

波束形成算法研究

Research on Beamforming Algorithms

学科专业：信息与通信工程

研 究 生：张震宇

指导教师：王安国 教授

天津大学电子信息工程学院

二零一六年十一月

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作和取得的成果，除了文中特别加以标注和致谢之处外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得 天津大学 或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

学位论文作者签名: 签字日期: 年 月 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 天津大学 有关保留、使用学位论文的规定。特授权 天津大学 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，并采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编以供查阅和借阅。同意学校向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘。

（保密的学位论文在解密后适用本授权说明）

学位论文作者签名：_____ 导师签名：_____

签字日期：_____年_____月_____日 签字日期：_____年_____月_____日

摘要

波束形成是阵列信号处理领域的一个重要的研究内容，在无线通信、雷达信号处理、水声信号处理、语音信号处理、医疗成像、太空无线电等领域具有广泛的应用。在众多自适应波束形成的算法中，最小方差无失真响应（MVDR）波束形成算法由于具有良好的性能、灵活的表达形式而备受研究者青睐。但传统的最小方差无失真响应波束形成算法依赖一些对阵型、信号模型等的假设，实际应用中，往往因误差的存在使最小方差无失真响应波束形成器性能下降严重。因此，增强最小方差无失真响应波束形成器的稳健性十分必要。根据最小方差无失真响应波束形成器的表达式，直观上对最小方差无失真响应波束形成器的改进大致可以分为两个途径：第一，改进对干扰加噪声协方差的估计；第二，修正期望信号导向矢量。本论文从这两个途径出发，分别提出新的方法以改进传统最小方差无失真响应波束形成器的性能。

针对现有基于协方差矩阵重构算法时间复杂度大的问题，本论文提出了一种基于空域功率谱采样的波束形成方法。该方法基于空域功率谱采样和协方差矩阵锐化技术，能略去干扰加噪声协方差矩阵重构过程中谱估计计算。该方法只需要简单的矩阵运算就能实现干扰加噪声协方差矩阵重构，使得计算复杂度大大降低。仿真结果证明，所提方法与现有基于协方差矩阵的波束形成算法性能接近，但时间复杂度有效减少。

针对现有基于导向矢量矫正的波束形成算法可行域模糊的问题，本论文提出了一种空间交运算的方法实现对信号子空间的精确估计，进而增强波束形成器的稳健性。所提方法估计的信号子空间对导向矢量失配、信号加干扰子空间过估计有很强的稳健性，同时能够用于对期望信号强弱的判别。仿真实验证明，基于这些性质估计的信号子空间有助于减少期望信号导向矢量误差，进而提高几种现有的有代表性的稳健自适应波束形成算法的性能。

关键词：阵列信号处理，波束形成，最小方差无失真响应，协方差矩阵重构，信号子空间估计

ABSTRACT

Beamforming is an important research topic in array signal processing and it has found many applications ranging from wireless communications, radar, sonar, and speech processing, to medical imaging, radio astronomy, etc. Among the art of adaptive beamforming algorithm, minimum-variance-distortionless-response (MVDR) beamforming receives abundant focus due to its good performance and flexible expression. Traditional MVDR beamformer however rely on assumptions of array calibration and signal model, while it suffers great performance degrading as those assumptions usually do not hold practically. Therefore, improving the robustness of MVDR beamformer is necessary. According to the weight function of MVDR beamformer, there are directly two approaches to improve MVDR beamformer. One is to estimate the interference-plus-noise covariance matrix in a better way; the other is to modify the steering vector of desired signal. Based on the two approaches of improving MVDR beamformer, this article proposed one new method for each approach.

To reduce the computational complexity of current method of covariance matrix reconstruction, a new beamformer based on spatial power spectrum sampling is proposed in this thesis. The proposed method utilizes spatial power spectrum sampling and covariance matrix taper technology and can waive the spectrum estimation process in interference-plus-noise covariance matrix reconstruction, and thus greatly reduce the needed computational complexity. Simulation results have demonstrated that the proposed beamformer can achieve a very similar performance to its high-complexity version.

To combat the vagueness of the feasible region in beamformers which are based on modifying the presumed steering vector, an intersection method has been proposed for more effective estimation of the S subspace, and further improves the robustness in beamforming. The new estimation is robust to steering vector mismatch and overestimation of the SI subspace, capable of detecting the relative strength of the desired signal. With these properties, the estimated S subspace can be used to reduce the steering vector mismatch error of the desired signal, which in turn leads to improved beamforming performance for several representative robust adaptive

beamforming methods, as verified by simulation results.

KEY WORDS: Array signal processing, Beamforming, MVDR, Covariance matrix reconstruction, Signal subspace estimation

目录

摘要.....	I
ABSTRACT.....	III
目录.....	V
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景与意义.....	1
1.2 研究历史与现状.....	1
1.3 本论文的主要研究内容与基本结构.....	4
第 2 章 自适应波束形成的基本原理.....	5
2.1 波束形成基础.....	5
2.1.1 阵列模型.....	5
2.1.2 信号模型.....	5
2.1.3 接收信号的二阶统计量.....	7
2.1.4 自适应波束形成系统性能评价.....	8
2.2 最小方差无失真响应波束形成器.....	8
2.3 基于最小方差无失真响应的稳健自适应波束形成算法.....	11
2.3.1 基于特征空间投影的波束形成算法.....	12
2.3.2 基于最差情况最优化的波束形成算法.....	14
2.3.3 基于波达角模糊区间的波束形成算法.....	16
2.3.4 基于干扰加噪声协方差矩阵重构的波束形成算法.....	20
2.3.5 基于对角加载的波束形成算法.....	22
2.4 本章小结.....	23
第 3 章 基于空域功率谱采样的波束形成算法.....	25
3.1 引言.....	25
3.2 算法原理.....	26
3.2.1 导向矢量的选择性与空域功率谱采样公式.....	26
3.2.2 锐化矩阵与干扰加噪声协方差矩阵重构.....	29
3.2.3 基于空域功率谱采样的波束形成算法.....	32
3.3 仿真实验.....	34
3.4 本章小结.....	36

第 4 章 基于信号子空间自适应估计的波束形成算法	37
4.1 引言	37
4.2 算法原理	38
4.3 仿真分析	42
4.4 本章小节	47
第 5 章 总结与展望	49
5.1 总结	49
5.2 展望	50
参考文献	51
攻读硕士期间成果列表	55
致谢	57

第 1 章 绪论

1.1 研究背景与意义

波束形成是阵列信号处理领域的一个重要的研究内容，在无线通信、雷达信号处理、水声信号处理、语音信号处理、医疗成像、太空无线电等领域具有广泛的应用^[1-10]。通过对特定空间分布上的传感器阵列采集到的场（声场、电磁场等）数据进行线性加权组合处理，可以得到一个标量波束输出，这种处理技术被称为波束形成技术。波束形成又分为接收数据的波束形成和发射数据的波束形成，它们统称为波束形成。其主要目标是在特定方向上获得更高的接收（发射）增益。一般所说的波束形成是指接受数据的波束形成。具体地说，波束形成的主要功能包括：形成基阵接收系统的方向性；进行空域滤波，抑制空间干扰与环境噪声，提高接收信噪比；估计信号到达方向，进行多目标分辨；为信号源定位创造条件；为目标识别提供信息等^[11-15]。在无线通信多天线基站建立中，接收和发射的波束形成被用来提供空域分辨力，实现波分复用等通信技术。波分复用就是通过把空域划分成不同的区域，在每个区域里可以独立的使用所有的时间和频率资源，进而实现更大的通信速率。

1.2 研究历史与现状

对阵列信号处理的研究开始于 19 世纪 40 年代，主要分为自适应空域滤波（自适应阵列处理）及空间谱估计技术。从 19 世纪 60 年代开始，自适应阵列信号处理技术获得飞速发展，大致分为三个阶段^[16]：第一阶段起始于 60 年代，主要是自适应波束控制技术和相控阵天线的产生，这些技术旨在将天线方向图的主瓣指向期望信号的方向；第二阶段起始于 70 年代，主要是自适应零陷技术的产生，能够在干扰方向自适应产生零陷；第三阶段起始于 80 年代，主要是空间谱估计技术的提出，代表性的算法是 MUSIC 谱估计和 ESPRIT 谱估计，这类算法是现代谱估计与自适应阵列技术的结合，为阵列信号处理领域的研究开拓了新的思路。

根据所处理的信号带宽大小，波束形成器可分为窄带波束形成器与宽带波束形成器。在窄带波束形成器中，各阵元数据进行加权求和得到输出。通过设计合适的加权值，可以有选择的增强某一指定方向的信号，抑制其它方向到达的信号，

提高输出信噪比。这与时域处理中通过设计有限冲激响应（FIR）滤波器系数，有选择性地使某些频率成分通过，抑制其它频率成分这一处理过程非常相似。因此，波束形成器也被称为空域滤波器。宽带波束形成器的设计通常以窄带波束形成器为基础，首先将接收的宽带信号划分为许多窄带信号，然后对各个窄带信号分别用窄带波束形成器进行波束形成，再将各窄带波束形成器的输出组合，得到宽带波束形成器的输出^[17-19]。

根据权值选择与接收数据是否有关，波束形成可以分为数据独立波束形成（data independent）和统计最优波束形成（statistically optimum beamforming）。数据独立波束形成不依靠接收数据，旨在形成固定模式的响应，例如，Dolph-Chebyshev 波束形成器^[20,21]。

统计最优波束形成基于对接收数据的统计信息，旨在形成最优的阵列响应。通常，统计最优波束形成器能在干扰方向形成零陷以最大化输出信干噪比。经典的统计最优波束形成技术有^[22]：多旁瓣对消器法（multiple sidelobe canceller, MSC），自适应加权附加信道，使之只接收干扰信号，从主信道与附加信道输出相减实现干扰抑制；参考信号法，利用先验信息构建参考信号代替实际信号；基于最大信噪比准则的波束形成；基于最小方差无失真响应（Minimum Variance Distortionless Response, MVDR）的波束形成，也称 Capon 波束形成^[2-7,23,24]；基于线性约束最小方差准则（Linearly Constraint Minimum Variance, LCMV）的波束形成；基于线性约束最小功率准则（Linearly Constraint Minimum Power, LCMP）的波束形成；约束设计法，包括点约束、导数约束、特征值约束等，通过设计约束条件，来控制主瓣宽度、旁瓣水平等；广义旁瓣对消器（Generalized Sidelobe Canceller, GSC），能将一个约束最优化问题转化为无约束最优化问题，具有很高的应用价值。

对波束形成器优劣的评价是从如下几个指标进行：阵增益、稳健性、旁瓣级、主瓣宽度、主瓣响应、频率响应等。低的旁瓣能抑制旁瓣区信号的干扰、降低目标检测虚警概率；窄的主瓣可以提高目标方位分辨率，而宽的主瓣能够提高对观测误差的稳健性；波束形成器的设计需要平衡这几个指标，设计出满足需要的、综合性能最优的波束形成器。

通常，统计最优波束形成器的设计需要假设一些理想的条件。当假设的条件不满足时，其性能将极大下降。比如，在存在导向矢量失配，存在阵列误差，快拍数较少，训练序列中存在理想信号等非理想条件下，经典的 Capon 波束形成器的性能将急剧下降^[25-28]。

为了提高算法的稳健性^[25-28]，使之可以在更加复杂的信号环境中稳健的工作，并加快算法的收敛速度，用更少的快拍达到更好的处理效果，研究者提出了一系

列稳健的波束形成算法：

(1) 基于特征空间的自适应波束形成

为了避免噪声子空间扰动带来的自适应波束形成算法性能下降现象，研究者提出基于特征空间的自适应波束形成技术。其原理是通过去除自适应波束形成加权向量在噪声子空间的分量，而仅保留其在信号子空间的分量，以提高波束形成系统对噪声子空间扰动的稳健性。该方法可以提高系统随训练样本数的收敛性，同时可以在一定程度上克服指向性误差及阵型误差，具有较好的实用性。

(2) 对角加载法

当期望信号存在于训练数据中时，会减慢算法收敛速度，甚至造成“期望信号对消”。为了消除期望信号的影响，一个简单的方法就是对采样协方差矩阵进行对角加载——在采样协方差的对角线上加载一个小量^[26]。对采样协方差矩阵进行对角加载可以看作引入了额外的噪声，实现对协方差矩阵的修正。这在小快拍的情况下尤其有效。当引入的噪声强度合适时，可以弱化期望信号相对能量水平，增加噪声的能量水平，进而实现对“期望信号对消”现象的克服，并实现对旁瓣水平的降低，但可能会引起零陷变浅这个不利现象。对角加载波束形成算法同样可以一定程度上克服由传感器位置误差、指向性误差、信号模型误差引起的期望信号导向矢量的失配。该算法唯一的不足就是在最优加载量的选取上缺乏准确的理论指导。

(3) 线性约束方法

在构建波束形成器的最优化问题中，比如最小方差无失真响应波束形成器，通过增加适当的约束条件，如点约束、区域约束、导数约束等，可以实现对算法性能的细节控制，如对方向图主瓣宽度、方向、形状的控制。但由于增加了约束条件，降低了优化问题的自由度，可能导致算法收敛速度降低，甚至不收敛。

(4) 基于干扰—噪声协方差矩阵重构的波束形成

在期望信号波达区域以外的角度区域，通过对 Capon 空域功率谱估计器进行积分，获得干扰—噪声协方差矩阵的估计，可以有效抑制期望信号能量对自适应波束形成器的性能的影响，提高了稳健性^[29]。但缺点是算法计算量大，采样和积分过程运算量较大，不利于工程使用。

(5) 基于期望信号能量估计和导向矢量校正的波束形成

基于期望信号能量估计和导向矢量校正的波束形成方法^[30]通过对期望信号的能量估计和校正后的导向矢量估计出信号协方差矩阵中期望信号对应的分量，从信号协方差矩阵消去这一分量可以有效抑制期望信号能量对波束形成器性能的影响。

相对于上个世纪，波束形成技术已经有了长足发展，但仍有很多地方值得研

究，很多问题亟需解决。由于工艺误差，所用的天线阵列往往不符合理想条件，这极大的影响波束形成器的性能；由于多径效应和相干干扰存在，波束形成器往往不能很好的抑制干扰，得到理想的输出；在无线通信、太空无线电等领域，大规模阵列的使用需要更快的波束形成算法实时更新权值；在无线通信组网中，不规则的基站、中继节点分布需要更加通用的不规则型波束形成技术；超大规模的多输入多输出（Massive MIMO）技术的发展要求更高效灵活的波束成型技术，等等^[33,34]。

1.3 本论文的主要研究内容与基本结构

本论文通过对现有的波束形成算法进行研究分析，提出了几种新的稳健自适应波束形成算法。具体内容安排如下：

第一章绪论，首先介绍了本文的研究背景和意义，同时总结了已有的研究方法和技術，最后对本文的研究内容和基本结构进行了介绍。

第二章首先介绍了阵列信号处理的基本模型。然后给出最小方差无失真响应波束形成设计准则及经典算法。传统的最小方差无失真响应算法容易因为条件不理想而性能急剧下降，因此第二章最后介绍一些改进的最小方差无失真响应波束形成算法，这些算法使得最小方差无失真响应波束形成器在应对阵型误差、导向矢量失配、样本数量不足等一些不理想情况时的性能明显提升。

第三章针对现有基于协方差矩阵重构算法时间复杂度大的问题，提出了一种基于空域功率谱采样的波束形成方法。该方法基于空域功率谱采样和协方差矩阵锐化技术，能略去干扰加噪声协方差矩阵重构过程中谱估计计算。该方法只需要简单的矩阵运算就能实现干扰加噪声协方差矩阵重构，使得计算复杂度大大降低。仿真结果证明，所提方法与现有基于协方差矩阵的波束形成算法性能接近，但时间复杂度有效减少。

第四章针对现有基于导向矢量矫正的波束形成算法可行域模糊的问题，提出了一种空间交运算的方法实现对信号子空间的精确估计，进而增强波束形成器的稳健性。所提方法估计的信号子空间对导向矢量失配、信号加干扰子空间过估计有很强的稳健性，同时能够用于对期望信号强弱的判别。仿真实验对比了未修正的和用所提算法修正了的几种典型的基于导向矢量矫正的波束形成算法，证明了所提信号子空间估计方法的有效性。

第五章对本文的工作进行了总结与展望。

第 2 章 自适应波束形成的基本原理

本章介绍自适应波束形成的原理与算法设计思路，分三个部分。为便于后续章节的算法原理讨论，本章第一部分介绍阵列信号处理的基本模型。本章第二部分给出最小方差无失真响应波束形成设计准则及经典算法。由于经典的最小方差无失真响应算法容易因为条件不理想而性能急剧下降，本章第三部分介绍了一些改进的最小方差无失真响应波束形成算法，这些算法使得最小方差无失真响应波束形成器在阵型误差、导向矢量失配、样本数量不足等一些不理想情况下的性能有效提升。

2.1 波束形成基础

2.1.1 阵列模型

本论文介绍的波束形成算法均基于均匀间隔的一维线性阵列（后简称均匀线阵），因此这里仅讨论均匀线阵的物理模型。一些常用的阵列如二维圆阵、二维线阵、二维方阵、三维柱形阵及非规则阵列的波束形成可以参考相关文献^[35-39]。

对于阵元个数为 M 的均匀线阵，如图 2-1 所示，阵列上 M 个阵元间隔为半波长。期望信号从角度 θ 处入射，阵列上各阵元接收到的信号分别被复加权，然后求和得到阵列输出。通过找到一组合适的复加权值，使阵列在期望信号方向获得最大的接收增益，即使接收方向图的主瓣对准来波方向并抑制来自其它方向信号，就是自适应波束形成器的设计目标。

