagai pendekatan matematis yang cukup efektif dalam memprediksi penyebaran penyakit menular, salah satu contohnya adalah saat mengamati tingkat infektivitas COVID-19 beberapa tahun yang lalu. Model matematis seperti model SIR ini sangat diperlukan dalam memprediksi transmisi penyakit, tingkat pemulihan, angka kematian, dan berbagai faktor lainnya secara terpisah untuk wilayah tertentu dengan variasi jumlah kasus COVID-19 tertentu (Iskandar & Tiong, 2022).

Seperti yang diketahui bersama, pandemi COVID-19 merupakan sebuah tantangan besar bagi semua negara di seluruh dunia, termasuk Indonesia. Indonesia sendiri mengalami beberapa kali lonjakan kasus. Hingga Februari 2022, Indonesia mencatat lebih dari 5,5 juta kasus yang terkonfirmasi serta hampir 148.000 kasus kematian. Kasus positif yang terkonfirmasi pun juga tidak merata di beberapa wilayah yang lebih padat penduduk seperti provinsi DKI Jakarta, Jawa Barat, dan Jawa Timur (Akhtar, 2022). Karena itu diperlukan pendekatan khusus serta pertimbangan karakteristik lokal dalam penanganannya. Belum lagi cakupan vaksinasi yang belum merata serta faktor sosial budaya yang juga

mempengaruhi efektivitas kebijakan dalam pengendalian pandemi itu sendiri. Di Jawa Barat sendiri, jika ditinjau lebih lanjut, persebaran kasus antar kota dan kabupatennya juga cukup beragam. Salah satu wilayah yang cukup representatif terkait keberagaman ini adalah Kota Depok. Depok memiliki kepadatan penduduk dan mobilitas penduduk yang cukup tinggi. Selain itu, Kota Depok berbatasan langsung dengan DKI Jakarta yang merupakan ibukota sekaligus pusat dari kegiatan masyarakat. Hal ini tentu menjadi salah satu faktor persebaran COVID-19 di Kota Depok memiliki pola yang berbeda dibandingkan wilayah lainnya (Amelia, dkk., 2022).

Oleh karena itu, pandemi COVID-19 di Kota Depok dapat dijadikan sebagai sampel yang representatif dalam menjelaskan bagaimana model SIR dapat digunakan secara efektif dalam memprediksi berbagai hal terkait penyebaran penyakit dan pandemi itu sendiri. sekaligus membuktikan bahwa model SIR dapat digunakan untuk menangani pandemi di daerah dengan kompleksitas yang cukup tinggi.

TEORI DASAR

Untuk memahami penyebaran penyakit seperti COVID-19, Pendekatan yang umum digunakan adalah model *Susceptible-Infected-Recovered* (SIR). Model ini mengelompokkan populasi menjadi tiga bagian utama, yakni rentan tertular (S), individu yang sedang terinfeksi dan berkemungkinan menularkan (I), dan Individu pulih (R). Model SIR merepresentasikan perubahan jumlah populasi pada masing-masing kompartemen melalui sistem persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equations*, ODE). Persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\frac{ds}{dt} = -\beta SI, \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

Dimana β sebagai laju infeksi dan γ adalah laju kesembuhan. Ketiga persamaan ini menunjukkan bahwa individu berpindah kelompok S ke I karena infeksi, lalu dari I ke R setelah pemulihan. Total populasi dianggap konstan, yaitu $N = S + I + R$, dan tidak memperhitungkan kelahiran, kematian alami, atau migrasi selama periode pengamatan (Faris, 2020).

Konsep penting dalam model ini adalah angka reproduksi dasar, $R_0 = \beta/\gamma$, yang menyatakan jumlah rata-rata kasus baru yang ditimbulkan oleh satu individu terinfeksi dalam populasi yang sepenuhnya rentan. Jika $R_0 > 1$, maka wabah dapat menyebar secara luas. Sebaliknya, jika $R_0 < 1$, maka wabah akan mereda. Ketika $R_0S > 1$ jumlah terinfeksi akan meningkat, dan akan mencapai puncaknya saat $R_0S = 1$, sebelum akhirnya menurun hingga nol. (Faris, 2020).

Model SIR juga dapat dimodifikasi untuk memasukkan faktor demografi seperti kelahiran dan kematian alami. Dalam model SIR dengan demografi, ditambahkan parameter μ sebagai laju kelahiran perkapita. Sistem persamaannya menjadi:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta SI - \mu S, \quad (4)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I - \mu I, \quad (5)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R \quad (6)$$

Dengan adanya mortalitas alami, periode infeksi menjadi lebih pendek, sehingga nilai R_0 juga akan menurun. Dengan memasukan demografi, hasil simulasi menjadi lebih realistik terutama untuk jangka panjang (Kousar et al.).

Untuk memperoleh solusi numerik dari sistem ODE di atas, digunakan metode Runge-Kutta orde keempat (RK4), yang merupakan salah satu metode eksplisit paling terkenal dalam analisis diferensial. Metode ini diperkenalkan oleh Carl Runge dan Wilhelm Kutta, dan dirancang untuk memberikan estimasi solusi dengan akurasi lebih tinggi dibanding metode Euler (Iskandar dan Tiong, 2022). Secara teknis, RK4 bekerja dengan menghitung empat pendekatan kemiringan (*slope*) dalam setiap interval waktu:

$$k_1 = f(t, y) \quad (7)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_1 \Delta t}{2}\right) \quad (8)$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{k_2 \Delta t}{2}\right) \quad (9)$$

$$k_4 = f(t_n + \Delta t, y_n + k_3 \Delta t) \quad (10)$$

Masing-masing kemiringan mewakili laju perubahan pada titik waktu tertentu dalam satu langkah iterasi. Estimasi nilai fungsi pada waktu berikutnya kemudian dihitung sebagai rata-rata tertimbang dari keempat kemiringan tersebut.

Solusi hampiran di titik t_{n+1} dihitung sebagai:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \quad (11)$$

Dalam konteks model SIR, metode ini digunakan untuk menghitung nilai pendekatan dari $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$ secara berurutan tiap langkah waktu, menggunakan sistem persamaan diferensial yang telah ditentukan. Keunggulan utama dari RK4 dibandingkan metode Euler adalah tingkat akurasi dan stabilitas numeriknya, terutama untuk simulasi jangka panjang atau dengan ukuran langkah waktu (Δt) yang lebih besar. (Iskandar dan Tiong, 2022).

METODE NUMERIK

Dalam menganalisis kasus COVID-19 di Kota Depok pada bulan Juli 2020, model SIR yang digunakan adalah model dasar tanpa komponen demografi. Model ini dikembangkan berdasarkan data harian kasus terkonfirmasi positif COVID-19 di Jawa Barat, yang bersumber dari Open Data Jabar Provinsi khususnya pada kota Depok. Data tersebut kemudian diolah untuk memperoleh estimasi jumlah individu *Susceptible* ($S(t)$), *Infectious* ($I(t)$), dan *Recovered* ($R(t)$) sebagai variabel utama dalam pemodelan. Hasil ekstrak data tersebut sebagai berikut.

Tabel 1. Tabel Data *Susceptible* $S(t)$, *Infectious* $I(t)$, *Recovered* $R(t)$ untuk kasus COVID-19 di Kota Depok pada bulan Juli 2020.

Sumber: [Open Data Jawa Barat, 2020](#)

Tanggal	S(t)	I(t)	R(t)
1 July 2020	1.709	323	468
2 July 2020	1.691	339	470
3 July 2020	1.688	340	472
4 July 2020	1.682	342	476

5 July 2020	1.682	336	482
6 July 2020	1.680	338	482
7 July 2020	1.676	340	484
8 July 2020	1.671	344	485
9 July 2020	1.666	334	500
10 July 2020	1.660	324	516
11 July 2020	1.651	333	516
12 July 2020	1.648	334	518
13 July 2020	1.628	352	520
14 July 2020	1.605	374	521
15 July 2020	1.600	343	557
16 July 2020	1.590	344	566
17 July 2020	1.579	348	573
18 July 2020	1.568	355	577
19 July 2020	1.561	362	577
20 July 2020	1.517	344	639
21 July 2020	1.452	395	653
22 July 2020	1.424	419	657
23 July 2020	1.410	433	657
24 July 2020	1.404	436	660
25 July 2020	1.397	423	680
26 July 2020	1.392	421	687
27 July 2020	1.385	322	793
28 July 2020	1.372	196	932
29 July 2020	1.357	211	932
30 July 2020	1.324	232	944
31 July 2020	1.286	270	944

Data tersebut menggunakan sampling total populasi sebanyak 2500 orang yang diasumsikan konstan. Berdasarkan data tersebut, didapatkan bahwa untuk kondisi awal masing-masing *Susceptible* ($S(t)$), *Infectious* ($I(t)$), dan *Recovered* ($R(t)$) sebagai berikut.

$$S(1) = 1709 \text{ jiwa} \quad (12)$$

$$I(1) = 323 \text{ jiwa} \quad (13)$$

$$R(1) = 468 \text{ jiwa} \quad (14)$$

Pada pemodelan SIR, dibutuhkan juga laju infeksi dan laju kesembuhan untuk kasus Covid-19 tersebut. Dari persamaan diferensial model SIR kita dapat

modifikasi untuk mendapatkan laju infeksi β dan laju kesembuhan γ . Tinjau persamaan diferensial untuk *Susceptible* terhadap waktu berikut.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (15)$$

$$\beta(t) = \frac{S(t+1)-S(t)}{S(t)I(t)} \quad (16)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{T} \sum \beta(t) \quad (17)$$

Dengan T adalah total data yaitu sebanyak 31 dan sumasi berjalan dari 1 sampai T . Dengan demikian kita dapat laju infeksi rata-rata. Dengan cara serupa kita dapatkan untuk laju kesembuhan rata rata-rata dengan meninjau persamaan diferensial untuk *Recovered* terhadap waktu berikut.