2.1.2 信号模型

本论文介绍的波束形成算法均基于入射信号是窄带平面波信号这一假设，宽带信号及非平面波信号的波束形成可以参考相关文献^[35-39]。

对于窄带平面波入射信号，记来波信号为 $r(t)$ ，如图 2-1 所示，以最左边的阵元为参考点，从左往右，后一个阵元接收到的信号比它前一个阵元接收到的信号的相位提前 $2\pi[(\lambda/2)\sin(\theta)]/\lambda = \pi\sin(\theta)$ ，将各阵元接收到的信号排列成向量，即为阵列对输入的平面波的最初响应：

$$[r(t), r(t)\exp(-j\pi\sin(\theta)), \dots, r(t)\exp(-j\pi(M-1)\sin(\theta))] = r(t)\mathbf{d}(\theta), \quad (2-1)$$

其中, $j = \sqrt{-1}$, $\mathbf{d}(\theta) = [1, \exp(-j\pi \sin(\theta)), \dots, \exp(-j(M-1)\pi \sin(\theta))]$ 定义为来波信号的空域导向矢量(steering vector, SV)。信号空域导向矢量完全由阵列形状, 阵元分布决定。

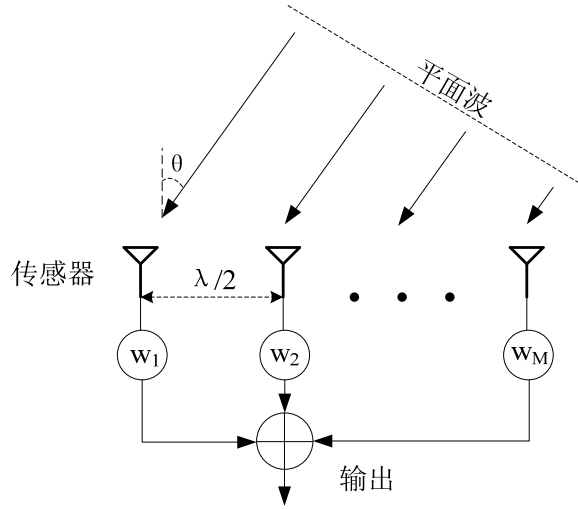


图 2-1 均匀线阵波束形成系统模型

对于有干扰信号存在的情况, 即多个来波信号时, 记期望信号为 $s(t)$, K 个干扰信号为 $i_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, K$ 。另外, 考虑接收机处热噪声的存在, 可以计算出阵列对所有输入信号的响应:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) + \sum_i \mathbf{i}_i(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{i}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (2-2)$$

其中, $\mathbf{s}(t) = s(t)\mathbf{d}(\theta_s)$ 是期望信号在阵列上的响应, θ_s 是期望信号来波方向; $\mathbf{i}_i(t) = i_i(t)\mathbf{d}(\theta_i)$, $i = 1, 2, \dots, K$, 是 K 个干扰信号在阵列上的响应, θ_i 是第 i 干扰信号来波方向; $\mathbf{n}(t)$ 是响应中噪声分量。 $\mathbf{x}(t)$ 的第 m 个元素 $x_m(t)$ 代表第 m 个阵元的响应。对于数字化的波束形成系统, 需要对接收信号连续采样, 每个采样数据称为一个快拍。因此可得接收信号的快拍模型:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{s}(n) + \sum_i \mathbf{i}_i(n) + \mathbf{n}(n) = \mathbf{s}(n) + \mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n)。 \quad (2-3)$$

注意, 本论文为描述方便, 假设干扰具有与期望信号一致的特性, 对各个干扰信号独立分析。但通常只考虑干扰的统计特性^[36], 即干扰的协方差矩阵。下式表示了一个干扰的协方差矩阵:

$$\mathbf{R}_j = \sigma_j^2 \mathbf{d}(\theta_j) \mathbf{d}^H(\theta_j)。 \quad (2-4)$$

单个干扰的协方差矩阵秩为 1, σ_j^2 代表该干扰信号的功率, $\mathbf{d}(\theta_j)$ 代表方位角为 θ_j 的干扰信号的阵列导向矢量。对于多个干扰信号的情况, 这些干扰的协方差矩阵

等于各干扰信号协方差矩阵之和，即：

$$\mathbf{R}_j = \sum_j \mathbf{R}_j(i)。(2-5)$$

如图 2-1 所示，对每个阵元的响应复加权后再求和，可得系统输出。记阵元 m 的加权值为 w_m ，则系统输出：

$$y(n) = \sum_m w_m^H x_m(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n)，(2-6)$$

其中， $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]$ 称为阵列加权向量。

2.1.3 接收信号的二阶统计量

本论文描述的算法基于期望信号、各个干扰、噪声之间互不相关的假设，考虑的噪声为零均值高斯白噪声，因此理论上接收信号 $\mathbf{x}(n)$ 的二阶统计量，即协方差矩阵，可表示为：

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\} \\ &= E\{\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^H(n)\} + \sum_i E\{\mathbf{i}_i(n)\mathbf{i}_i^H(n)\} + E\{\mathbf{n}(n)\mathbf{n}^H(n)\} \\ &= E\{s(n)s^H(n)\}\mathbf{d}(\theta_s)\mathbf{d}^H(\theta_s) + \sum_i E\{i_i(n)i_i^H(n)\}\mathbf{d}(\theta_i)\mathbf{d}^H(\theta_i) + \sigma_n^2\mathbf{I} \\ &= \sigma_s^2\mathbf{d}(\theta_s)\mathbf{d}^H(\theta_s) + \sum_i \sigma_i^2\mathbf{d}(\theta_i)\mathbf{d}^H(\theta_i) + \sigma_n^2\mathbf{I}, \end{aligned} (2-7)$$

其中， $E(\cdot)$ 是统计平均运算， $(\cdot)^H$ 是厄米特 (Hermitian) 转置， σ_s^2 、 σ_i^2 ($i=1, 2, \dots, K$)、 σ_n^2 分别是期望信号的功率、第 i 个干扰信号功率及高斯白噪声的平均功率。注意，式 (2-7) 可以被重写为积分形式，如下式：

$$\mathbf{R} = \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \sigma^2(\theta)\mathbf{d}(\theta)\mathbf{d}^H(\theta)d\theta，(2-8)$$

其中， $\sigma^2(\theta)$ 可以看作 θ 方向处的信号“功率”。

本论文分析中常用的干扰加噪声协方差矩阵 (Interference-plus-Noise Covariance Matrix, INC) 定义如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{i+n} &= E\{[\mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n)][\mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n)]^H\} \\ &= \sum_i \sigma_i^2\mathbf{d}(\theta_i)\mathbf{d}^H(\theta_i) + \sigma_n^2\mathbf{I}。 \end{aligned} (2-9)$$

式 (2-7) 与式 (2-8) 是接收信号协方差矩阵的理论表示。工程实际中，常用接收信号的 N 次采样快拍来估计接收信号的协方差矩阵。该估计如下式：

$$\mathbf{R}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)。(2-10)$$

\mathbf{R}_x 也被称为采样协方差矩阵。另外，将式 (2-10) 用作对干扰加噪声协方差矩阵的估计的方式也被经常采用^[24,31,32]，例如 2.2 节介绍的最小方差无失真响应波束形成器。

2.1.4 自适应波束形成系统性能评价

通常，通过输出信干噪比（Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR）随输入信噪比（Signal-to-Noise Ratio, SNR）变换的情况来评价一个波束形成算法。输入信噪比、输出信干噪比定义式如下：

$$\text{SNR} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2}, \quad (2-11)$$

$$\begin{aligned} \text{SINR} &= \frac{E\{\mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) [\mathbf{w}^H \mathbf{x}(n)]^H\}}{E\{\mathbf{w}^H [\mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n)] (\mathbf{w}^H [\mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n)])^H\}} \\ &= \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_s)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}}. \end{aligned} \quad (2-12)$$

另外，对自适应波束形成算法，算法性能随采样快拍数 N 的收敛快慢也是非常重要的指标。需要较少的快拍数就能达到较好性能的自适应波束形成算法具有较强的工程实用性。

再有，波束形成算法的时间复杂度也是一个重要的评价指标，它反映了算法的运算效率。时间复杂度用算法中基本运算的规模的阶数表示，如 n 维矩阵求逆运算的复杂度为 n^3 阶，记为 $O(n^3)$ 。时间复杂度较小的波束形成算法比较实用。

2.2 最小方差无失真响应波束形成器

Capon 于 1969 年提出了最小方差无失真响应（Minimum Variance Distortionless Response）波束形成器（也成为 Capon 波束形成器）^[23]。该波束形成器的设计原理就是使系统在感兴趣的方向上无失真的输出接收到的信号（Distortionless Response），即保证 $\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_s) = 1$ 。同时使系统输出噪声方差最小（Minimum Variance）。通常把干扰信号也视为“噪声”，即使得 $E\{\mathbf{w}^H (\mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n)) [\mathbf{w}^H (\mathbf{i}(n) + \mathbf{n}(n))]^H\}$ 最小。因此最小方差无失真响应波束形成问题可以表示成如下最优化问题：

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{w}}{\text{minimize}} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} \\ &\text{subject to} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_s) = 1 \end{aligned} \quad (2-13)$$

该最优化问题的解析解为：

$$\mathbf{w}_{opt} = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{d}(\theta_s)}{\mathbf{d}^H(\theta_s) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{d}(\theta_s)}。 \quad (2-14)$$

该解向量就是最小方差无失真响应波束形成器的阵列加权向量，本论文中将其称为最小方差无失真响应波束形成器。另外，由式（2-12）可知，式（2-14）优化问题等同于最大化了信干噪比。

实际中，常用 \mathbf{R}_x 代替 \mathbf{R}_{i+n} ，可得阵列加权向量为：

$$\mathbf{w}_x = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}(\theta_s)}{\mathbf{d}^H(\theta_s) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}(\theta_s)}。 \quad (2-15)$$

式（2-15）可记为 $\mathbf{w}_x = \gamma \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}(\theta_s)$ ，其中因子为上式的分母 $\gamma = 1 / (\mathbf{d}^H(\theta_s) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}(\theta_s))$ 。因此，式（2-15）也符合协方差矩阵求逆（Sample Matrix Inversion, SMI）波束形成器的形式，常被称为最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器^[24,31,32]。

图2-2给出了理想的最小方差无失真响应波束形成器和最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器输出信干噪比随输入信噪比变化的曲线，即分别用式（2-14）和式（2-15）作阵列加权值时系统输出信干噪比随输入信噪比变化的曲线。仿真条件设置为阵元数为 $M=10$ 的均匀线阵，阵元以半波长间隔线性排列，采样快拍数为 10 倍的阵元数 $N=10M$ ，期望信号从 5° 方向入射，两个干扰信号分别从 -20° 方向和 30° 方向入射，干噪比(Interference-to-Noise Ratio, INR)都为 30dB。图中的每个点由 200 次蒙特卡罗实验的结果求平均得到。从图 2-2 中可以看出，在信噪比小于 0dB 时，最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法输出信干噪比与理想的最小方差无失真响应算法输出接近，但当信噪比较大时，最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法输出信干噪比不再随输入信噪比线性增大，比理想最小方差无失真响应算法性能差。此处，当信噪比较大时，最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法性能出现下降的原因主要是“期望信号对消”现象的影响。

图2-3给出了最小方差无失真响应和最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器输出信干噪比随采样快拍数 N 的收敛性曲线。固定信噪比为 -20dB，变化 N ，输入信号方位角、干扰方位角及干噪比与图 2-2 仿真条件设置一致。从图 2-3 中可以看出，随采样快拍数 N 的增多，最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法性能逐渐收敛到较高水平。且当 $N \geq 2M$ 时，最小方差无失真响应样本矩阵求逆输出信干噪比与理想情况相差小于 3dB。

图2-4分别给出了最小方差无失真响应和最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器在输入信噪比较小（-20dB）和较大（20dB）时的波束方向图。在这个仿真中，所用阵列模型和信号模型与图 2-2 所用的一致。对比两幅图可以明显

的看出两种波束形成器都能在干扰方向自适应形成零陷，抑制干扰。但当期望信号较强时，最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成系统在期望信号方向也会产生凹陷，同时由于算法约束在期望方向增益被固定，对其它方向信号的响应（旁瓣）被相应拉高，噪声抑制能力变弱。这种在期望信号方向产生凹陷的现象被称为“期望信号对消”。消除“期望信号对消”对最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器的影响，是对最小方差无失真响应波束形成算法改进的重要方向。

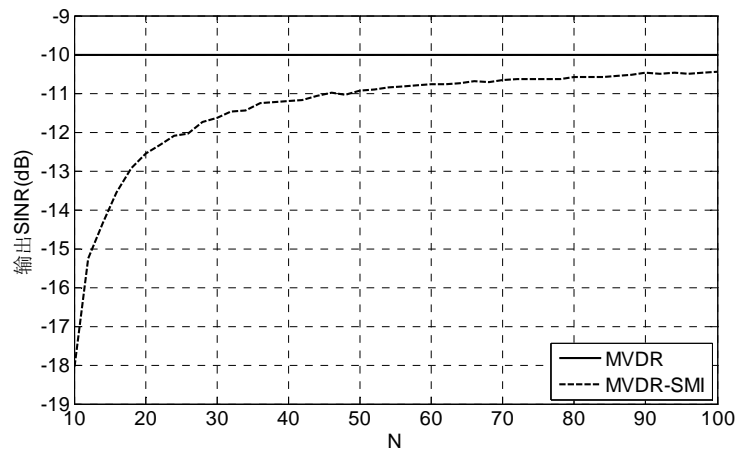
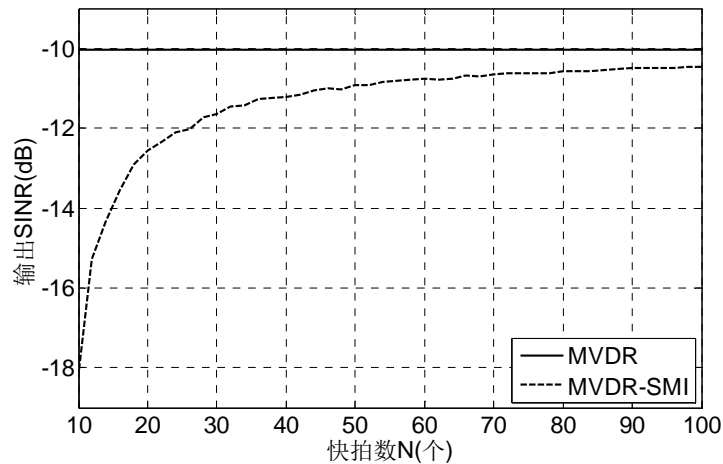
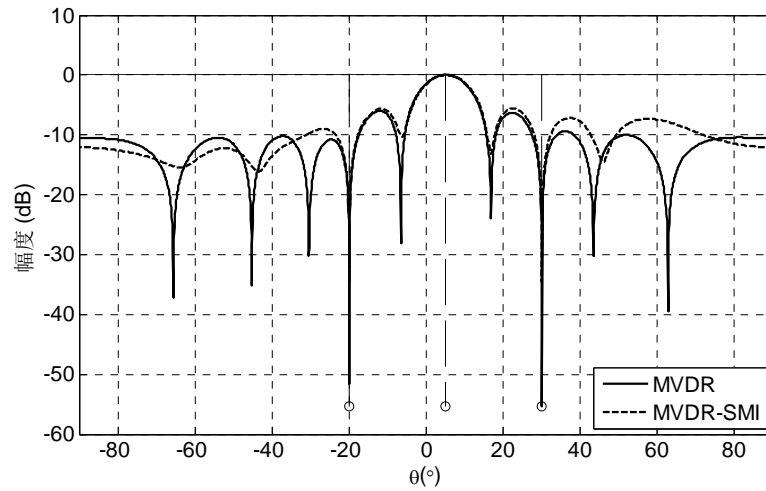


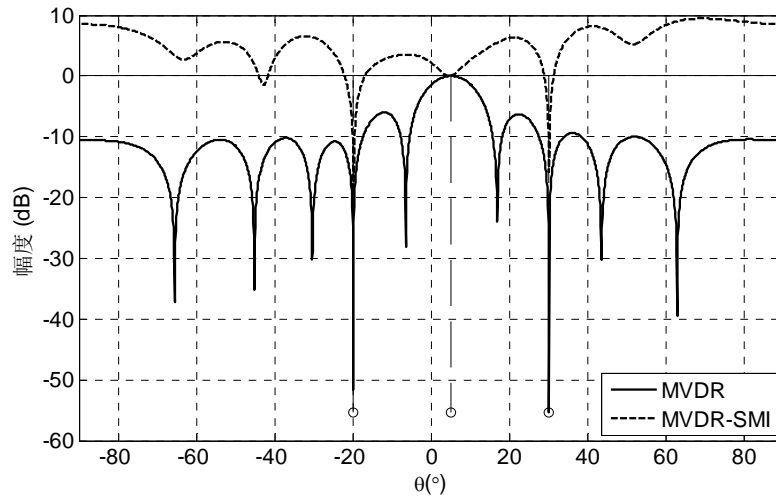
图 2-2 输入 SNR 与 SINR 关系

图 2-3 采样快拍数 N 与 SINR 关系

下节介绍一些能克服期望信号对消并增强在非理想条件下波束形成系统稳健性的算法。



(a) SNR=-20dB



(b) SNR=20dB

图 2-4 输入 SNR 较大及较小时, 采样快拍数 N 与 SINR 关系

2.3 基于最小方差无失真响应的稳健自适应波束形成算法

最小方差无失真响应波束形成算法基于平面波假设、准确阵列模型假设、已知期望信号方向和干扰加噪声协方差矩阵准确已知等若干理想条件。当这些条件不满足时, 最小方差无失真响应波束形成算法的性能会由于模型失配急剧下降。如图 2-4(b) 所示, 当理想干扰加噪声协方差矩阵用采样协方差 (最大似然估计) 代替时, 由于期望信号的功率信息存在于采样协方差矩阵中, 将会导致“期望信号对消现象”。期望信号对消的意思是, 在期望方向上, 系统接收方向图没有形成无失真响应的主瓣, 反而生成了零陷, 抑制了期望信号的接收, 但由于最小方

差无失真响应波束形成器的约束条件限制,为了维持系统在期望方向的响应为1,在期望信号对消现象存在时,旁瓣水平非常高。期望信号对消现象存在时,波束形成算法性能在较大信噪比情况下急剧下降。为了增强最小方差无失真响应算法在理想条件不满足时的性能,也即增强最小方差无失真响应算法的稳健性,近些年来,研究者基于最小方差无失真响应算法提出了一些改进的算法^[24,29,31,32,35-39],具有较强的理论意义和工程实用价值。

由于最小方差无失真响应波束形成器的表达式,式(2-14)中只含有干扰加噪声协方差矩阵和期望信号导向矢量两个部分。其中的干扰加噪声协方差矩阵常用估计式 \mathbf{R}_x 代替。所以,直观上,对最小方差无失真响应波束形成器的改进可以大致分为两个途径:第一,改进对干扰加噪声协方差矩阵的估计;第二,修正期望信号导向矢量。下述介绍的五种基于最小方差无失真响应的改进型稳健自适应波束形成算法(Robust Adaptive Beamforming, RAB)中,除了基于最差情况最优化的波束形成算法是利用不确定集的概念增强系统的稳健性,其余算法都可归结为上述的两个思路。但虽然最差情况最优化的波束形成算法没有直接体现上述两种改进思路,但不确定集的引入就是为了修正导向矢量,同时不确定集保证了在最差的情况下仍能得到尽可能好的性能,因此最差情况最优化的波束形成算法也可以归结为基于导向矢量修正的波束形成算法。本章只讨论这些算法的理论支持,具体也可参见相关的参考文献,对稳健自适应波束形成算法的性能对比与分析将在后续章节的实验部分给出。另外,在下述五小节中,相同的符号定义一致,并可延续到本论文剩余章节中。

2.3.1 基于特征空间投影的波束形成算法

基于特征空间投影的波束形成算法(PROJ)^[35]主要解决的是期望信号来波方向上的导向矢量失配的问题。期望的信号来波方向上的导向矢量是由预设阵型和对期望方向的信号波达角的估计决定的,传感器阵列中阵元的位置以及期望信号波达角的估计这两者都容易存在误差。阵元位置可能因为工艺误差、机械特性改变等条件改变,对期望信号波达角的估计多多少少肯定会存在误差,不可能十分准确。另外,越是精确的期望信号波达角估计所需要的计算硬件资源和时间资源越大,所以实际中很可能采用较低精度的波达角估计算法来提供期望信号的波达角。因此,对期望信号波达角估计误差的稳健性十分必要。若存在波达角估计误差,很可能导致波束形成系统性能急剧下降,比如即使没有发生期望信号对消现象,对准真实期望信号来波方向的很可能是主瓣或旁瓣的零陷。针对上述问题,特征空间投影的方法能很好地克服期望的信号来波方向上,导向矢量失配对最小方差无失真响应波束形成系统的影响。

对式 (2-7) 进行适当变换, 信号协方差矩阵 \mathbf{R} 可以表示为如下形式:

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\} \\ &= [\mathbf{d}(\theta_s), \mathbf{d}(\theta_1), \dots, \mathbf{d}(\theta_K)] \text{diag}(\delta_s^2, \delta_1^2, \dots, \delta_K^2) [\mathbf{d}(\theta_s), \mathbf{d}(\theta_1), \dots, \mathbf{d}(\theta_K)]^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (2-16) \\ &\triangleq \mathbf{A}_s \Psi_s \mathbf{A}_s^H + \sigma_n^2 \mathbf{I},\end{aligned}$$

其中, $\text{diag}(\cdot)$ 表示把向量转化为对角化矩阵的运算。由 (2-16) 可知, 理想的协方差矩阵 \mathbf{R} 可以分解为 \mathbf{A}_s 所在的空间 Π_{si} , 称为信号加干扰子空间 (Signal-plus-Interference subspace, SI 子空间), 及剩余的与 SI 子空间正交的子空间 Π_n , 称为噪声子空间 (N 子空间), 如式 (2.17) 所示。显然信号加干扰子空间的特征值较大, 而 N 子空间的特征值较小, 因为来波信号的功率一般都大于噪声的功率。

$$\mathbf{R} = \Pi_{si} + \Pi_n. \quad (2-17)$$

注意, 期望信号波达角的导向矢量属于信号加干扰子空间, 即 $\mathbf{d}(\theta_s) \in \Pi_{si}$ 。利用这个的特性, 可以将期望的信号来波方向上的导向矢量的估计 $\mathbf{d}(\theta_p)$ (θ_p 是预测的期望方向的信号的波达角) 向信号加干扰子空间投影, 可以预见期望的信号来波方向上的导向矢量在信号加干扰子空间上的象主要落在期望信号真实来波方向的导向矢量上, 因此可以通过将预测的期望信号来波方向上的导向矢量向信号加干扰子空间投影的方式实现对期望的信号来波方向上的导向矢量的估计的修正。

下面介绍对信号加干扰子空间 Π_{si} 的估计。可以将采样协方差矩阵 \mathbf{R}_x 分解成两个部分, 如下式:

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H, \quad (2-18)$$

$\mathbf{\Lambda}_s$ 对应的是较大的 K_R 个特征值, $\mathbf{\Lambda}_n$ 对应的是较小的特征值。由于信号加干扰子空间的特征值一般都大于噪声子空间的特征值, 所以一般在已知来波 (包含期望信号和干扰) 个数的情况下, 可以将 \mathbf{E}_s 张成的空间作为信号加干扰子空间的估计。但这个估计存在两个问题。第一, 来波信号数目不能准确获得, 尤其是偏少时, 选取的主空间可能不包括期望信号的真实来波方向的导向矢量。此时, 将预测的期望信号来波方向的导向矢量向估计的信号加干扰子空间投影时, 无法有效的对期望信号来波方向的导向矢量进行修正。第二, 当期望信号的功率较小时, 期望信号来波方向的导向矢量将不会存在于协方差矩阵的主空间中, 而会与噪声的信息混杂在一起, 此时无法准确提取信号加干扰子空间。这种现象也被称为“子空间扭曲 (subspace swap)”现象。这两个问题是基于特征空间投影的波束形成算法的主要缺陷。对于 K_R 的选取, 本论文采用^[36]中介绍的 L 曲线方法, 具体如

下：

$$K_R = \max_i \lambda_{s_i} / \lambda_{s_{i+1}}, i = 1, 2, 3, \dots, M-1, \quad (2-19)$$

其中， $\{\lambda_{s_i}\}_{i=1}^M$ 是降序排列的 Λ_s 的特征值。L 曲线法的有效性基于没有发生子空间扭曲现象情况。此时，期望信号的功率较大，因此期望信号的特征值将体现在主空间中，对应的期望信号的来波方向上的导向矢量也将被包含于主空间中。通常来波信号（包括干扰和期望信号）的能量比噪声大的多，所以 L 曲线法通过寻找下降比例最快的点来确定主空间维度，也即确定信号加干扰子空间维度 K_R 。若前后下降的比例不大，可以把这些点归结为同属于主空间或同属于子空间；当前后下降比例非常大时，可以将其归结为主空间的边缘，及信号加干扰子空间的维度。

修正后的期望的信号来波方向上的导向矢量的估计为：

$$\hat{\mathbf{a}}_{proj} = \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{d}(\theta_p) \triangleq \mathbf{P}_s \mathbf{d}(\theta_p)。 \quad (2-20)$$

将 $\hat{\mathbf{a}}_{proj}$ 带入式（2-15）可得基于特征空间投影的波束形成器：

$$\mathbf{w}_{proj} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{proj}}{\hat{\mathbf{a}}_{proj}^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{proj}}。 \quad (2-21)$$

2.3.2 基于最差情况最优化的波束形成算法

基于最差情况最优化的波束形成算法（Worst-Case optimization-based Beamforming, WCB）^[40]仍然是为了解决导向矢量失配的问题。由于自适应波束形成技术的真实应用环境通常与假设的理想条件有很大不同，比如环境条件、信号源模型或传感器阵列模型所用的分析模型通常与实际情况有出入，常见的失配情况有指向性误差，即真实波达角与预测的波大角有误差，阵元位置不理想，信号源不符合平面波模型、存在相干或非相干散射源等。这些情况下系统的性能将会受到很大影响。尤其是当期望信号存在于训练用的采样快拍数据中时，当预测的导向矢量与真实导向矢量有不同步时，系统性能也会受到很大的影响。现有的稳健波束形成技术只能增强波束成形系统在特定几种失配情况下的稳健性，比如新型约束最小方差（LCMV）波束形成器只能增强系统在遇到指向性误差失配情况下的稳健性。保证波束形成系统在遇到任意多种失配情况下的稳健性，是波束形成系统实用性的保证。因此，开发一种能在任意多种失配同时存在的恶劣情况下仍能提供很好性能的波束形成算法十分关键。最差条件最优化波束形成算法是一种能在多种失配同时存在的情况下，仍能保证波束形成系统性能的算法。如该算法的名称所显示的，最差条件最优化波束形成算法通过对期望信号导向矢量的不

确定集约束来模拟失配程度，算法保证在设定的失配程度下能得到最优的性能。用不确定集约束期望信号导向矢量的方式模拟失配是一种对多种失配情况的概括建模。因为只限定了误差的模值，所以不论哪种失配，都可以体现在这个不确定集里，具有一般性。但其缺点是虽然能模拟多种失配同时存在的情况，但是不能准确模拟任何一种特定的失配条件，因而在对特定种类的失配情况下，最差条件最优化波束形成算法的性能会略逊于针对该种失配环境的波束形成算法。

该方法将期望的信号来波方向上的导向矢量建模为预测的导向矢量 $\mathbf{d}(\theta_p)$ 与误差矢量 $\boldsymbol{\delta}$ 之和：

$$\mathbf{a} = \mathbf{d}(\theta_p) + \boldsymbol{\delta}, \quad \|\boldsymbol{\delta}\| \leq \varepsilon, \quad (2-22)$$

其中，误差模值 ε 的大小取决于对失配的严重性的判断，失配越严重误差模值 ε 越大。误差模值 ε 一般是预设的。可知真实的导向矢量属于一个与误差 $\boldsymbol{\delta}$ 有关的不确定集中，即：

$$\mathbf{a} \in A(\varepsilon) \triangleq \{\mathbf{c} \mid \mathbf{c} = \mathbf{d}(\theta_p) + \boldsymbol{\delta}, \quad \|\boldsymbol{\delta}\| \leq \varepsilon\}. \quad (2-23)$$

另外，对 $\forall \mathbf{c} \in A(\varepsilon)$ ，应使得 $|\mathbf{w}^H \mathbf{c}| \geq 1$ 以保证系统对期望方向的信号的所有可能方向的响应。利用这个条件，并用采样协方差代替干扰加噪声协方差矩阵，于是，式（2-13）可以被重写作：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \min_{\mathbf{c} \in A(\varepsilon)} |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| \geq 1 \end{aligned} \quad (2-24)$$

与式（2-13）相比，变换的是保证无失真响应的约束变为保证最差条件下的响应水平的约束。注意，式（2-24）是非凸的，为将其转化为凸优化问题，进行如下分析。

式（2-24）的约束可以被重写为：

$$\min_{\boldsymbol{\delta} \in D(\varepsilon)} |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p) + \mathbf{w}^H \boldsymbol{\delta}| \geq 1, \quad (2-25)$$

其中，

$$D(\varepsilon) \triangleq \{\boldsymbol{\delta} \mid \|\boldsymbol{\delta}\| \leq \varepsilon\}. \quad (2-26)$$

利用柯西-施瓦茨不等式（Cauchy-Schwarz inequality）得下式：

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p) + \mathbf{w}^H \boldsymbol{\delta}| \geq |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| - |\mathbf{w}^H \boldsymbol{\delta}| \geq |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| - \varepsilon \|\mathbf{w}\|. \quad (2-27)$$

可以进一步证明，当 ε 很小，且当 $\boldsymbol{\delta} = -\frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|} \varepsilon e^{j\phi}$ （ $\phi = \angle\{\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)\}$ ）时，

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p) + \mathbf{w}^H \boldsymbol{\delta}| = |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| - \varepsilon \|\mathbf{w}\|. \quad (2-28)$$

因此，可以得到

$$\min_{\mathbf{c} \in \mathcal{A}(\varepsilon)} |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| = |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| - \varepsilon \|\mathbf{w}\|. \quad (2-29)$$

所以式 (2-24) 可以被重写为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & |\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)| \geq \varepsilon \|\mathbf{w}\| + 1 \end{aligned} \quad (2-30)$$

由于式 (2-30) 中绝对值的存在使得该优化问题仍然非凸。注意, 对 \mathbf{w} 进行相移时, 该绝对值的结果仍保持不变。因此对 \mathbf{w} 进行相移以保证绝对值内的内积为正实数, 进而可以去掉绝对值符号。重写优化问题如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p) \geq \varepsilon \|\mathbf{w}\| + 1, \quad \text{Im}\{\mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p)\} = 0 \end{aligned} \quad (2-31)$$

再次利用“对 \mathbf{w} 的任意的相移而不影响波束形成的性能”这一性质, 式 (2-31) 中的第二个约束可以被去掉。最后, 原最优化问题转化为凸优化问题^[40]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p) \geq \varepsilon \|\mathbf{w}\| + 1 \end{aligned} \quad (2-32)$$

最优化问题 (2-32) 可以用二阶锥规划 (Second-order cone programming, SOC) 的方式求解^[40]。

2.3.3 基于波达角模糊区间的波束形成算法

期望方向的信号波达角估计失配是波束形成系统经常面临的问题, 也是严重影响波束形成系统性能的问题。造成期望信号波达角估计失配的原因通常是: 阵列平台机械振动、信号源移动、采用了低精度的波达角估计算法、信号源不符合平面波模型以及存在相干或非相干散射源干扰等。当期望信号波达角的估计与真实波达角不一致时, 最直接的影响就是系统接收方向图的主瓣将对不准期望信号, 甚至可能将主瓣和旁瓣之间的零陷对准期望信号而导致接收增益的严重下降。再有就是当信号功率较大时, 波达角估计的失配可以看作发生了指向性误差, 会导致期望信号对消现象的发生, 严重影响波束形成系统的性能。但由于波达角估计误差的存在目前还无法避免, 高精度的波达角估计算法计算复杂度太大、耗时较多而影响波束形成算法的实时性, 因此能够通过波达角可能存在的角度区域 (或称之为波达角的模糊区间) 进行自适应的调整以克服波达角估计误差对波束形成系统性能的不利影响, 是对稳健波束形成算法的重要要求。

现有的基于波达角模糊区间的波束形成方法利用期望方向的信号方位角的模糊区域 Θ , 通过建立对导向矢量优化的约束, 实现对期望信号来波方向上的导向矢量的矫正, 能够在一定程度上克服期望方向的信号方位角模糊、阵型误差、

相关及非相关散射干扰等不利情况，具有很好的理论及实用价值。此类方法由 Arash Khabbazi basmenj, Sergiy A. Vorobyov 等人提出，详细算法及原理可以参考文献[31,32]，本论文分别称它们为基于序列二次规划的波束形成算法（SQP）^[31]和基于最少先验信息的波束形成算法（LP）^[32]。对基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法的简述如下。

基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法这两个算法依赖构建“参考矩阵”实现对导向矢量的选择。首先，回顾算法中“参考矩阵”的定义。已知期望方向的信号波达角的估计 $\theta_p \in \Theta$ ，则可构建“参考矩阵” \mathbf{C} 和 $\bar{\mathbf{C}}$ ：

$$\mathbf{C} = \int_{\Theta} \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta, \quad (2-33)$$

$$\bar{\mathbf{C}} = \int_{\bar{\Theta}} \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta, \quad (2-34)$$

其中， $\bar{\Theta}$ 是 Θ 在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 中的补集。参考矩阵 \mathbf{C} 和 $\bar{\mathbf{C}}$ 的构建可以理解为构建人造协方差矩阵。参考协方差矩阵的积分表示，即式（2-8）， \mathbf{C} 就是在角度区域 Θ 内有相同空域功率谱值的人造来波信号的协方差矩阵，不在该角度范围内的空域功率谱值都是零。同理 $\bar{\mathbf{C}}$ 就是在角度区域 $\bar{\Theta}$ 内有相同空域功率谱值的人造来波信号的协方差矩阵，不在该角度范围内的空域功率谱值都是零。 \mathbf{C} 和 $\bar{\mathbf{C}}$ 分别对角度属于 Θ 和 $\bar{\Theta}$ 中的信号空域导向矢量有选择性。令阵元个数 $M=30$ ，角度区域 $\Theta=[-35^\circ, -15^\circ]$ ，如图2-5所示， $\|\mathbf{d}(\theta)\mathbf{C}\mathbf{d}^H(\theta)\|$ 在 $\theta \in \Theta$ 时的取值明显大于在 $\theta \in \bar{\Theta}$ 时的取值。同理， $\|\mathbf{d}(\theta)\bar{\mathbf{C}}\mathbf{d}^H(\theta)\|$ 将在 $\theta \in \bar{\Theta}$ 时取值较大。