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (18)$$

$$\gamma(t) = \frac{R(t+1)-R(t)}{I(t)} \quad (19)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{T} \sum \gamma(t) \quad (20)$$

Berdasarkan analisis tersebut dan dengan data kasus pada tabel 1.1, didapatkan laju infeksi rata-rata serta laju kesembuhan rata-rata sebagai berikut.

$$\bar{\beta} = 0.000025 \text{ hari}^{-1} \quad (21)$$

$$\bar{\gamma} = 0.05 \text{ hari}^{-1} \quad (22)$$

Untuk memodelkan COVID-19 di Kota Depok pada bulan Juli 2020 dalam model SIR, digunakan metode Runge-Kutta orde 4 untuk mendapatkan hasil yang presisi sehingga kita dapat melakukan prediksi dengan lebih akurat sebagai dasar dalam pencegahan atau tindakan preventif yang lebih efektif. Algoritma untuk menyelesaikan model SIR dengan metode Runge-Kutta orde 4 menggunakan perangkat lunak GNU OCTAVE sebagai berikut.

Definisikan parameter fisik dan juga parameter numerik berdasarkan data kasus yang diberikan pada tabel 1.1.

$t0 = 0.0$; % nilai waktu t awal (hari)

$tn = 250.0$; % nilai waktu t akhir (hari)

$S0 = 1709$; % kondisi awal untuk susceptible

$I0 = 323$; % kondisi awal untuk infectious

$R0 = 468$; % kondisi awal untuk recovered

$\betaeta = 0.000025$; % laju infeksi

$\gammagamma = 0.05$; % laju recovery

Mendefinisikan parameter numerik dan juga menyatakan S, I, dan R sebagai matriks 0 yang kemudian akan diisi pada algoritma Runge-Kutta.

```
ndata = 1000;
```

```
S = zeros(ndata,1);
```

```
S(1) = S0;
```

```
I = zeros(ndata,1);
```

```
I(1) = I0;
```

```
R = zeros(ndata,1);
```

```
R(1) = R0;
```

```
t = linspace(t0, tn, ndata);
```

```
h = t(2)-t(1);
```

Definisikan fungsi untuk *Susceptible*, *Infected*, *Recovered* yang menyatakan persamaan diferensial untuk masing-masing kondisi sebagai berikut.

```
sus = @(t,S,I) -βSI;
```

```
infect = @(t,S,I) βSI - γI;
```

```
recov = @(t,I) γI;
```

Terapkan metode Runge-Kutta dengan mengiterasikan k untuk masing-masing *Susceptible*, *Infected*, *Recovered* sebagai berikut.

```
for i = 1:ndata-1
```

```
kS1 = sus(t(i),S(i), I(i));
```

```
kI1 = infect(t(i),S(i), I(i));
```

```
kR1 = recov(t(i), I(i));
```

```
kS2 = sus(t(i)+0.5*h, S(i)+0.5*h*kS1, I(i)+0.5*h*kI1);
```

```
kI2 = infect(t(i)+0.5*h, S(i)+0.5*h*kS1, I(i)+0.5*h*kI1);
```

```
kR2 = recov(t(i)+0.5*h, I(i)+0.5*h*kI1);
```

```
kS3 = sus(t(i)+0.5*h, S(i)+0.5*h*kS2, I(i)+0.5*h*kI2);
```

```
kI3 = infect(t(i)+0.5*h, S(i)+0.5*h*kS2, I(i)+0.5*h*kI2);
```

```
kR3 = recov(t(i)+0.5*h, I(i)+0.5*h*kI2);
```

```
kS4 = sus(t(i)+h, S(i)+h*kS3, I(i)+h*kI3);
```

```
kI4 = infect(t(i)+h, S(i)+h*kS3, I(i)+h*kI3);
```

```
kR4 = recov(t(i)+h, I(i)+h*kI3);
```

```
S(i+1)=S(i)+(1/6)*h*(kS1+2*kS2+2*kS3+kS4);
```

```
I(i+1)=I(i)+(1/6)*h*(kI1+2*kI2+2*kI3+kI4);
```

```
R(i+1)=R(i)+(1/6)*h*(kR1+2*kR2+2*kR3+kR4);
```

```
endfor.
```