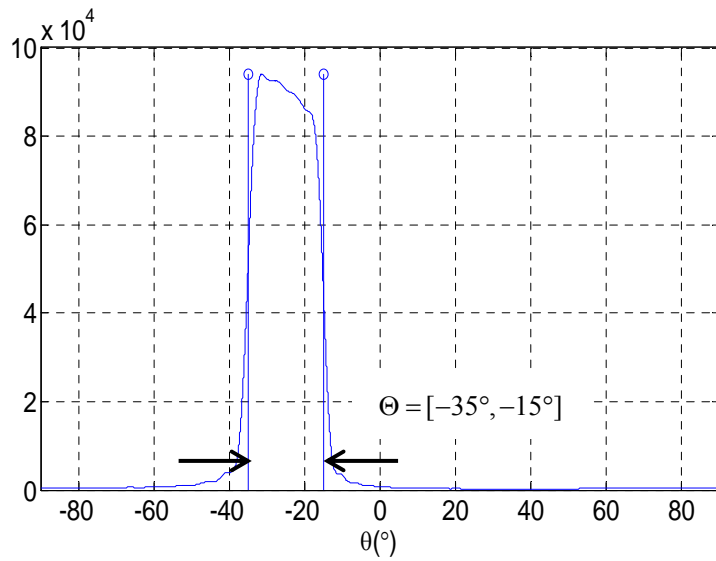


图 2-5 参考矩阵对角度的选择性

利用参考矩阵, 基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法的构建分别如式 (2-35) 和式 (2-36) 所示:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\delta_{\perp}} (\mathbf{p} + \delta_{\perp})^H \mathbf{R}_x^{-1} (\mathbf{p} + \delta_{\perp}) \\
 & \text{s.t. } \mathbf{P}^{\perp} (\mathbf{p} + \delta_{\perp}) = \mathbf{0} \\
 & \quad \mathbf{p}^H \delta_{\perp} = 0 \\
 & \quad \|\mathbf{p} + \delta_{\perp}\| \leq \sqrt{M} + \delta \\
 & \quad (\mathbf{p} + \delta_{\perp}) \bar{\mathbf{C}} (\mathbf{p} + \delta_{\perp}) \leq \mathbf{p}^H \bar{\mathbf{C}} \mathbf{p}
 \end{aligned} \tag{2-35}$$

$$\begin{aligned}
 & \min_{\hat{\mathbf{a}}} \hat{\mathbf{a}}^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}} \\
 & \text{s.t. } \|\hat{\mathbf{a}}\|^2 = M, \\
 & \quad \hat{\mathbf{a}}^H \bar{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{a}} \leq \max_{\theta \in \Theta} \mathbf{d}^H(\theta) \bar{\mathbf{C}} \mathbf{d}(\theta)
 \end{aligned} \tag{2-36}$$

对于基于序列迭代二次规划的波束形成算法, 预测的期望信号导向矢量 \mathbf{p} 多次通过式 (2-35) 的优化问题迭代收敛到真实期望信号导向矢量的位置。每次用优化计算得到一个修正量 δ_{\perp} , 并将修正后的 \mathbf{p} 模值的平方限定为 M 后再次带入式 (2-35) 进行新一轮的修正, 直到下一次修正的导向矢量对应的系统输出功率比上一次的小时停止迭代。图 2-6 给出了基于序列迭代二次规划的波束形成算法的收敛原理图。式 (2-35) 中, $\mathbf{P}^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{U}\mathbf{U}^H$, \mathbf{U} 是由 \mathbf{C} 的前 L_{sqp} 个较大特征值对应的特征向量排列得到的。式 (2-35) 中的目标函数, 通过最小化波束形成系统输出功率的分母找到可行域中能使波束形成系统输出功率最大的期望信号的导向矢量的修正量, δ_{\perp} 。式 (2-35) 中, 第一个约束条件约束了修正后的期望信号的导向矢量必须与参考矩阵 \mathbf{C} 的子空间正交, 即存在于 \mathbf{C} 的主空间中。第二个约束条件约束了导向矢量的修正量必须与预测的期望信号导向矢量正交。第三个约束条件限定了修正后的导向矢量的模值, 类似于最差情况最优化波束形成算法中对不确定集的定义, 能够模拟失配的程度且限制了修正量 δ_{\perp} 的范数大小。第四个约束条件通过规定波束形成系统在非期望信号波达角模糊区域的响应在期望信号导向矢量修正后的不增的变化趋势实现了对旁瓣水平不能增加的限定。记 (2-35) 式的解为 $\hat{\delta}_{\perp}$, 由基于序列迭代二次规划的波束形成算法矫正的导向矢量为

$$\hat{\mathbf{a}}_{sqp} = \mathbf{p} + \hat{\delta}_{\perp}。 \tag{2-37}$$

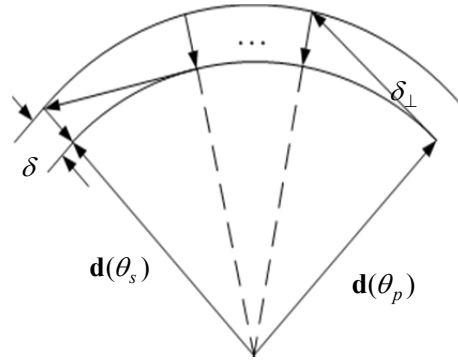


图 2-6 SQP 算法的收敛过程

对于基于最少先验信息的波束形成算法，式 (2-36) 的目标函数与基于序列迭代二次规划的波束形成算法一样，都是最小化波束形成系统输出功率的分母找到可行域中能使波束形成系统输出功率最大的期望信号的导向矢量。第一个约束条件限定导向矢量的模值平方为 M 。第二个约束条件利用参考矩阵对角度的选择性限定了导向矢量的搜索范围，保证优化问题可行域的有效性。但式 (2-36) 是非凸的优化问题，需要对该优化问题进行变换，转换为凸优化问题方便求解。文献[32]中提出式 (2-36) 可以用半正定规划 (Semi-Definite Programming, SDP) 松弛的方法变换为半正定规划优化问题，进一步简化计算^[31]，如式 (2-38)：

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{A}} \text{Tr}(\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}) \\
 & \text{s.t. } \text{Tr}(\mathbf{A}) = M, \\
 & \quad (\bar{\mathbf{C}} \mathbf{A}) \leq \Delta_0, \\
 & \quad \mathbf{A} \succeq 0,
 \end{aligned} \tag{2-38}$$

其中， $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{a}} \hat{\mathbf{a}}^H$ 。式 (2-38) 中的目标函数与式 (2-36) 的目标函数是等价的。因为可以把式 (2-36) 的目标函数看做向量 $\hat{\mathbf{a}}^H$ 与向量 $\mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}$ 的内积，而两个向量的内积等于这两个向量的乘积矩阵的迹，即为式 (2-38) 的目标函数。同理，式 (2-38) 第一个约束条件和第二个约束条件分别与式 (2-36) 的第一个约束条件和第二个约束条件也是等价的。式 (2-38) 的第三个约束条件是通过限定矩阵 \mathbf{A} 为一个秩一矩阵的条件松弛得到的。由式 (2-38) 的解矩阵可以求出基于最少先验信息的波束形成算法矫正的导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}_p$ ，具体过程可参考原文^[31]相关讨论，本论文仅介绍算法的基本原理。将基于序列迭代二次规划的波束形成算法矫正的导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}_{sqp}$ 和基于最少先验信息的波束形成算法优化得到的导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}_p$ 分别替换式

(2-15) 中的导向矢量，对应可得基于序列迭代二次规划的波束形成算法波束形成器 (2-39) 和基于最少先验信息的波束形成算法波束形成器 (2-40)：

$$\mathbf{w}_{sqp} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{sqp}}{\hat{\mathbf{a}}_{sqp}^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{sqp}}, \quad (2-39)$$

$$\mathbf{w}_{lp} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{lp}}{\hat{\mathbf{a}}_{lp}^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_{lp}}。 \quad (2-40)$$

2.3.4 基于干扰加噪声协方差矩阵重构的波束形成算法

如本节最开始部分讨论的，现有对最小方差无失真响应波束形成器的改进大体分为两种方式，一种是基于已知的期望信号方向信息对期望信号导向矢量的进行修正以削弱期望信号导向矢量与来波方向的相关性，以克服失配造成的性能下降，形成较为理想的主瓣。对期望信号导向矢量估计或矫正的算法一般以最优化搜索的方式进行，依赖对期望信号的方向的约束，如最差情况最优化的方法，给出了不确定集以约束期望信号导向矢量，基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法给出了参考空间以约束期望信号的导向矢量。这些期望信号导向矢量估计或矫正的波束形成算法由于采用最优化搜索的方式，能够在约束条件限定的可行域内得到能使系统输出性能最优（或局部最优）的导向矢量，而且由于设计的可行域的可靠性，可以实现对波束形成系统稳健性的增强，实现对来波方向指向性误差、阵元位置误差、训练数据中存在期望信号（期望信号对消现象）等不理想条件下的波束形成系统性能的增强。但在现有的基于导向矢量估计或矫正的最小方差无失真响应波束形成算法的研究中，还没有算法能够完全克服期望信号对消现象。

如第 2.2 节所示，期望信号对消现象是严重影响最小方差无失真响应波束形成器性能的因素。既然不能通过对导向矢量的估计和修正来抑制期望信号对消现象，另一种对最小方差无失真响应波束形成器的改进的方式是通过对于干扰加噪声协方差矩阵重构的方式以使重构的干扰加噪声协方差矩阵不包含期望信号的能量信息，实现对期望信号信息的直接清除。Yujie Gu 等人提出一种基于干扰加噪声协方差矩阵重构的波束形成器^[29]，利用干扰加噪声协方差矩阵的积分形式和 Capon 空域功率谱估计公式，通过在积分中去除一定的与期望信号有关的数值，实现对期望信号能量信息的消除，同时能够保留干扰和噪声的信息。最后利用最小方差无失真响应波束形成器和重构的干扰加噪声协方差矩阵，计算波束形成加权矢量。由于重构的协方差矩阵的空域谱中仍能准确保留干扰方向上的谱峰，系统接收方向图在干扰来波方向形成零陷。由于重构的协方差矩阵的空域谱中期望

信号功率谱完全被消除，所以不管实际期望信号能量多强，系统接收方向图在指定的期望方向上无失真的响应，很好的避免了期望信号对消现象。

文章[29]中，重构的协方差矩阵公式如下：

$$\bar{\mathbf{R}}_{i+n} = \int_{\bar{\Theta}} \hat{P}(\theta) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta, \quad (2-41)$$

其中，角度 θ 方向上的能量信息 $\hat{P}(\theta) = 1/\mathbf{d}^H(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}(\theta)$ 是Capon空域谱估计表达式； $\bar{\Theta}$ 是期望方向的信号波达角模糊区间 Θ 在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 中的补集。对比式(2-41)与(2-8)，可知式(2-41)通过估计计算接收信号的 S (S 很大)个方向空域谱值，利用协方差矩阵的对角度的积分表达式，并将所估计得到的对应角度的空域谱值和空域导向矢量带入该积分表达式，得到估计的协方差矩阵。假设期望信号来波方向在一定的区域内，通过在积分中去除期望信号来波方向的模糊区域部分，就可以完全去除期望信号导向矢量在积分所得矩阵中的部分而干扰和噪声的信息能够被保留下来，因而能够得到估计的干扰加噪声协方差矩阵。重构前和重构后协方差矩阵的谱的对比图如图2-7所示。其中，实线表示接收信号的空域功率谱，重构的干扰加噪声协方差矩阵的空域功率谱用虚线表示。可以看出接收信号的空域功率谱中干扰的谱峰位置在重构的干扰加噪声协方差矩阵中被保留，但谱峰大小发生变化。期望信号波达角模糊区域的谱值在式(2-41)的积分操作中被置零，实验显示的重构的干扰加噪声协方差矩阵中的期望信号波达角模糊区域对应部分被抑制形成深沟，这与理论设计相符。但重构干扰加噪声协方差矩阵不能很好的保持噪声水平。由于Capon谱估计的误差和积分函数对密集点的累加操作，导致所有点上的谱值发生较大改变。从图2-7中可以看出，因为所有角度上的功率信息都发生了变化，所以重构的干扰加噪声协方差矩阵的空域功率谱中只有反映干扰信号的来波方向的谱峰位置是与重构前的协方差矩阵的空域功率谱的谱峰位置一致。注意，估计的干扰加噪声协方差矩阵能够保留谱峰，但为保证重构干扰加噪声协方差矩阵谱峰位置的准确性，积分运算点个数 S 应取较大的值，如文献[29]所示，通常取 $S \gg M$ 。

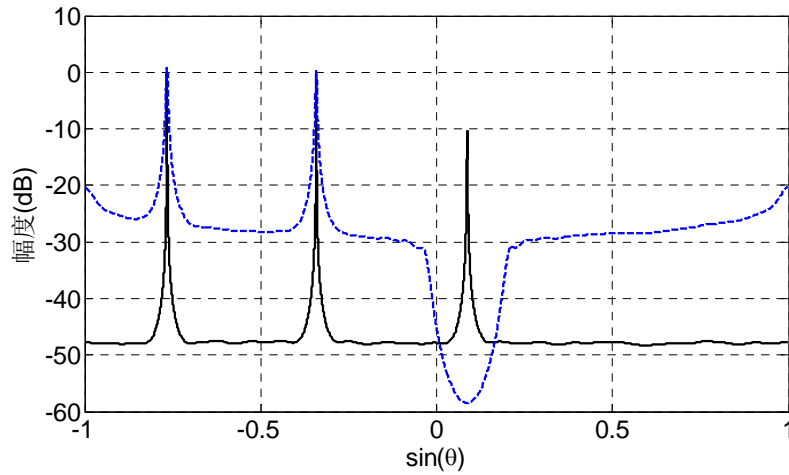


图 2-7 重构前和 INCR 方法重构后协方差矩阵空域功率谱的对比图

用积分得到的矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{i+n}$ 替换式 (2-15) 中的 \mathbf{R}_x ，可得干扰加噪声协方差矩阵波束形成器：

$$\mathbf{w}_{incr} = \frac{\bar{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{d}(\theta_p)}{\mathbf{d}^H(\theta_p)^H \bar{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{d}(\theta_p)} \quad (2-42)$$

文章[29]中进一步修正了估计的期望的信号来波方向上的导向矢量，干扰加噪声协方差矩阵波束形成器的性能有进一步提升。详细内容可参阅[29]，本论文只讨论其中干扰加噪声协方差矩阵重构的部分。

2.3.5 基于对角加载的波束形成算法

对角加载波束形成算法作为较早被提出的波束形成算法之一，能够很好的改进采样快拍数较少时最小方差无失真响应波束形成系统的稳健性。对角加载波束形成算法的可以有效弥补对采样矩阵求逆波束形成算法的不足。采样矩阵求逆波束形成算法的表达式与式 (2-15) 类似，由采样协方差矩阵的逆与预测的期望信号的导向矢量的乘积计算所得。采样矩阵求逆波束形成算法在采样快拍数较少时容易造成很高的旁瓣。这是因为采样快拍数较少时，采样协方差矩阵中噪声子空间的特征值与真实噪声水平有误差。Carlson B.D 在文献[47]中提出用对角加载的方法以抑制旁瓣水平，因而对角加载的方法成为采样协方差矩阵求逆波束形成算法的有益补充。

对角加载波束形成算法不仅能改善波束成形系统的旁瓣水平，还有其它的有益效果。当期望信号存在于训练数据中时，会减慢算法收敛速度，甚至造成“期望信号对消”。为了消除期望信号的影响，一种有效方法就是对采样协方差矩阵进行对角加载，即在采样协方差的对角线上加载一个小量，但最优加载量的确定

是一个难题^[30]。对角加载波束形成的原理如下式所示：

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{w}}{\text{minimize}} \quad \mathbf{w}^H (\mathbf{R}_x + \gamma \mathbf{I}) \mathbf{w} \\ & \text{subject to} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{d}(\theta_p) = 1 \end{aligned} \quad (2-43)$$

其中， λ 是加载量。对角加载波束形成加权向量如下式：

$$\mathbf{w}_{dl} = \frac{(\mathbf{R}_x + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{d}(\theta_p)}{\mathbf{d}^H(\theta_p) (\mathbf{R}_x + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{d}(\theta_p)} \quad (2-44)$$

结合接收信号二阶统计量，式（2-7），对采样协方差矩阵进行对角加载可以看作引入了额外的噪声，实现对协方差矩阵的修正。这在小快拍的情况下尤其有效。当引入的噪声强度合适时，可以弱化期望方向的信号相对能量水平，增加噪声的能量水平，进而实现对“期望信号对消”现象的克服，并实现对旁瓣水平的降低，但可能会引起零陷变浅这个不利现象。相关研究证明^[45-47]，对角加载波束形成算法同样可以一定程度上克服由传感器位置误差、指向性误差、信号模型误差引起的期望的信号来波方向上的导向矢量的失配。该算法唯一的不足就是在最优加载量的选取上缺乏准确的理论指导。Jian Li 等人在^[30]中使用球面不确定集利用二次规划问题得到了一个有效的加载量确定方法，在实现对采样协方差矩阵的修正的同时，保持了空域功率谱的有效性，可以用来进行来波信号能量估计。值得注意的是，由于最优加载量计算的复杂性，工程上通常可以使用经验法，比如把平均噪声能量的 10 倍作为加载量通常可以取得不错的效果。

2.4 本章小结

本章首先介绍了波束形成算法使用的阵列模型、接收信号模型及性能评价指标；然后介绍了自适应波束形成的概念，并以最小方差无失真响应自适应波束形成算法为代表，结合仿真分析了其优点和不足；最后介绍了稳健自适应波束形成的概念，给出改进最小方差无失真响应波束形成算法稳健性的两个基本思路：第一种思路是对期望方向的信号导向矢量进行修正；第二种思路是对干扰加噪声协方差矩阵进行重构。最后结合基于特征空间投影的波束形成算法、基于最差情况最优化的波束形成算法、基于波达角模糊区间的波束形成算法、基于干扰加噪声协方差矩阵重构的波束形成算法及基于对角加载的波束形成算法等基于最小方差无失真响应的稳健自适应波束形成算法对这两种改进基本思路进行了说明。

第3章 基于空域功率谱采样的波束形成算法

3.1 引言

现有对最小方差无失真响应波束形成器的改进总体来讲可以分为两种方式，一种是基于已知的期望信号方向信息对期望信号导向矢量的进行估计或矫正以削弱期望信号导向矢量与来波方向的相关性，以形成较为理想的主瓣。另一种是通过对干扰加噪声协方差矩阵重构的方式以使重构的干扰加噪声协方差矩阵不包含期望信号的能量信息，实现对期望信号信息的直接清除。对期望信号导向矢量估计或矫正的算法一般以最优化搜索的方式进行，依赖对期望信号的方向的约束，如最差情况最优化的方法，给出了不确定集以约束期望信号导向矢量，基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法给出了参考空间以约束期望信号的导向矢量。这些期望信号导向矢量估计或矫正的波束形成算法由于采用最优化搜索的方式能够在约束条件限定的可行域内得到能使系统输出性能最优(或局部最优)的导向矢量，而且由于设计的可行域的可靠性，可以实现对波束形成系统稳健性的增强，实现对来波方向指向性误差、阵元位置误差、训练数据中存在期望信号(期望信号对消现象)等不理想条件下的波束形成系统性能的增强。但在现有的基于导向矢量估计或矫正的最小方差无失真响应波束形成算法的研究中，还没有算法能够完全克服期望信号对消现象。