Membaca data pada tabel dalam format file CSV dan mengekstrak x (S), y (I), dan z (R) sebagai berikut.

```
file = 'Data COVID-19 Kota Depok (Juli 2020).csv';
```

```
a = dlmread(file);
```

```
tdat = 1:31;
```

```
x = a(:, 1);
```

```
y = a(:, 2);
```

```
z = a(:, 3);
```

Hasil dapat dilihat dengan melakukan plot S(t), R(t), I(t) sebagai fungsi waktu. Bersama dengan plot tersebut, dilakukan juga plot berupa scattering untuk data pada Tabel 1.1 dari hasil ekstraksi data pada file CSV.

```
figure(1)
```

```
plot(tdat, x, 'x', 'MarkerEdgeColor', 'r', 'LineWidth', 0.5);
hold on;
```

```
plot(tdat, y, 'x', 'MarkerEdgeColor', 'g', 'LineWidth', 0.5);
```

```
plot(tdat, z, 'x', 'MarkerEdgeColor', 'b', 'LineWidth', 0.5);
```

```
plot(t, S, 'r', 'LineWidth', 1);
```

```
plot(t, I, 'g', 'LineWidth', 1);
```

```
plot(t, R, 'b', 'LineWidth', 1);
```

```
hold off;
```

```
legend('S (data)', 'I (data)', 'R (data)', 'S (model)', 'I (model)', 'R (model)', 'FontSize', 10.5);
```

```
xlabel('Waktu (Hari)', 'FontSize', 12)
```

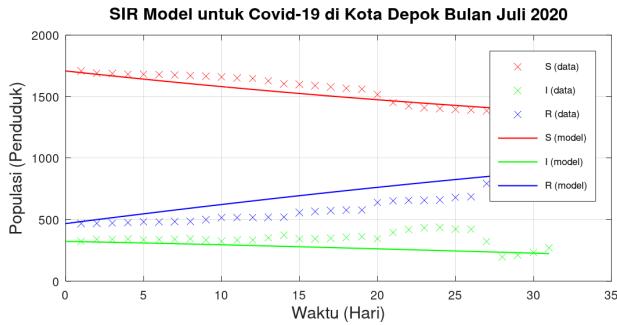
```
ylabel('Populasi (Penduduk)', 'FontSize', 12)
```

```
title('SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020', 'FontSize', 12)
```

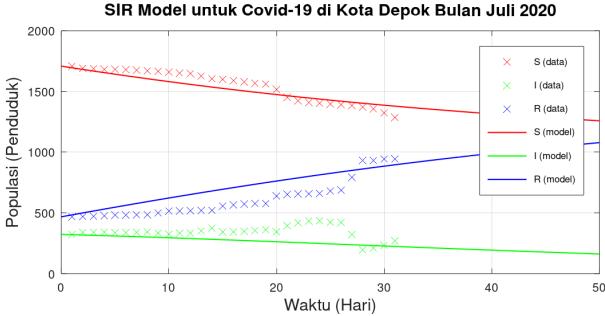
```
grid on
```

HASIL

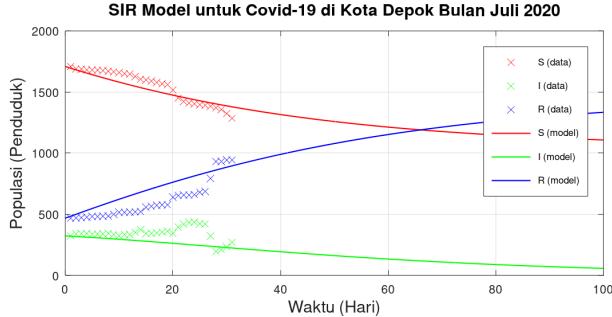
Dengan metode numerik, kita dapatkan grafik Populasi vs Waktu untuk masing-masing *Susceptible* S(t), *Infected* I(t), *Recovered* R(t). Dengan metode numerik Runge-Kutta Orde 4, kita dapatkan model SIR yang lebih akurat dan presisi. Hasil yang diberikan dapat digunakan untuk memodelkan atau memprediksi tren kasus pada hari-hari berikutnya. Sebagai dasar pengambilan kebijakan kesehatan masyarakat, simulasi pemodelan SIR selama 31 hari diberikan pada Grafik 1, selama 50 hari pada Grafik 2, selama 100 hari pada Grafik 3, selama 150 hari pada Grafik 4, selama 200 hari pada Grafik 5, dan selama 250 hari pada Grafik 6 sebagai berikut.