期望信号对消现象是严重影响最小方差无失真响应波束形成器性能的因素。既然不能通过对导向矢量的估计和修正来抑制期望信号对消现象，Yujie Gu 等人提出一种基于干扰加噪声协方差矩阵重构的波束形成器^[29]，利用干扰加噪声协方差矩阵的积分形式和 Capon 空域功率谱估计公式，通过在积分中去除一定的与期望信号有关的数值，实现对期望信号能量信息的消除，同时能够保留干扰和噪声的信息。最后利用最小方差无失真响应波束形成器和重构的干扰加噪声协方差矩阵，计算波束形成加权矢量。由于重构的协方差矩阵的空域谱中仍能准确保留干扰方向上的谱峰，系统接收方向图在干扰来波方向形成零陷。由于重构的协方差矩阵的空域谱中期望信号功率谱完全被消除，所以不管实际期望信号能量多强，系统接收方向图在指定的期望方向上无失真的响应，很好的避免了期望信号对消现象。

回顾式(2-41)所展示的文献[24]中干扰加噪声协方差矩阵重构方式，将其

重写如下式：

$$\bar{\mathbf{R}}_{i+n} = \int_{\bar{\Theta}} \hat{P}(\theta) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta, \quad (3-1)$$

其中， $\hat{P}(\theta) = 1 / \mathbf{d}^H(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}(\theta)$ 是 Capon 空域谱估计表达式； $\bar{\Theta}$ 是期望方向的信号波达角模糊区间 Θ 在角度区间 $[-\pi/2, \pi/2]$ 中的补集。式 (3-1) 主要的计算复杂度是由它的积分运算决定的。这个积分运算包括 S （积分计算所用离散数据个数）次 Capon 功率谱估计运算和向量乘法运算。式 (3-1) 通过估算接收信号的 S 个方向空域谱值，利用协方差矩阵的对角度的积分表达式，并将所估计得到的对应角度的空域谱值和空域导向矢量带入该积分表达式，得到估计的协方差矩阵。假设期望信号来波方向在一定的区域内，通过在积分中去除期望信号来波方向的模糊区域部分，就可以完全去除期望信号导向矢量在积分所得矩阵中的部分而干扰和噪声的信息能够被保留下来，因而能够得到估计的干扰加噪声协方差矩阵。该算法的时间复杂度是 $O(SM^2)$ ，($S \gg M$)，可以看出积分所用点数越多，计算复杂度越大。然而估计出的空域功率谱的值不是自适应波束形成算法直接需要的数据，因此若能在干扰加噪声协方差矩阵重构计算中略去对空域功率谱的值的估计，将能够减少绝大部分计算量。

本章提出一种基于空域功率谱采样 (Spatial Power Spectrum Sampling, SPSS) 的波束形成方法。该方法基于所提的空域功率谱采样技术和已有协方差矩阵锐化技术^[41]，能略去干扰加噪声协方差矩阵重构过程中谱估计计算。该方法只需要简单的矩阵运算就能实现干扰加噪声协方差矩阵重构，使得计算复杂度大大降低。仿真实验结果证明，所提方法与干扰加噪声协方差矩阵算法性能十分接近，同时时间复杂度被有效减少。

3.2 算法原理

3.2.1 导向矢量的选择性与空域功率谱采样公式

考虑两个导向矢量的内积函数 $f(\alpha; \alpha_0)$ ：

$$f(\alpha; \alpha_0) = \frac{1}{M} \mathbf{d}^H(\alpha_0) \mathbf{d}(\alpha) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^{jk\pi[\sin(\alpha) - \sin(\alpha_0)]}, \quad (3-2)$$

其中，角度 $\alpha_0, \alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$ 。变换参数，令 $x = M/2[\sin(\alpha) - \sin(\alpha_0)]$ ，易知 $x \in [(-1 - \sin(\alpha_0))M/2, (1 - \sin(\alpha_0))M/2]$ ，于是，式 (3-2) 可以被重写为

$$f(x) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^{j(2\pi/M)kx}. \quad (3-3)$$

通过参数变化，式（3-3）可以被看作频域为 M 个点的离散矩形窗函数的时域响应。于是式（3-3）可以进一步被化简为

$$f(x) = \frac{1}{M} \cdot \frac{\sin(\pi x)}{\sin\left(\frac{\pi}{M}x\right)} e^{j\frac{M-1}{M}\pi x} \quad (3-4)$$

当 $M \rightarrow \infty$ 时，

$$f(x) \rightarrow \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad (3-5)$$

因为 $x = M/2[\sin(\alpha) - \sin(\alpha_0)]$ ，所以除非 α 接近 α_0 ，否则 x 会非常大，进而 $f(x)$ 会非常小。因此，可以得到如下近似关系：

$$f(\alpha; \alpha_0) \approx \delta_{\alpha, \alpha_0} = \begin{cases} 1, & \alpha = \alpha_0 \\ 0, & \alpha \neq \alpha_0 \end{cases} \quad (3-6)$$

当阵元个数足够大的时候，两个任意角度来波信号的空域导向矢量的内积近似为一个冲击函数。式（3-6）体现了“导向矢量的选择性”，即当阵元个数 M 充分大时，两个不同角度的导向矢量的内积为零。图 3-1 显示了函数 $|f(\alpha, 0)|$ 与阵元个数 M 的取值的关系。如图所示，阵元个数 M 越大，选择性越明显。

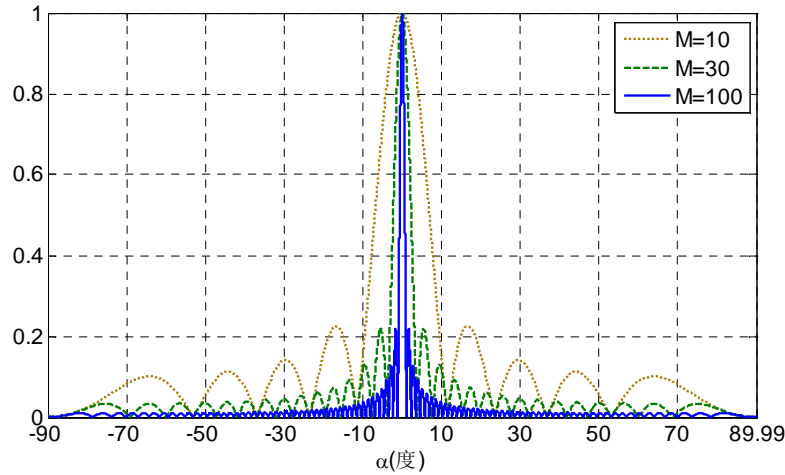


图 3-1 $|f(\alpha, 0)|$ 与 M 的取值的关系

另外，对于式（3-4），当 $x=0$ ，可得函数 $f(x)=1$ ；当 $x \in Z = \{z | z \in [(-1 - \sin(\alpha_0))M/2, (1 - \sin(\alpha_0))M/2], z \in \mathbb{Z}, z \neq 0\}$ ，可得函数 $f(x)=0$ 。易知 Z 中共有 $M-1$ 个元素，即 $f(x)$ 有 $M-1$ 个零点，把这些零点记作 $x_k, k=1, 2, \dots, M-1$ 。因为 $x = M/2[\sin(\alpha) - \sin(\alpha_0)]$ ，可由 $\{x_k\}_{k=1}^{M-1}$ 得 $f(\alpha; \alpha_0)$ 的 $M-1$ 个零点，记作 $\{\alpha_k\}_{k=1}^{M-1}$ 。

注意，利用式 (3-2)，容易证明 $(\alpha_0, \{\alpha_k\}_{k=1}^{M-1})$ 角度集中不同角度来波信号的空域导向矢量两两正交。因此， $(\alpha_0, \{\alpha_k\}_{k=1}^{M-1})$ 角度集中所有角度的来波信号的空域导向矢量张成了 M 维复空间。

构建矩阵 \mathbf{D} ：

$$\mathbf{D} = \frac{1}{M} \sum_{\alpha_k \in \Omega} \mathbf{d}(\alpha_k) \mathbf{d}^H(\alpha_k), \quad (3-7)$$

其中 Ω 是指定的角度区域。当阵元数 M 足够大时，利用信号空域导向矢量的选择性，可得如下关系：

$\mathbf{D} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{D}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{M} \sum_{\alpha_i \in \Omega} \mathbf{d}(\alpha_i) \mathbf{d}^H(\alpha_i) \cdot \left(\int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \right) \cdot \frac{1}{M} \sum_{\alpha_k \in \Omega} \mathbf{d}(\alpha_k) \mathbf{d}^H(\alpha_k) \\ &= \sum_{\alpha_i \in \Omega} \sum_{\alpha_k \in \Omega} \mathbf{d}(\alpha_i) \left\{ \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \left[\frac{1}{M} \mathbf{d}^H(\alpha_i) \mathbf{d}(\theta) \right] \left[\frac{1}{M} \mathbf{d}^H(\theta) \mathbf{d}(\alpha_k) \right] d\theta \right\} \mathbf{d}^H(\alpha_k) \quad , \quad (3-8) \\ &\approx \sum_{\alpha_i \in \Omega} \sum_{\alpha_k \in \Omega} \mathbf{d}(\alpha_i) \left[\int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \delta_{\theta, \alpha_i} \delta_{\theta, \alpha_k} d\theta \right] \mathbf{d}^H(\alpha_k) \\ &= \sum_{\alpha_k \in \Omega} \sigma^2(\alpha_k) \mathbf{d}(\alpha_k) \mathbf{d}^H(\alpha_k) \end{aligned}$$

其中，采样协方差矩阵 \mathbf{R} 采用式 (2-8) 的积分表示方法。从式 (3-8) 可得，当累加区域 $\Omega = [-\pi/2, \pi/2]$ 时，矩阵运算 $\mathbf{D} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{D}$ 成为采样协方差矩阵 \mathbf{R} 的 M 个点的采样。本论文分别称角度集 $(\alpha_0, \{\alpha_k\}_{k=1}^{M-1})$ 、累加矩阵 \mathbf{D} 和式 (3-8) 为空域谱观测点、空域谱采样矩阵和空域谱采样方程。

参考式 (3-1)，可以令累加矩阵的累加 $\Omega = \bar{\Theta}$ ，用采样公式重构干扰加噪声协方差矩阵，即 $\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{R}_x \cdot \hat{\mathbf{D}}$ ，其中采样矩阵 $\hat{\mathbf{D}} = 1/M \sum_{\alpha_k \in \bar{\Theta}} \mathbf{d}(\alpha_k) \mathbf{d}^H(\alpha_k)$ 。这样，就可以

避免式 (3-1) 中估计空域功率谱 $\hat{P}(\theta)$ 的计算。但是，当阵元个数 $M \ll \infty$ 时，因为信号空域导向矢量的选择性不理想，且观测点不够密集，间距较大，所以用采样公式 $\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{R}_x \cdot \hat{\mathbf{D}}$ 对干扰加噪声协方差矩阵估计会产生很大的误差。为了使采样公式能够适用于阵元个数 $M \ll \infty$ 的情况，需要引入协方差矩阵锐化技术(Covariance Matrix Taper, CMT)。

3.2.2 锐化矩阵与干扰加噪声协方差矩阵重构

如上小节所述,当阵元个数 $M \ll \infty$ 时,因为空域谱观测点不够密集、间距较大,用采样公式 $\hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{R}_x \cdot \hat{\mathbf{D}}$ 对干扰加噪声协方差矩阵估计误差很大。为解决这个问题,考虑在空域谱采样前,将干扰的功率谱模糊化以扩大谱峰范围,以增强稳健性^[41]。同时,在一定程度上,谱峰范围扩大更利于空域谱采样操作获得有用的谱峰信息。为实现功率谱模糊操作,可以采用协方差矩阵锐化技术^[41]。

协方差矩阵锐化技术的提出最初是为了提高波束形成算法的稳健性。Guerci J.R.在 1999 年将对角加载波束形成技术及其他相关波束形成算法理论化并总结成协方差矩阵锐化技术^[41]。协方差矩阵锐化技术本身也是一种基于协方差矩阵重构的最小方差无失真响应波束形成技术。协方差矩阵锐化技术最基本的运算操作是阿达玛(Hadamard)矩阵乘运算。阿达玛(Hadamard)矩阵乘运算就是矩阵的对应元素相乘,也被称为 Element-Wise 矩阵乘运算。用符号“ \circ ”表示。以经典的对角加载算法为例,由于采样协方差矩阵求逆波束形成算法会造成系统接收方向图旁瓣过高,也会带来一定程度的主瓣扭曲,因而通常对采样协方差矩阵的对角线上加载一个噪声,实现对旁瓣的抑制,并在一定程度上增强波束形成系统的稳健性。对角加载波束形成器只需要使用较少的快拍数就能实现不错的性能。对角加载算法也可以被看做协方差矩阵锐化技术的一种,如式(2-43)和(2-44)所示,可令 $\mathbf{R}_{dl} = \mathbf{R}_x + \gamma \mathbf{I} = \mathbf{R}_x \circ (\mathbf{I} + \gamma \mathbf{Q}_x)$, 其中 \mathbf{Q}_x 的对角元素是 \mathbf{R}_x 对角元素的逆,非对角元素为零。上式中, $\mathbf{I} + \gamma \mathbf{Q}_x$ 就是对角加载波束形成算法所用的锐化矩阵。该锐化矩阵的作用就是在 \mathbf{R}_x 的对角线上加载一个功率水平为 γ 的额外人工噪声分量。由于对角加载波束形成算法也属于协方差锐化矩阵技术的一种,因此对角加载波束形成算法属于基于协方差矩阵重构的波束形成算法的一种。

但是尽管对角加载波束形成算法能够在一定程度上提升较少采样快拍数时波束形成系统的稳健性,采样得到的训练数据中小误差的存在通常会导致在干扰方向零陷的严重错位,进而导致干扰信号不能被有效抑制,因而对期望方向的响应严重降低。因此展宽系统接收方向图中在干扰方向的零陷对增强系统稳健性十分必要。文献[41]中提到的 MZ 零陷展宽方法就是一个能有效展宽系统接收方向图中在干扰方向的零陷的方法。该零陷展宽方法由 Mailloux^[42]和 Zatman^[43]分别独立提出。尽管他们发明这个方法的方法不同,但他们的得到结果几乎一样。与 MZ 零陷展宽方法相比,其他的零陷展宽方法,比如通过在干扰位置附近迭代地增加人工干扰的方式修正采样协方差矩阵^[44],或在最小方差线性无失真响应波束形成器的优化问题中通过增加点约束的方式设定零陷宽度,都需要经过多次迭代运算并且得知道一定的干扰来波方向信息。因此, MZ 零陷展宽方法具有计算简

单，实用性强的特点，能够有效增强波束形成系统对零陷位置不准的稳健性。

文献[41]中提到：“MZ 锐化矩阵等同于引入均匀分布的同相位扰动”。本论文使用文献[41]中介绍的 MZ 锐化矩阵进行谱模糊操作。MZ 锐化矩阵定义如下：

$$\mathbf{T}_{MZ} = [a_{mn}]_{M \times M} = [\text{sinc}((m-n)\Delta / \pi)], \quad \Delta > 0, \quad (3-9)$$

该矩阵的各个元素由 sinc 函数给出，其中，参数 Δ 决定了模糊的范围，称其为模糊范围参数。模糊范围参数 Δ 越大，谱峰模糊的范围越大。选择的模糊范围参数 Δ 应使模糊后的谱峰能被至少一个观测点观测到。本论文选用模糊范围参数为 $\Delta = \sin^{-1}(2/M)$ ，其中 M 为阵元个数。

用锐化矩阵 \mathbf{T}_{MZ} 模糊采样协方差矩阵 \mathbf{R} 的空域谱的运算操作记作： $\mathbf{R} \circ \mathbf{T}_{MZ}$ ，其中，“ \circ ”是阿达玛（Hadamard）矩阵乘运算。

关于采样协方差矩阵与 MZ 锐化矩阵的阿达玛矩阵乘运算，即 $\mathbf{R} \circ \mathbf{T}_{MZ}$ ，可以实现对功率谱模糊化的原理及其证明如下。

已知角度 θ 的空域导向矢量内积公式如下：

$$\mathbf{d}(\theta)\mathbf{d}^H(\theta) = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp(-j\pi(m-n)\sin\theta) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M. \quad (3-10)$$

由式（2-8）可得，采样协方差矩阵积分形式可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \sigma^2(\theta) \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta \\ &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp(-j\pi(m-n)\sin\theta) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta, \end{aligned} \quad (3-11)$$

给定一个角度 Δ ，将其分成 T 份，并记 $\Delta_i = i\Delta / T, i = 0, 1, \dots, T-1$ ，则可得

$$\mathbf{R} \circ (\mathbf{d}(\Delta_i) \mathbf{d}(\Delta_i)^H) = \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp[-j\pi(m-n)(\sin\theta + \sin\Delta_i)] & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta. \quad (3-12)$$

可以看出，采样协方差矩阵与 Δ_i 方向的信号空域导向矢量的阿达玛乘积，即 $\mathbf{R} \circ (\mathbf{d}(\Delta_i) \mathbf{d}(\Delta_i)^H)$ ，相当于对采样协方差矩阵 \mathbf{R} 中各个方向的信号进行了一个空域平移。当分割的份数 T 很大即每份的角度很小时，对式（3-12）进行求平均操作，可得

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T-1} \mathbf{R} \circ (\mathbf{d}(\Delta_i) \mathbf{d}(\Delta_i)) \\
 &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T-1} \exp[-j\pi(m-n)(\sin \theta + \sin \Delta_i)] & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta \\
 &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp[-j\pi(m-n)(\sin \theta)] \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T-1} \exp[-j\pi(m-n)(\sin \Delta_i)] & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta \\
 &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp[-j\pi(m-n)(\sin \theta)] \frac{1}{\Delta} \int_0^\Delta \exp[-j\pi(m-n)(\sin \delta)] d\delta & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta \\
 &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp[-j\pi(m-n)(\sin \theta)] \text{sinc}((m-n)\Delta / \pi) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta \\
 &= \int_{\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)} \sigma^2(\theta) \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \exp[-j\pi(m-n)(\sin \theta)] & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M d\theta \circ \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \text{sinc}((m-n)\Delta / \pi) & \\ & & \ddots \end{bmatrix}_{m,n=0}^M \\
 &= \mathbf{R} \circ \mathbf{T}_{MZ}
 \end{aligned} \tag{3-13}$$