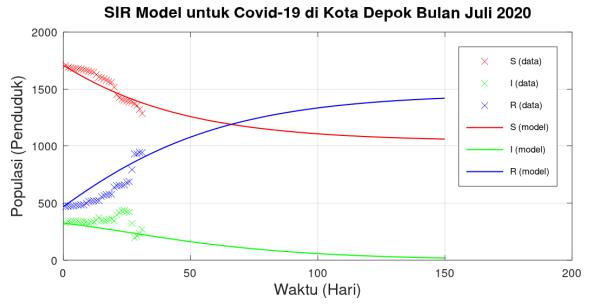
Grafik 1. SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020 Selama 31 Hari



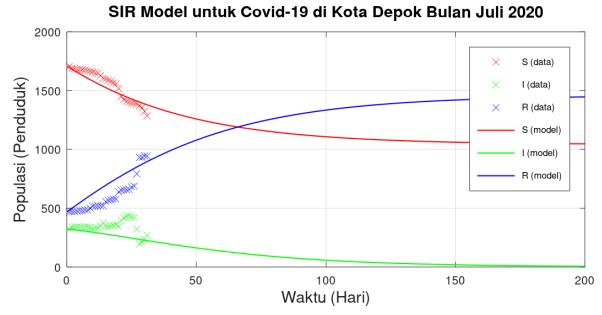
Grafik 2. SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020 Selama 50 Hari



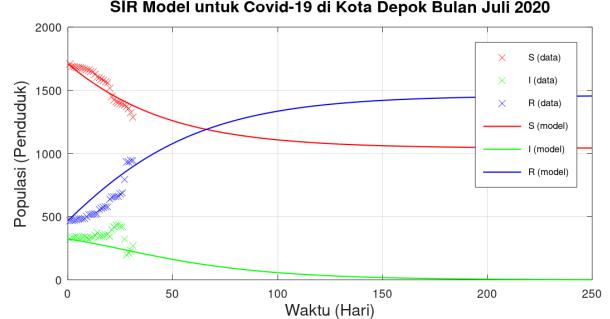
Grafik 3. SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020 Selama 100 Hari



Grafik 4. SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020 Selama 150 Hari



Grafik 5. SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020 Selama 200 Hari



Grafik 6. SIR Model untuk Covid-19 di Kota Depok Bulan Juli 2020 Selama 250 Hari

PEMBAHASAN

Dalam menganalisis penyebaran penyakit menular COVID-19 di Kota Depok pada bulan Juli 2020, model SIR diaplikasikan sebagai pendekatan numerik yang ideal berbasis metode Runge-Kutta orde ke-4 (RK4), sehingga dapat memahami bagaimana jumlah individu sebagai variabel terikat dalam setiap kategori *Susceptible-Infected-Recovered* (SIR) berubah dari hari ke har sebagai variabel bebas, dan bagaimana hasil simulasi tersebut dapat dikomparasi dengan data empiris sesuai pada Tabel 1. Hasil simulasi disajikan dalam bentuk grafik dengan keterangan:

- Garis berwarna merah sebagai prediksi model dengan jumlah individu yang rentan

- terkena penyakit dan silang berwarna merah sebagai data empiris hasil perhitungan selisih antara total populasi model dengan jumlah I dan R dari data;
- Garis berwarna hijau sebagai prediksi model dengan jumlah individu yang terinfeksi aktif dan silang berwarna hijau sebagai data empiris kasus aktif berdasarkan laporan harian; dan
- Garis berwarna biru sebagai prediksi model dengan jumlah individu yang telah pulih dan silang berwarna biru sebagai data empiris hasil akumulasi individu sembuh.

Pada simulasi pertama yang disajikan melalui Grafik 1, tampak bahwa populasi (S) yang diawali dengan jumlah penduduk sebanyak 1709 orang berangsurn turun seiring waktu, baik pada model maupun data empiris. Namun, perbedaan yang signifikan dapat terlihat pada model yang menampilkan grafik menurun secara linear dan tampak lebih curam, sedangkan data empiris tampak lebih landai, tapi tidak turun secara konsisten. Hal ini dapat didefinisikan bahwa model memprediksi lebih sedikit penduduk yang terinfeksi setiap harinya dibandingkan melalui data empiris yang tercatat. Perbedaan dapat terjadi akibat asumsi yang digunakan pada model menganggap laju infeksi tetap konstan selama periode waktu tertentu. Namun demikian, model dapat diasumsikan sudah cukup sesuai dalam merepresentasikan tren data empiris yang terhimpun secara langsung tiap harinya. Kemudian, pada jumlah penduduk yang terinfeksi aktif (I) yang diawali sebanyak 323 orang, terjadi fluktuasi pada data empiris, dengan peningkatan terbesar terjadi pada pertengahan bulan Juli dan perlahan menurun pada akhir bulan. Sementara itu, model menunjukkan garis yang menurun secara linear dan bertahap seiring waktu. Perbedaan yang terjadi antara model dan data mengindikasikan bahwa model SIR dengan asumsi laju terinfeksi aktif yang konstan, kurang dapat mendekati fluktuasi pada data empiris. Hal ini dapat terjadi akibat pada kondisi nyata, faktor eksternal seperti adanya klaster baru, perubahan perilaku masyarakat, dan lain sebagainya. Namun demikian, model masih dapat diasumsikan cukup sesuai dalam merepresentasikan tren data empiris karena masih dalam kisaran data empiris yang terhimpun secara langsung tiap harinya. Lalu, pada jumlah penduduk yang kembali sehat (R), yang diawali sebanyak 468 orang, baik pada model maupun data empiris menunjukkan korelasi yang beriringan, di mana tren tampak meningkat seiring waktu. Perbedaan yang dapat diamati terjadi pada model yang meningkat secara linear dan konstan, sehingga dapat diartikan bahwa model memprediksi