因此，对 \mathbf{R} 用 \mathbf{MZ} 锐化矩阵进行阿达玛乘积的效果相当于分别把 \mathbf{R} 的各个方向的信号在由模糊范围参数 Δ 决定的邻域内进行模糊操作，因此 \mathbf{R} 的各个方向的信号的谱峰的位置被模糊化到更宽的区域。空域谱模糊效果如图 3-2 所示，从图中可以看出，三个谱峰的位置被模糊化了，谱型变得更宽，但模糊化的谱峰峰值有所减小。

另外，注意由于空域功率谱采样后得到重构的功率谱是离散的。 \mathbf{MZ} 锐化矩阵 \mathbf{T}_{MZ} 同样可以用来模糊化离散的空域功率谱形成相对连续的空域功率谱。经过上述的两次模糊化操作，重构的干扰加噪声协方差矩阵变得较为有效。

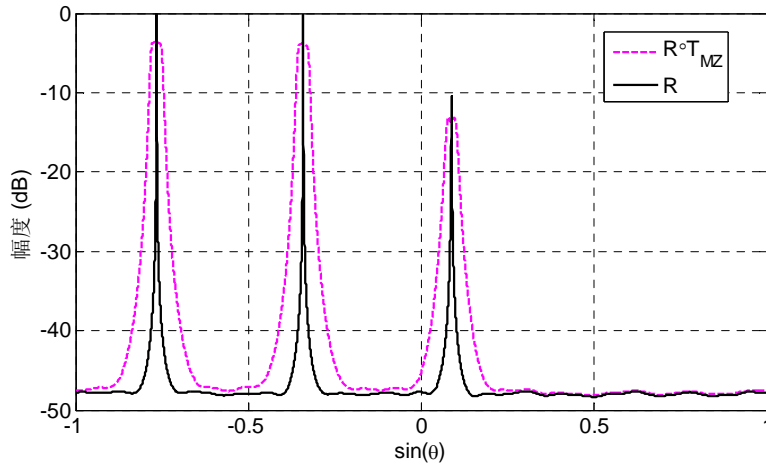


图 3-2 用 MZ 锐化矩阵进行模糊化操作的效果

3.2.3 基于空域功率谱采样的波束形成算法

根据前两小节介绍的空域功率谱采样矩阵、空域功率谱采样方程和 MZ 锐化矩阵，基于空域功率谱采样的波束形成方法可以被总结成如下四个步骤：

步骤一：（模糊）选择合适的模糊范围参数 Δ ，构建 MZ 锐化矩阵 \mathbf{T}_{MZ} ，对采样协方差矩阵 \mathbf{R}_x 进行空域谱模糊化操作，即：

$$\mathbf{R}_T = \mathbf{R}_x \circ \mathbf{T}_{MZ} ; \quad (3-14)$$

步骤二：（采样）建立合适的采样矩阵 $\hat{\mathbf{D}}$ ，利用采样公式对步骤一中得到的矩阵 \mathbf{R}_T 进行空域谱采样操作，即：

$$\hat{\mathbf{R}}_{i+n} = \hat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{R}_T \cdot \hat{\mathbf{D}} ; \quad (3-15)$$

步骤三：（重构）再次使用步骤一中的 MZ 锐化矩阵 \mathbf{T}_{MZ} ，对步骤二的采样结果进行模糊化操作，即与步骤二得到的矩阵进行阿达玛矩阵乘法，得到重构的干扰加噪声协方差矩阵，即：

$$\tilde{\mathbf{R}}_{i+n} = \hat{\mathbf{R}}_{i+n} \circ \mathbf{T}_{MZ} ; \quad (3-16)$$

步骤四：把 $\tilde{\mathbf{R}}_{i+n}$ 和预测的期望方向的信号波达角 θ_p 带入式（2-15）得阵列加权向量：

$$\mathbf{w}_{spss} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{d}(\theta_p)}{\mathbf{d}^H(\theta_p) \tilde{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{d}(\theta_p)} . \quad (3-17)$$

为了便于理解上述空域功率谱采样波束形成算法原理，图 3-3 给出了基于空域功率谱采样的波束形成算法的前三个步骤输出矩阵的空域功率谱的示例。仿真

中所用干扰信号的波达角分别是-20 度和-50 度，干噪比为-30dB。期望信号的真实波达角为 5 度，信号与噪声功率之比等于 20dB。选用期望信号波达角模糊范围 $\Theta = [-1^\circ, 11^\circ]$ 。如图所示，基于空域功率谱采样方法重构的干扰加噪声协方差矩阵能有效抑制期望方向的信号的功率谱信息，并有效保留了干扰的功率谱信息。如图 3-3 所示，第一步用 MZ 锐化矩阵对原采样协方差矩阵进行模糊化操作之后，如褐色实线所示，空域功率谱峰值区域被展宽，实现了对谱峰的模糊化操作。空域功率谱峰被展宽了之后，就有更多的观测点落在谱峰的范围，有利于得到更多的干扰功率谱信息，进而有利于采样后重构操作对干扰功率谱的恢复。

第二步空域功率谱采样操作之后，由于所得矩阵是 M 维的，而构造 M 维矩阵使用了少于 M 个秩一矩阵的求和，故采样操作所得矩阵不满秩。为了能用 Capon 功率谱显示空域功率谱采样操作的结果，对所得不满秩的矩阵进行一个功率水平为 10^{-5} 的对角加载（噪声功率水平为 1），以保证其满秩并能进行 Capon 功率谱估计所需的矩阵求逆运算。如图 3-3 点划线所示，谱峰位置也即采样点位置的谱值落在真实的谱值附近，能够准确的采样噪声水平和干扰功率水平，同时期望信号来波方向所在区域内的谱值被抑制到所加载的功率水平，说明期望信号的功率信息将被完全消除。这与理论分析相符。注意，图 3-3 点划线显示的采样后所得矩阵的空域功率谱是离散的，若非有加载量，谱值仅存在于所用的一组观测点的位置上。

为利用采样得到的离散功率谱重构得到包含干扰谱峰和噪声水平的连续的空域功率谱，第三步重构操作，再次用 MZ 锐化矩阵模糊化第二步得到的包含离散的空域功率谱信息的矩阵，如图 3-3 虚线所示，第三步所得重构矩阵的空域功率谱变得连续，且形状与第一步模糊化之后的所得矩阵的空域功率谱接近，即谱峰位置及大小相近，噪声水平一致。

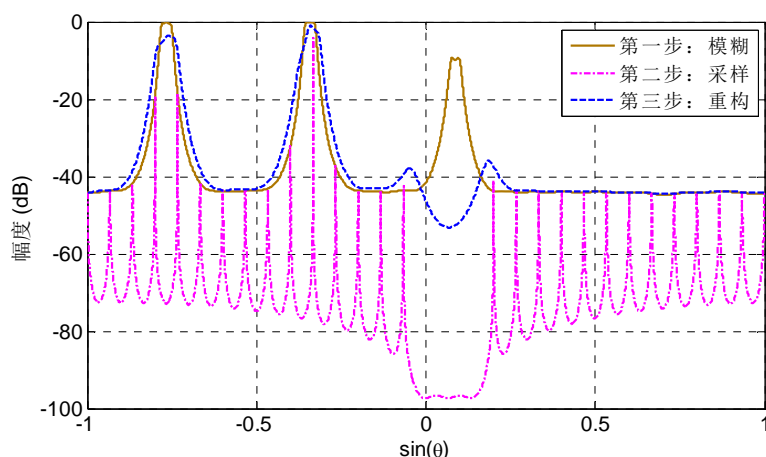


图 3-3 基于 SPSS 的波束形成算法的前三个步骤效果示例

从上述四个步骤可以看出，算法运算量主要集中在第四步的矩阵求逆中。所以，所提基于空域功率谱采样的波束形成算法的时间复杂度是 $O(M^3)$ ，远小于干扰加噪声协方差矩阵算法的时间复杂度 $O(SM^2)$ ，($S \gg M$)。仿真实验显示，当阵元个数为 30，基于采样矩阵重构的波束形成算法的积分点个数 $S=300$ 时，干扰加噪声协方差矩阵算法需要的计算时间是 14.6ms，而所提基于空域功率谱采样的波束形成算法只需 0.6ms。这直观显示了所提算法在计算复杂度上的巨大优势。

3.3 仿真实验

仿真条件： $M=30$ 阵元均匀线型阵列，阵元以半波长为间隔等间距分布，两个干扰信号分别从 -50° 和 -20° 入射，干扰能量与噪声能量比(Interference-to-Noise Ratio, INR)都为 30dB。期望信号入射角度的预测值为 $\theta_p = 5^\circ$ 。图中的每个点由 500 次蒙特卡罗实验的结果求平均得到。所提基于空域功率谱采样的波束形成算法(SPSS)与第二章介绍的基于最差情况性能最优化的波束形成算法(WCB)、基于序列迭代二次规划的波束形成算法(SQP)、基于最少先验信息的波束形成算法(LP)和基于采样协方差矩阵重构的波束形成算法(INCR)等四种算法对比。所提算法中，选用期望信号波达角模糊范围 $\Theta = [\theta_p - 6^\circ, \theta_p + 6^\circ]$ ，式(3-2)中选用观测点 $\alpha_0 = 0^\circ$ ，除非特殊声明，式(3-9)中选用模糊范围参数 $\Delta = \sin^{-1}(2/M)$ 。对于基于序列迭代二次规划的波束形成算法，选用参数 $\delta = 0.1$ 和 20 个参考矩阵 $\mathbf{C} = \int_{\Theta} \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta$ 的主特征向量进行计算仿真。

实验 1. 期望方向的信号和干扰的方向有随机指向性误差

在本实验中，与[29]中的情况相同，期望方向的信号和干扰的方向性误差随机均匀分布在 $[-4^\circ, 4^\circ]$ 中。干扰加噪声协方差矩阵中积分用的采样点数为 $S=300$ 。所有来波信号的波达角每次独立仿真都会随机改变，但在同一次仿真的不同信号样本中是一样的。图 3-4 给出了系统输出信干噪比随期望方向的信号输入信噪比变化的曲线。采样快拍数 $N=2M=60$ 。可以看出，所提算法的性能与干扰加噪声协方差矩阵算法十分接近。当信噪比小于 0dB 时，所提算法与其它三种算法性能相当，但当信噪比大于 0dB 时，所提算法明显优于其它三种算法。图 3-5 给出了系统输出信干噪比随采样快拍数 N 变化的曲线。期望方向的信号输入信噪比固定为 10dB。如图所示，所提算法与干扰加噪声协方差矩阵算法性能接近，但优于其它三种算法。同时，可以看出，在信噪比较小，在 -30dB 到 0dB 处，基于导

向矢量修正的波束形成算法，如基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法能达到更优的性能，而这两种算法在信噪比较高时性能则远差于仿真所用的两种基于协方差矩阵重构的算法。基于最差情况性能最优化的波束形成算法的性能总体上弱于其它四种算法。从输出信干噪比大小随采样快拍数收敛快慢上看，所提算法与基于干扰加噪声矩阵重构的波束形成算法收敛速度相同，而其它三种基于最优化的算法收敛速度较慢。

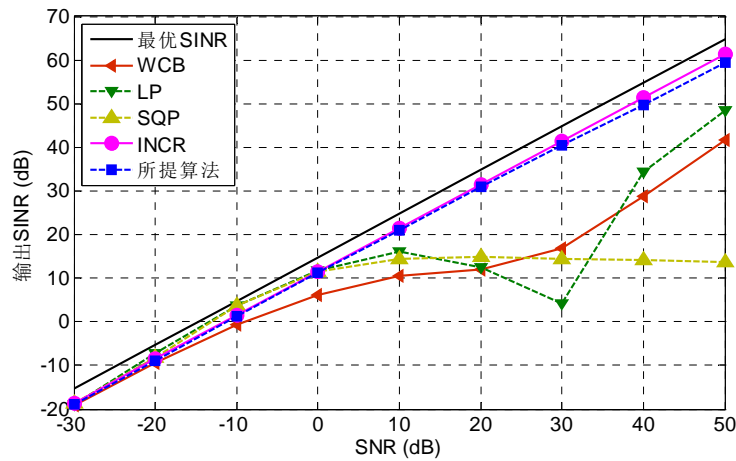


图 3-4 输出 SINR 与输入 SNR 的关系

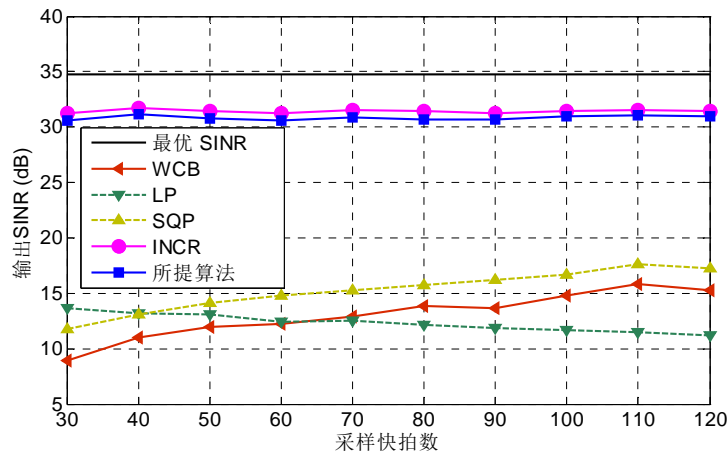


图 3-5 输出 SINR 随采样快拍数 N 的收敛性

实验 2. 所提算法性能与阵列规模的关系

在本实验中，通过变化阵元数目 M ，对比所提算法与干扰加噪声协方差矩阵算法在相同条件下的性能。考虑实验 1 中用到的随机方向性误差情况，阵元个数 M 取 20 到 80，信噪比等于 20dB，采样快拍数取定位二倍的阵元个数， $N = 2M$ 。

基于采样矩阵重构的波束形成算法的积分点个数 $S = 3601$ 以使干扰加噪声协方差矩阵波束形成器获得最佳的性能。从图 3-6 可知，当阵元个数不小于 22 个时，所提算法与干扰加噪声协方差矩阵算法输出信干噪比之差小于 0.7dB。这说明，所提算法能用极小的计算量达到与干扰加噪声协方差矩阵算法相似的性能。另外，随阵元个数增大，所提算法与基于采样矩阵重构的波束形成算法的输出差别逐渐减小。这符合理论部分的讨论，同时说明，当阵元数越大时，所提算法性能越接近基于采样矩阵重构的波束形成算法，所提基于空间功率谱采样的波束形成算法的优势越明显。

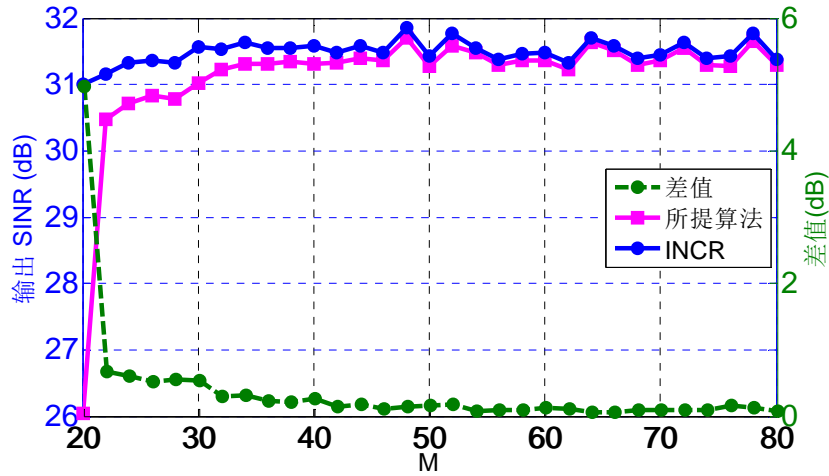


图 3-6 输出 SINR 与阵元个数 M 的关系

3.4 本章小结

本章提出一种基于空间功率谱采样（SPSS）的干扰加噪声协方差矩阵重构方法，并相应提出一种基于空域功率谱采样的稳健自适应波束形成算法。所提波束形成算法的计算复杂度是 $O(M^3)$ ，远小于干扰加噪声协方差矩阵的计算复杂度（ $O(M^2S)$ （ $S \gg M$ ））。在所提的干扰加噪声协方差矩阵重构方法中，避免了对空间功率谱的估计。仿真结果证明，所提基于空域功率谱采样的波束形成算法可以用极小的计算量达到与干扰加噪声协方差矩阵算法十分接近的性能。

第4章 基于信号子空间自适应估计的波束形成算法

4.1 引言

为提高最小方差无失真响应波束形成器的稳健性,可以通过矫正对期望的信号来波方向上的导向矢量的估计实现,如基于特征空间投影的波束形成算法,基于序列迭代二次规划的波束形成算法及基于最少先验信息的波束形成算法。这些算法虽然有一定的适用性,但也存在很大的局限。比如,基于特征空间投影的波束形成算法通过提取协方差矩阵的主空间,用投影的方法矫正导向矢量,增强算法对导向矢量适配的稳健性。但基于特征空间投影的波束形成算法存在最大的问题是难以准确估计主空间维度以及期望方向的信号较弱时的子空间扭曲现象对性能的严重影响。基于序列迭代二次规划的波束形成算法和基于最少先验信息的波束形成算法通过构建“参考空间”,利用参考空间对角度的选择性,实现对期望方向的信号的空域区分。总体来说,基于序列迭代二次规划的波束形成算法假定期望的信号来波方向上的导向矢量严格属于参考空间,直接从参考空间里按约束条件进行搜索实现对信号空域导向矢量的矫正,而基于最少先验信息的波束形成算法通过松弛期望的信号来波方向上的导向矢量严格属于参考空间这个条件,因而获得了更多的自由度,实现更快的收敛和更优的性能。从另一方面来看,基于特征空间投影的波束形成算法旨在提取信号加干扰子空间(SI子空间),而不是把信号子空间(S子空间)和干扰子空间(I子空间)分开。通过向SI子空间投影得到的矫正的导向矢量不是准确的,这在很大程度上限制了基于特征空间投影的波束形成算法的性能。