jumlah penduduk yang kembali sehat lebih cepat per harinya dibandingkan data empiris. Data empiris menunjukkan peningkatan yang lebih lambat, ditandai dengan banyaknya titik berwarna biru yang berada di bawah garis model. Hal ini dapat disebabkan akibat model yang menggunakan asumsi numerik konstan dan faktor eksternal yang terjadi pada kehidupan nyata, seperti pola hidup yang berubah, kewaspadaan yang lebih meningkat, dan lain sebagainya. Selain itu, kondisi penduduk yang kembali sehat dapat mengindikasikan kekebalan akan infeksi telah terbentuk. Sehingga, model tetap dapat diasumsikan cukup sesuai dengan kondisi data empiris.

Pada simulasi kedua yang disajikan melalui Grafik 2 dengan rentang waktu yang bertambah menjadi 50 hari pasca tanggal 1 Juli 2020, tampak bahwa model memprediksi jumlah penduduk dengan kondisi rentan terinfeksi (S) akan terus mengalami penurunan secara linear dan konstan seiring waktu, hingga mencapai sekitar 1200 orang pada hari ke-50. Apabila ditinjau kembali pada jumlah penduduk di awal periode waktu, yakni 1700 orang, sekitar 500 orang diprediksi akan berpindah status dari rentan menuju terinfeksi. Penurunan jumlah penduduk yang linear dan konstan terus menjadi asumsi dari model SIR tanpa mengindahkan adanya asumsi faktor eksternal seperti yang terjadi pada data empiris. Kemudian, pada kondisi terinfeksi aktif (I), model terus melanjutkan penurunan secara linear dan konstan, seperti yang terjadi pada kondisi simulasi sebelumnya. Berdasarkan prediksi model, penduduk yang terinfeksi secara aktif akan mengalami penurunan hingga sekitar 100 orang di hari ke-50. Hal ini mengindikasikan bahwa laju infeksi mulai melambat seiring waktu, akibat banyak penduduk yang telah pulih. Sehingga, model tanpa asumsi faktor eksternal dapat dijadikan tolak ukur yang cukup realistik. Meskipun demikian, apabila kembali pada acuan simulasi pertama, tren ini bisa saja menunjukkan hasil yang tidak terlalu optimal karena tidak mengindahkan kondisi fluktuatif pada pertengahan bulan Juli sebelumnya. Apabila asumsi faktor eksternal diterapkan, seperti pelonggaran peraturan, pola hidup sehat, narasi negatif atau *hoax* terkait penyakit menyebar di kalangan penduduk, tidak menutup kemungkinan sepanjang hari menuju hari ke-50, akan terdapat peningkatan penduduk rentan berikutnya. Lalu, pada penduduk dengan kondisi yang kembali sehat (R), model memprediksi bahwa jumlah penduduk akan terus mengalami peningkatan kondisi sehat seiring waktu, sekitar 1100 orang pada hari ke-50. Hal ini juga mengindikasikan bahwa pada hari ke-50, telah tercapai sebanyak lebih dari 50% penduduk kembali

sehat dan berpotensi terbentuknya kekebalan tubuh akan infeksi yang lebih banyak dibanding hari sebelumnya.

Pada simulasi ketiga yang disajikan melalui Grafik 3 dengan rentang waktu yang bertambah menjadi 100 Hari pasca tanggal 1 Juli 2020, tampak bahwa model kembali memprediksi jumlah penduduk dengan kondisi rentan terinfeksi (S) semakin mengalami penurunan yang melambat seiring waktu. Di mana, populasi penduduk dengan kondisi rentan terinfeksi pada hari ke-100 berkisar 1100 orang, semakin mengalami penurunan dari jumlah penduduk pada simulasi pertama. Hal ini mengindikasikan bahwa sejumlah 600 orang dari jumlah penurunan berada pada kondisi berikutnya, yakni penduduk terinfeksi hingga periode hari ke-100. Sedangkan, penurunan jumlah penduduk yang rentan terinfeksi juga dapat disebabkan karena semakin meningkatnya jumlah penduduk yang telah pulih (R) dan semakin sedikit penduduk yang terinfeksi (I), sehingga resiko penularan dapat menurun akibat semakin sedikit interaksi yang terjadi antara penduduk yang telah pulih dengan kekebalan tubuh yang telah terbentuk dan dengan penduduk yang masih terinfeksi. Kemudian, lebih lanjut pada kondisi penduduk terinfeksi (I), model memprediksi bahwa penduduk dengan kondisi terinfeksi aktif mengalami penurunan drastis hingga mendekati nol. Prediksi menunjukkan bahwa pandemi Covid-19 akan segera berakhir pada hari ke-100. Namun demikian, prediksi model SIR yang digunakan tetap pada asumsi ideal dan numerik yang konstan, sehingga tidak mempertimbangkan adanya faktor eksternal seperti yang terjadi pada data empiris, misalnya terjadi mutasi varian virus baru, pola hidup penduduk, dan lain sebagainya. Lalu, untuk penduduk dengan kondisi pulih (R), model memprediksi bahwa akan terjadi peningkatan pesat pada tren, sekitar 1400 penduduk berada pada kondisi pulih pada hari ke-100. Hal ini mengindikasikan bahwa semakin banyak penduduk yang telah melewati fase terinfeksi dan kembali pulih. Lebih lanjut, pada simulasi ketiga tampak bahwa sekitar hari ke 65 – 70, terdapat perpotongan garis model (S) dan model (R), yang mengindikasikan rentang waktu di mana akan lebih banyak penduduk yang telah pulih dan kebal terhadap penyakit dibanding penduduk dengan kondisi rentan dan berkemungkinan tertular.

Pada simulasi keempat yang disajikan melalui Grafik 4 dengan rentang waktu yang bertambah menjadi 150 Hari pasca tanggal 1 Juli 2020, tampak bahwa model kembali memprediksi jumlah penduduk dengan kondisi rentan terinfeksi (S) yang terus menurun, dengan perlahan-lahan tren menunjukkan model yang

mendekati titik jenuh. Dengan perkiraan sekitar 1100 orang pada hari ke-100, model memprediksi bahwa pada hari ke-150 sekitar 1050 orang berada pada kondisi rentan terinfeksi, yang mengindikasikan bahwa akumulasi penduduk yang berpotensi rentan terinfeksi menunjukkan nilai yang hampir konstan pada akhir waktu simulasi, akibat tidak ada lagi penularan yang signifikan terjadi. Kemudian, untuk penduduk dengan kondisi terinfeksi (I), model memprediksi bahwa jumlah penduduk semakin mendekati nol secara alami sesuai dengan asumsi model yang berpacuan pada operasi numerik konstan, hal ini mengindikasikan bahwa hampir semua populasi yang berpotensi tertular sudah pernah terinfeksi, sehingga penduduk dalam kondisi ini mulai berhenti bertambah. Namun demikian, pemodelan yang digunakan tidak mengindahkan faktor eksternal yang dapat terjadi di kehidupan nyata, seperti kemungkinan adanya mutasi baru, pelonggaran peraturan, pola hidup penduduk selama karantina, dan lain sebagainya. Lalu, untuk penduduk pada kondisi telah pulih (R), jumlah penduduk yang berada pada kondisi ini sekitar 1400 orang, yang jumlahnya mulai mendekati jumlah awal penduduk yang rentan terhadap penyakit. Hal ini dapat mengindikasikan bahwa telah selesainya pandemi yang dimodelkan oleh model SIR pada hari ke-150, karena penduduk telah kembali pulih dan penduduk dengan kondisi rentan dan tidak pernah tertular (S), tetapi cukup banyak hingga asumsi hari ke-150, yang mengindikasikan bahwa tidak semua penduduk harus terinfeksi agar pandemi dapat berakhir.

Pada simulasi kelima dan keenam yang disajikan melalui Grafik 5 dan Grafik 6 dengan rentang waktu yang bertambah menjadi 200 sampai 250 Hari pasca tanggal 1 Juli 2020, jumlah penduduk yang mengalami kondisi rentan (S), mulai menunjukkan perubahan tren yang stabil, di mana jumlah penduduk hampir tidak berubah dari nilai di hari ke-200, sekitar 1050 orang. Hal ini mengindikasikan bahwa proses penularan penyakit sudah jauh berkurang dan melambat, di mana sebagian besar penduduk juga telah berpindah pada kondisi pulih (R). Kemudian, tren jumlah penduduk yang terinfeksi (I), sudah semakin menuju nol pada hari ke-250, menandakan bahwa tidak terjadi kembali kasus penduduk terinfeksi aktif pada model. Hal ini mengindikasikan bahwa pandemi sudah berakhir menurut pemodelan serta asumsi numerik yang tetap dijaga konstan, sehingga tidak terdapat lagi penduduk yang dapat menularkan virus COVID-19. Terakhir, pada tren jumlah penduduk yang telah pulih (R), pada periode waktu 200 hingga 250 hari pasca 1 Juli 2020, tampak bahwa jumlah penduduk telah mencapai nilai konstan atau stagnan, sekitar 1400 orang. Hal ini