本章通过结合基于序列迭代二次规划的波束形成算法或基于最少先验信息的波束形成算法和主空间算法的原理提出一种空间交运算的方法实现了对S子空间的精确估计,进而实现对波束形成器稳健性的增强。关键地,S子空间必须既属于基于特征空间投影的波束形成算法采用的主空间又属于基于序列迭代二次规划的波束形成算法或基于最少先验信息的波束形成算法中提出的参考空间。这种利用导向矢量同属于两个空间的性质改进的波束形成算法在文献[48]中也有所体现。文献[48]利用期望的信号来波方向上的导向矢量的泰勒展开得到一个参考空间,并利用向量空间投影(Vector Space Projection, VSP)的方法得到期望的信号来波方向上的导向矢量的矫正。但VSP的方法只能提高存在指向性误差

的情况下的波束形成算法的稳健性，而本论文所提方法能够同时克服阵型误差和指向性误差，能够在更通用的场景实现稳健的波束形成。进一步地，本论文所提方法估计的 S 子空间的基可以作为对期望的信号来波方向上的导向矢量的有效估计。所提方法估计的 S 子空间对导向矢量失配、 SI 子空间过估计有很强的稳健性，同时能够用于对期望方向的信号强弱进行粗略的判别，为波束形成算法的选择给出参考。仿真实验对比了未修正的和用所提算法修正了的基于序列迭代二次规划的波束形成算法波束形成器、基于最少先验信息的波束形成算法波束形成器和基于特征空间投影的波束形成算法波束形成器等六种波束形成算法的性能，证明了所提 S 子空间估计方法的有效性。

4.2 算法原理

理论上，基于特征空间投影的波束形成算法的 SI 子空间由来波信号（包括期望方向的信号和干扰）的导向矢量张成。假定有一个参考空间，该空间包含了所有期望方向的信号可能波达角的导向矢量，那么 SI 子空间和参考空间的交空间将仅可能由期望方向的信号的导向矢量张成。利用这个交空间的正交投影算子，可以判断出任一导向矢量与期望的信号来波方向上的导向矢量的相关性，进而可以用于构建对导向矢量优化的可行域并应用于所有旨在矫正导向矢量的优化问题。

实际上，基于特征空间投影的波束形成算法选择了 K_R 个 \mathbf{R} 的主特征向量进行对 SI 子空间的估计。主空间维度 K_R 的选择参考 2.3.1 的介绍。为了估计所需的参考空间，参考基于序列迭代二次规划的波束形成算法或基于最少先验信息的波束形成算法中的方法：首先，构建矩阵 $\mathbf{C} = \int_{\Theta} \mathbf{d}(\theta) \mathbf{d}^H(\theta) d\theta$ ；然后使用 K_C 个 \mathbf{C} 的主特征向量张成参考空间 Π_C （计算中， Π_C 为所用特征向量的排列）。注意， K_C 仅与阵型有关，当阵型已知时可以被预先设定。例如，如果期望方向的信号波达角的模糊范围是一个 10° 的空域区间，对 10 个阵元、半波长间隔的均匀线阵， $K_C = 3$ 是最佳选择，如图 4-1 所示。

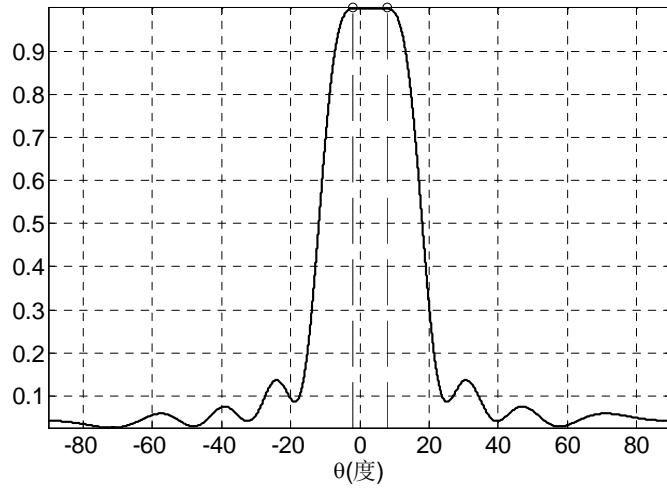


图 4-1 $K_C = 3$ 时 $\mathbf{d}(\theta)$ 在参考空间中的内积 $|\mathbf{d}^H(\theta)\mathbf{\Pi}_C\mathbf{\Pi}_C^H\mathbf{d}(\theta)|/M$

估计的信号加干扰子空间和估计的参考空间分别被记作空间 Ω_R 和空间 Ω_C 。令信号加干扰子空间由矩阵 \mathbf{B} 张成, 即 $\Omega_R = \text{span}\{\mathbf{B}\}$, 令参考空间由矩阵 \mathbf{D} 张成, 即 $\Omega_C = \text{span}\{\mathbf{D}\}$, 其中, \mathbf{B} 和 \mathbf{D} 是 Ω_R 和 Ω_C 的基。尽管 Ω_R 和 Ω_C 可以根据 \mathbf{R} 和 \mathbf{C} 直接求出, 但是空间的交 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 没有现有的方法可以求出^[49,50], 因而不能获得到 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 的正交投影。

通过分析交叉投影矩阵 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H$, 本章给出一个到 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 空间的正交投影矩阵的近似解。首先, 称 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 为交叉投影的原因解释如下:

已知 \mathbf{B} 由信号加干扰子空间的基排列而成, 因此到信号加干扰子空间的投影矩阵为 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H$, 同理, \mathbf{D} 由参考空间的基排列而成, 因此到参考空间的投影矩阵为 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H$ 。假定一个任意的 M 维向量 \mathbf{x} , $\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}$ 为 \mathbf{x} 到信号加干扰子空间的投影, 而 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}$ 为 \mathbf{x} 到信号加干扰子空间的投影再到参考空间的投影, 同理, $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}$ 为 \mathbf{x} 到信号加干扰子空间的投影再到参考空间的投影再到信号加干扰子空间的投影再到参考空间的投影, 以此类推, 可以将任意的 M 维向量通过两个到不同空间的投影矩阵反复交叉地投影到不同的空间内。因此本论文称投影过程 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}$ 为交叉投影, 称 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 为交叉投影矩阵。

考虑两个向量 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} , 若向量 \mathbf{A} 与向量 \mathbf{B} 不平行, 即向量 \mathbf{A} 与向量 \mathbf{B} 之间的夹角不为 0。记夹角为 β 度, 将向量 \mathbf{A} 投影到向量 \mathbf{B} 上, 即在向量 \mathbf{B} 方向上做正交分解, 则向量 \mathbf{A} 在向量 \mathbf{B} 方向上的分量为 $A\cos\beta$ 。再将向量 \mathbf{A} 在向量 \mathbf{B} 上的部分投影到向量 \mathbf{A} 方向上, 则所得投影后的向量为 $A\cos^2\beta$, 这样反复将投影后的向量再投影到另一个向量上 N 次后, 最终的投影所得向量为 $A\cos^N\beta$, 当足够大时, 只要向量 \mathbf{A} 与向量 \mathbf{B} 不平行, 即 β 不等于 0, 则最终的投影所得向

量 $A \cos^N \beta$ 无限接近于 0。类似的，对于一个矢量在上述两个空间其中一个空间的象反复交叉投影到另一个空间中，若该矢量不存在于上述两个空间的交空间中，即同属于两个空间，当反复交叉投影的次数足够多后，最终投影得到的象的大小（模值）无限接近于 0。基于这个观察结论，下面的定理 1 中进一步地给出详细的理论，并基于这个观察给出到两个空间交空间的投影的近似定理（定理 2）。

定理 1. $\mathbf{x} \in \Omega_C \cap \Omega_R$ 当且仅当 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}$ (or $\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}$).

证明：显然， $\mathbf{x} \in \Omega_C$ 当且仅当 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}$ ，同时， $\mathbf{x} \in \Omega_R$ 当且仅当 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}$ 。

（充分性）如果 $\mathbf{x} \in \Omega_C \cap \Omega_R$ ，则

$$\mathbf{D}\mathbf{D}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}) = \mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}。 \quad (4-1)$$

（必要性）如果 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ ，则 \mathbf{x} 一定在 $\text{span}\{\mathbf{D}\}$ 中。然而

$$\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{x} = \mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{D}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}), \quad (4-2)$$

可得

$$\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}, \quad (4-3)$$

因此 \mathbf{x} 也在 $\text{span}\{\mathbf{B}\}$ 中。所以 $\mathbf{x} \in \Omega_C \cap \Omega_R$ 。

综上， $\mathbf{x} \in \Omega_C \cap \Omega_R$ 当且仅当 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x} = \mathbf{x}$ 。

定理 2. $\mathbf{B}\mathbf{B}^H \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n$ ($\mathbf{P} = \mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H$) 逼近于到 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 空间的正交投影矩阵。

证明：假设 $\Omega_C = \text{span}\{\mathbf{D}\} \subset \Omega$ ， $\Omega_R = \text{span}\{\mathbf{B}\} \subset \Omega$ 。对于 $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ ， \mathbf{x} 可以被正交分解为

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\parallel} + \mathbf{x}_{\perp}, \quad (4-4)$$

其中， $\mathbf{x}_{\parallel} \in \Omega_C \cap \Omega_R$ ， $\mathbf{x}_{\perp} \perp \Omega_C \cap \Omega_R$ 。令 $\mathbf{P} = \mathbf{D}\mathbf{D}^H\mathbf{B}\mathbf{B}^H$ ，于是

$$\mathbf{P}\mathbf{x}_{\parallel} = \mathbf{x}_{\parallel}。 \quad (4-5)$$

$\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp}$ 是 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}_{\perp}$ 在 Ω_C 上的正交投影的像，而 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}_{\perp}$ 是 \mathbf{x}_{\perp} 在 Ω_R 上正交投影的像。所以， $\exists d_1, d_2$ ($d_1, d_2 \geq 0$)，使得 $\|\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp}\|^2 + d_1^2 = \|\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}_{\perp}\|^2$ ， $\|\mathbf{B}\mathbf{B}^H\mathbf{x}_{\perp}\|^2 + d_2^2 = \|\mathbf{x}_{\perp}\|^2$ 。于是有 $\|\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp}\|^2 + d_1^2 + d_2^2 = \|\mathbf{x}_{\perp}\|^2$ 。因此，

$$\|\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp}\| \leq \|\mathbf{x}_{\perp}\|。 \quad (4-6)$$

注意， $\|\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp}\| = \|\mathbf{x}_{\perp}\|$ 当且仅当 \mathbf{x}_{\perp} 是零向量。

另外，因为 $\mathbf{x}_{\perp} \perp \Omega_C \cap \Omega_R$ ，所以 $\forall \boldsymbol{\zeta} \in \Omega_C \cap \Omega_R$ ，

$$(\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp})^H \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{x}_{\perp}^H \mathbf{P}^H \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{x}_{\perp}^H \boldsymbol{\zeta} = 0, \quad (4-7)$$

因此， $\mathbf{P}\mathbf{x}_{\perp} \perp \Omega_C \cap \Omega_R$ ，进而 $\mathbf{P}^n \mathbf{x}_{\perp} \perp \Omega_C \cap \Omega_R$ (n 是非负整数)。假设 \mathbf{x}_{\perp} 不是零向量，

根据式 (4-6)，可得

$$\| \mathbf{P}^n \mathbf{x}_\perp \| < \dots < \| \mathbf{P} \mathbf{x}_\perp \| < \| \mathbf{x}_\perp \|。 \quad (4-8)$$

一定存在 $\varepsilon_i < 1$ ， $i = 2, \dots, n$ ，使得

$$\| \mathbf{P}^i \mathbf{x}_\perp \| = \varepsilon_{i-1} \| \mathbf{P}^{i-1} \mathbf{x}_\perp \|。 \quad (4-9)$$

可得

$$\| \mathbf{P}^n \mathbf{x}_\perp \| = \| \mathbf{P} \mathbf{x}_\perp \| \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \dots \cdot \varepsilon_{n-1} \leq \| \mathbf{P} \mathbf{x}_\perp \| \cdot \max^n \{\varepsilon_i\} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty。 \quad (4-10)$$

进而可得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n \mathbf{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n \mathbf{x}_\parallel + 0 = \mathbf{x}_\parallel。 \quad (4-11)$$

因此，对 $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n \mathbf{x}$ 会保留 \mathbf{x} 在 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 中的部分并清除它正交于 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 的部分。 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n \mathbf{x}$ 也是如此。把 $\mathbf{B}\mathbf{B}^H \mathbf{P}^n$ 记作 $\tilde{\mathbf{P}}_n$ 。显然， $\tilde{\mathbf{P}}_\infty$ 是 Hermitian 的。并且，当 $n \rightarrow \infty$ 时， $\tilde{\mathbf{P}}_\infty^2 = \tilde{\mathbf{P}}_\infty$ 。

综上所述， $\tilde{\mathbf{P}}_\infty$ 是 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 的正交投影算子。证毕。

实际应用中，对一个矩阵进行无穷次的乘法是无法实现的，仅仅可以采用较小的 n 得到近似的计算。又因为 S 子空间理论上应该是 1 维的，因为理论上 S 子空间仅仅包含期望信号的导向矢量。于是，可以提取 $\tilde{\mathbf{P}}_n$ ($n < \infty$) 主特征向量 \mathbf{p} 张成所求估计的 S 子空间。因此，到估计的 S 子空间的正交投影矩阵是 $\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{p}\mathbf{p}^H$ 而不是 $\tilde{\mathbf{P}}_\infty$ 。注意， $\tilde{\mathbf{p}} = \sqrt{M} \mathbf{p} / \| \mathbf{p} \|^2$ 可以作为对期望的信号来波方向上的导向矢量的估计，下一节的仿真实验证明该估计的有效性。同时，下一节对本算法的仿真实验证明交叉投影次数为 $n=10$ 已然可以取到很好的效果。由于此处是反复的交叉投影，且交叉投影矩阵可预先求解，再直接与导向矢量相乘，因此为了节省计算资源，可以设计更有效的计算交叉投影的方法，比如已经求出 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H \mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 后，设计一个循环求平方的计算结构，输入 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H \mathbf{B}\mathbf{B}^H$ ，则第一次计算 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H \mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 的平方，第二次以第一次计算的结果为输入计算 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H \mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 的平方的平方，即 $\mathbf{D}\mathbf{D}^H \mathbf{B}\mathbf{B}^H$ 的四次方，以此类推，循环次数可以依计算速度和所需计算精度设定。理论上交叉投影次数越高越好，因为交叉投影次数越高，不属于交空间的向量越接近于零向量，对最终所得矩阵的贡献就越小，最终所得矩阵越接近真实的到交空间的投影矩阵。

下面总结本章所提方法估计的 S 子空间的三个有益性质：

性质 1： 对导向矢量失配的稳健性，也即能够跟踪期望方向的信号的变化。

对 $\forall \mathbf{d} \in \Omega$ ，投影 $\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}$ 仅仅包括 \mathbf{d} 在 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 中的部分。所以，当 \mathbf{d} 更多的在 S 子空间时，即， \mathbf{d} 在 S 子空间有较大分量时， $\|\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}\|$ 较大。 \mathbf{d} 在 S 子空间有较大分量的情况大致发生在 \mathbf{d} 离期望的信号来波方向上的导向矢量越来越远的时候。特别的，当导向矢量失配仅由指向性误差引起时，即，误差的原因仅是观测角度误差， $\|\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}(\theta)\|$ 可以给出所用角度 θ 距离真实波达角 θ_s 远近的测量。这个性质可以进一步用来实现波达角（DOA）的精确估计，实现由低精度的 DOA 估计或已知 DOA 范围的情况到准确 DOA 估计。

性质 2： 提供对来波信号能量强弱的判断。

当期望方向的信号较弱时，由于子空间扭曲现象的存在，对 SI 子空间 Ω_R 的估计一般维度不足，如第二章给出的估计方法。这种情况下，期望的信号来波方向上的导向矢量不属于 Ω_R ，若参考空间准确，此时 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 理论上是零空间。因为迹 $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_n)$ ($n < \infty$) 的大小可以等于 $\tilde{\mathbf{P}}_n$ 特征值之和。 $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_n)$ 为 0 代表 $\tilde{\mathbf{P}}_n$ 秩为零， $\Omega_C \cap \Omega_R$ 为零空间； $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_n)$ 大于零时，表示 Ω_C 与 Ω_R 有共同的部分，即期望的信号来波方向上的导向矢量包含于交空间中。当期望方向的信号很弱，由于 Ω_R 欠估计，期望的信号来波方向上的导向矢量不属于 Ω_R ， $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_n)$ 为 0；反之，当期望方向的信号很强， Ω_R 能被准确估计，期望的信号来波方向上的导向矢量属于 Ω_R ， $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_n)$ 大于零。据此，可以对 $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_n)$ ($n < \infty$) 设定一个门限来判断期望的信号来波方向上的导向矢量是否在 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 中，即反映期望方向的信号的强弱。现有的波束形成算法中，有些是适合低信噪比的，有些是适合高信噪比的。所以这个性质可以用作不同信噪比适用的波束形成器的切换依据。

性质 3： 对 SI 子空间的过估计的稳健性

当 K_R 被过估计时，噪声子空间将会被包含在估计的 SI 子空间 Ω_R 中。然而，与 SI 子空间相比，噪声子空间跟参考空间的重叠很少（理论上没有重叠）。所以 $\Omega_C \cap \Omega_R$ 可以有效的移除过估计的噪声空间，得到对 S 空间的有效估计。