mengindikasikan bahwa model memprediksi mayoritas penduduk telah kembali pulih sesuai dengan jumlah awal penduduk rentan pada simulasi pertama. Tidak terjadi pertambahan jumlah penduduk pulih juga diakibatkan karena hampir tidak ada lagi penduduk yang tertular atau terinfeksi untuk pindah ke kondisi pulih. Sehingga, dapat dikatakan bahwa pandemi diprediksi akan selesai pada hari ke-250 pasca tanggal 1 Juli 2020 atau sekitar delapan bulan durasi waktu, tanpa mengindahkan faktor eksternal yang dapat terjadi pada tren terinfeksi.

KESIMPULAN

Berdasarkan pemodelan matematis menggunakan model SIR dengan metode numerik Runge-Kutta orde 4 (RK4), diperoleh bahwa model ini cukup efektif dalam merepresentasikan dinamika penyebaran COVID-19 di Kota Depok selama bulan Juli 2020. Model berhasil menggambarkan tren umum penurunan jumlah individu yang rentan tertular (S), individu yang sedang terinfeksi dan berkemungkinan menularkan (I), serta peningkatan jumlah individu yang pulih (R) seiring waktu.

Meskipun terjadi deviasi antara hasil simulasi dan data empiris, terutama pada fluktuasi jumlah kasus aktif, model ini tetap mampu memberikan estimasi yang cukup akurat terhadap arah perkembangan pandemi. Perbedaan tersebut umumnya disebabkan oleh asumsi model yang menganggap parameter laju infeksi dan pemulihan sebagai konstan serta tidak mempertimbangkan faktor eksternal seperti intervensi kebijakan, mobilitas penduduk, maupun perubahan perilaku masyarakat.

Simulasi jangka panjang menunjukkan bahwa pandemi cenderung mereda dalam waktu sekitar 200–250 hari setelah awal Juli 2020, di mana jumlah kasus aktif mendekati nol dan sebagian besar populasi berada dalam kategori telah pulih. Oleh karena itu, model SIR dengan pendekatan RK4 terbukti berguna sebagai alat analisis prediktif dalam memahami penyebaran penyakit menular serta membantu pengambilan keputusan dalam penanganan pandemi di wilayah dengan karakteristik kompleks seperti Kota Depok.

REFERENSI

1. Akhtar, R. (2022). *Coronavirus (COVID-19) Outbreaks, Vaccination, Politics and Society: The Continuing Challenge*. In *Coronavirus (COVID-19) Outbreaks, Vaccination, Politics and Society: the Continuing Challenge*. Springer International Publishing.
<https://doi.org/10.1007/978-3-031-09432-3>
2. Amelia, T., Helmi, R., Yunis, T., & Wahyono, M. (2022). 4 | P a g e *Probabilitas Kumulatif Survival Vaksin Covid-19 pada Populasi di Kota Depok Tahun 2021 Cumulative Probability of Vaccine Covid-19 Survival in the Population of Depok 2021*.
3. Faris, W. G. (2021). *The SIR model of an epidemic*.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2104.12029>
4. Iskandar, D., & Chee Tiong, O. (2022). *The Application of Runge Kutta Fourth Order Method in SIR Model for simulation of COVID-19 Cases* (Vol. 10).
5. Jurnal Matematika Thales (JMT). (2018). *Model Berbasis SIR dalam Prediksi Awal Penyebaran Covid-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) (Sir-Based Model in Predicting the Early Outbreak of Covid-19 in the Special Region of Yogyakarta (DIY))*.
6. Kousar, N., Mahmood, R., & Ghalib, M. (n.d.). *A Numerical Study of SIR Epidemic Model. International Journal of Sciences: Basic and Applied Research*.
<http://gssrr.org/index.php?journal=JournalOfBasicAndApplied>
7. Weiss Sir Ronald Ross, H. (2013). *The SIR model and the Foundations of Public Health*. 17(3), pp. www.mat.uab.cat/matmat
8. Provinsi Jawa Barat. (2020). Open Data Jawa Barat. [Online]. <https://opendata.jabarprov.go.id> (Diakses: 9 Juni 2025).