4.3 仿真分析

仿真条件：阵元数 $M=10$ 个阵元的均匀线阵，阵元以半波长间隔排列，两个干扰信号分别从 30° 和 50° 入射到线阵，干噪比都为 30dB。如无特殊申明，期望信号入射角度的预测值为 $\theta_p = 3^\circ$ 。期望方向的信号波达角模糊区域设为 $\Theta = [\theta_p - 5^\circ, \theta_p + 5^\circ]$ 。在所提估计 S 子空间的方法中， K_R 若无申明则由 L 曲线

方法自适应得到，如 2.3.1 小节所述；预设 $K_C = 3$ （如 4.2 的分析）；投影矩阵 $\tilde{\mathbf{P}}$ 由 $\tilde{\mathbf{P}}_{10}$ 的主特征向量得到。本节给出两组仿真实验。其中，第一组仿真实验用于验证用所提方法估计的 \mathbf{S} 子空间的三个性质，即对导向矢量失配的稳健性，能够提供对来波信号能量强弱的判断，以及对 \mathbf{SI} 子空间的过估计的稳健性；在第二组仿真实验中，用所提方法估计的 \mathbf{S} 子空间被用于改进基于最少先验信息的波束形成算法、基于序列迭代二次规划的波束形成算法及最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成算法，在指向性误差和阵元位置误差同时存在的条件下，该组实验给出改进前及改进后的波束形成算法性能对比曲线。

实验 1. 验证所提方法估计的 \mathbf{S} 子空间的三个性质

快拍数为 $N = 30$ ，信噪比等于 20dB， θ_s 被分别设为 -1° ， 1° ， 3° ， 5° ，和 7° ，而 $\theta_p = 3^\circ$ 。图 4-2 显示了在不同的 θ_s 时， $\mathbf{d}^H(\theta)\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}(\theta)$ 与 θ 的关系。可以看出，在不同程度的指向性误差条件下， $\|\mathbf{d}^H(\theta)\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}(\theta)\|$ 始终在真实期望方向的信号波达角处达到最大值，能够较准确的跟踪期望方向的信号的位置。

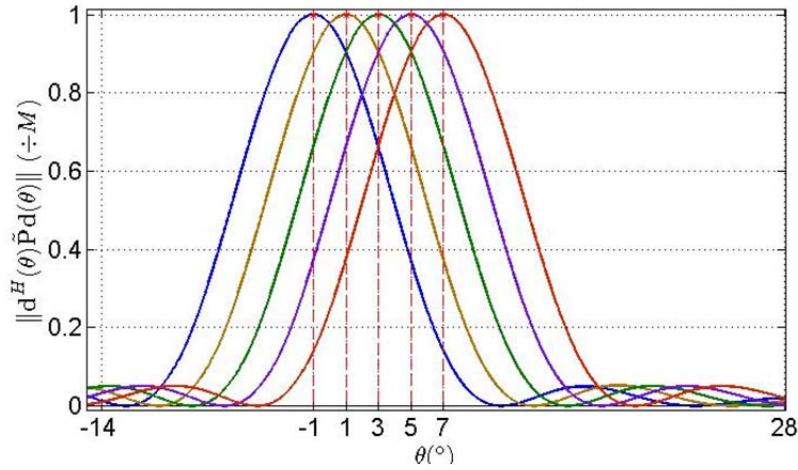


图 4-2 对性质一（对导向矢量失配的稳健性）的验证

然后设置 $\theta_s = 7^\circ$ （ 4° 的误差）， K_R 被分别设为 3，5，8，分别代表 K_R 被准确估计及不同程度过估计的情形。图 4-3 显示了不同 K_R 时， $\|\mathbf{d}^H(\theta)\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}(\theta)\|$ 与 θ 的关系。如图所示，当 K_R 被过估计时， $\|\mathbf{d}^H(\theta)\tilde{\mathbf{P}}\mathbf{d}(\theta)\|$ 几乎保持不变，这证明了所提方法估计的 \mathbf{S} 子空间对 K_R 过估计的稳健性。

最后，把 K_R 从 1 变化到 10。图 4-4 显示了在不同 K_R 时， $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{10})$ 与输入信

噪比的关系。如图所示,当 K_R 等于 1,2 时,即当估计的 Ω_R 不能包括全部来波信号时,在信噪比大于 30dB 时,即期望方向的信号的功率大于干扰信号时, $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{10})$ 变大。当 K_R 等于 3,4,5,6 时,此时 Ω_R 包含了所有来波信号并可能被过估计, $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{10})$ 在信噪比等于 -20dB 和信噪比等于 0dB 之间有明显的坡度。此处,如果在 0.5 到 0.7 之间设定一条横线,那么信噪比大于 -10dB 的期望方向的信号可以根据 $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{10})$ 识别,且在 K_R 等于 3,4,5,6 都有效。这符合对性质 3 (对 SI 子空间的过估计的稳健性) 的描述。但当 K_R 大于 6 时,性质 3 不成立。

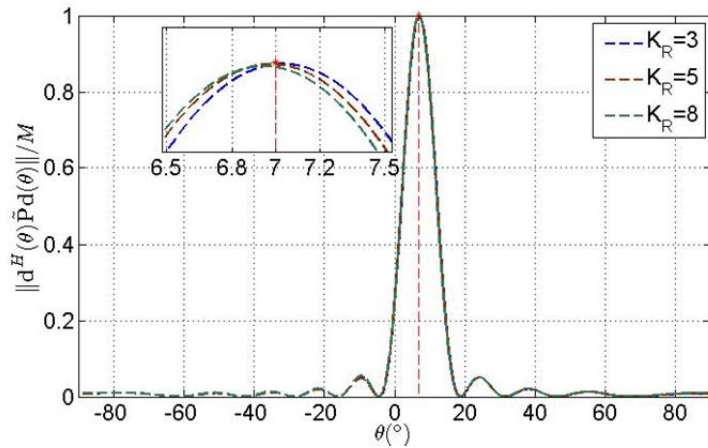


图 4-3 对性质二 (对 SOI 功率强弱的判断) 的验证

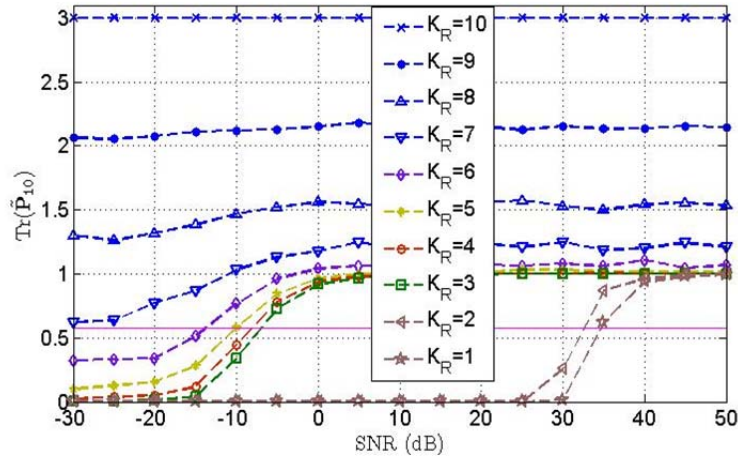


图 4-4 对性质三 (对 SI 子空间的过估计的稳健性) 的验证

实验 2. 对现有基于导向矢量矫正的波束形成算法的改进

本实验所用基于序列迭代二次规划的波束形成算法 (SQP)、基于最少先验信息的波束形成算法(LP)、最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法(MVDR-SMI)

如第二章所述。基于所提方法估计的 S 子空间的三个性质，当 $\text{Tr}(\tilde{\mathbf{P}}_{10}) < 0.58$ （如图 4-4 横线位置）时，仍按原有算法，否则对它们改进如下：

1. 改进基于序列迭代二次规划的波束形成算法(Modified SQP)

$$\begin{aligned}
 \min_{\delta_{\perp}} \quad & (\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp})^H \mathbf{R}_x^{-1} (\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp}) \\
 \text{s.t.} \quad & \|(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{P}})(\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp})\| < \sqrt{\tau} \\
 & \mathbf{d}^H(\theta_p) \delta_{\perp} = 0 \\
 & \|\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp}\|^2 \leq M(\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp})^H \\
 & (\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp}) \bar{\mathbf{C}} (\mathbf{d}(\theta_p) + \delta_{\perp}) \leq \mathbf{d}^H(\theta_p) \bar{\mathbf{C}} \mathbf{d}(\theta_p)
 \end{aligned} \tag{4-12}$$

2. 改进的基于最少先验信息的波束形成算法(Modified LP)

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{A}} \quad & \text{Tr}(\mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A}) \\
 \text{s.t.} \quad & \text{Tr}(\mathbf{A}) = M \\
 & \text{Tr}((\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{P}}) \mathbf{A}) \leq \tau \\
 & \mathbf{A} \succeq 0
 \end{aligned} \tag{4-13}$$

3. 带导向矢量修正的最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器(SVe MVDR-SMI)

用 $\tilde{\mathbf{p}}$ 代替式 (2-15) 中的导向矢量进行计算，得到导向矢量修正的最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器 (SVe MVDR-SMI)，如下式：

$$\mathbf{w}_p = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \tilde{\mathbf{p}}}{\tilde{\mathbf{p}}^H \mathbf{R}_x^{-1} \tilde{\mathbf{p}}} \tag{4-14}$$

在上述改进基于序列迭代二次规划的波束形成算法及改进的基于最少先验信息的波束形成算法中， τ 是对可行域的限制，如无其它申明，默认选择 $\tau = 0.3$ 。本实验同时仿真了基于最差情况性能最优化的波束形成算法的性能，将其作为一种整体参考。基于最差情况性能最优化的波束形成算法到的参数 $\epsilon = 0.3M$ 。对于基于序列迭代二次规划的波束形成算法，选用 $\delta = 0.1$ 和 $K_C = 3$ 个 \mathbf{C} 的主特征向量。在仿真中，假设期望方向的信号和干扰波达角的指向性误差均匀随机分布在 $[-4^\circ, 4^\circ]$ ，并假设每个阵元的位置误差均匀随机分布在 $[-0.05, 0.05] \cdot \lambda$ 。图中每个点由 500 次蒙特卡罗实验结果求平均得到，所有来波信号的波达角每次独立仿真都会随机改变，但在同一次仿真的不同信号样本中是一样的。

图 4-5 给出了基于最差情况性能最优化的波束形成算法(WCB)、矢量空间投影算法 (VSP) [48]、改进前和改进后的基于序列迭代二次规划的波束形成算法 (SQP)、基于最少先验信息的波束形成算法 (LP) 及最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法 (MVDR-SMI) 的信干噪比与采样快拍数 N 的关系。信噪比被固定为 30dB。如图所示，改进后的算法与改进前的算法随采样快拍数收敛速度一致，

但输出信干噪比随 N 不断增加至收敛，而改进前的算法随 N 不断减少至收敛。

图 4-6 给出了基于最差情况性能最优化的波束形成算法、改进前和改进后的基于序列迭代二次规划的波束形成算法、基于最少先验信息的波束形成算法及最小方差无失真响应样本矩阵求逆算法的输出信干噪比与输入信噪比的关系。采样快拍数 N 被固定为 30。如图所示，信噪比等于 -10dB 明显是一个边界：在它的左边，改进后的算法与改进前的算法性能一致；在它的右边，改进后的算法比改进前的算法有明显优势。这个边界显示了性质 2 的有效性。改进后算法的提升主要是由于性质 1 能给出更窄更准确的可行域，而避免了算法收敛到不准确的局部最优解。值得注意的是，当信噪比大于 0dB 时，带导向矢量修正的最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器算法比原基于序列迭代二次规划的波束形成算法性能更好。

为了进一步说明所提方法估计的 S 子空间对 SI 子空间过估计的稳健性，下一个实验选择 $K_R = 6$ 来模拟 SI 子空间被过估计的情形。图 4-7 给出了输出信干噪比与输入信噪比的关系。采样快拍数固定为 30。与图 4-6 相比，除了带导向矢量修正的最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器算法的性能改变了，改进的基于序列迭代二次规划的波束形成算法和改进的基于最少先验信息的波束形成算法性能都与图 4-6 中的几乎一致。带导向矢量修正的最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成器算法的性能下降主要由于如图 4-3 所示的导向矢量的微小差异。虽然差异很小，但基于最小方差无失真响应的波束形成器极易受到导向矢量失配的影响而产生期望信号对消现象，尤其当信噪比很大的时候。

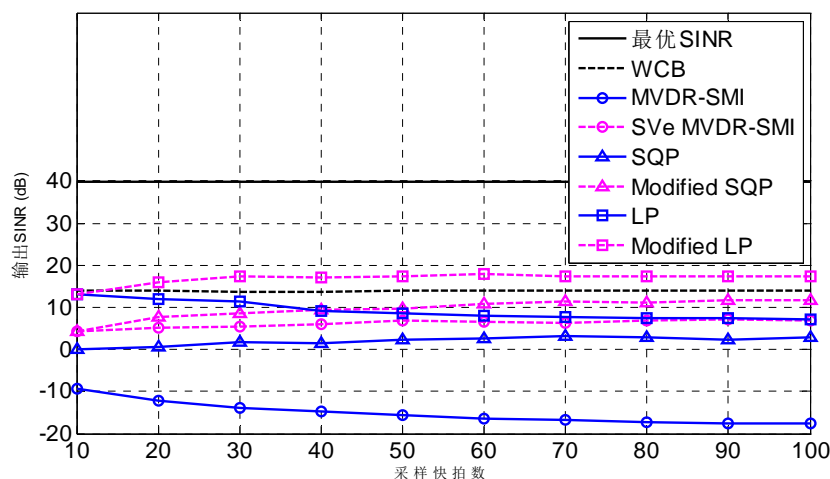


图 4-5 输出 SINR 随采样快拍数 N 的收敛性

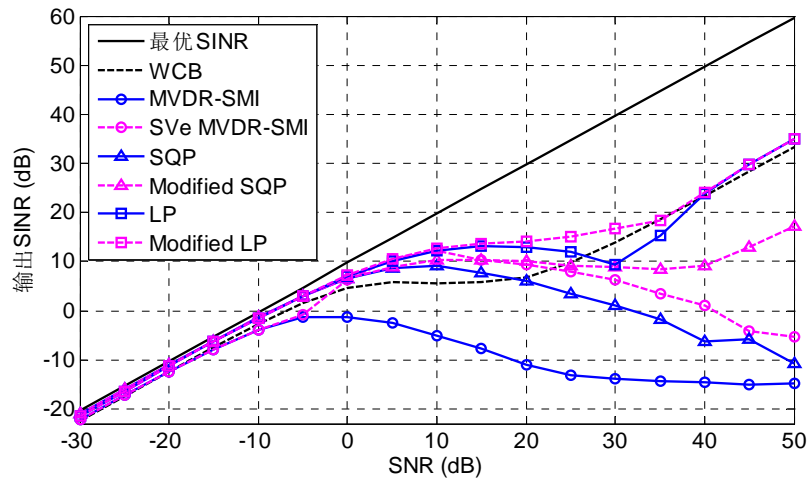


图 4-6 输出 SINR 与输入 SNR 的关系

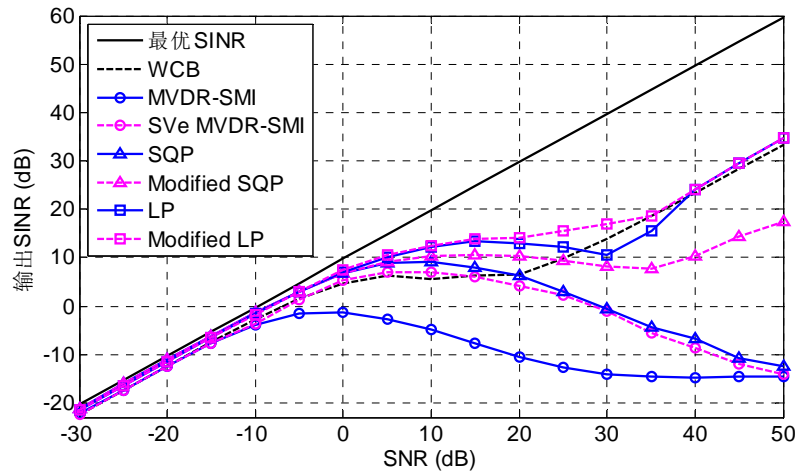


图 4-7 SI 子空间过估计时输出 SINR 与输入 SNR 的关系

4.4 本章小节

本章提出了一种空间交运算的方法,用参考空间和信号子空间的交运算实现 S 子空间的估计。所提方法估计的 S 子空间对导向矢量失配、SI 子空间过估计有很强的稳健性,同时能够用于对期望方向的信号强弱的判别。利用这三个性质,估计的 S 空间被用来减少矫正期望信号导向矢量的误差,进而提高基于导向矢量矫正的波束形成算法的性能。仿真实验验证了所提交空间方法估计的 S 子空间的有效性,证明了所估计的 S 子空间对导向矢量失配、SI 子空间过估计情况下的稳健性及对期望方向的信号强弱的判别的有效性,也证明了用所估计的 S 子空间

改进了的基于序列迭代二次规划的波束形成算法、基于最少先验信息的波束形成算法及最小方差无失真响应样本矩阵求逆波束形成算法对同时存在指向性误差及阵元位置误差时更优的性能。

第5章 总结与展望

5.1 总结

波束形成是阵列信号处理领域的一个重要的研究内容，在无线通信、雷达信号处理、水声信号处理、语音信号处理、医疗成像、太空无线电等领域具有广泛的应用。在众多自适应波束形成的算法中，最小方差无失真响应波束形成算法由于具有良好的性能、灵活的表达形式而备受关注。由于传统的最小方差无失真响应波束形成算法容易受到实际使用环境中不理想条件的影响而造成性能下降，如存在方向性误差、阵型误差、训练样本不足等不理想情况下，传统最小方差无失真响应波束形成器的性能严重下降，当训练样本包含期望方向信号时，将会发生“期望信号对消”现象。根据最小方差无失真响应波束形成器的表达式，直观上对最小方差无失真响应波束形成器的改进可以大致分为两个途径：第一，改进对干扰加噪声协方差的估计；第二，修正期望信号导向矢量。本论文从这两个途径出发，分别提出新的方法以改进传统最小方差无失真响应波束形成器的性能。全文主要内容概括如下：

第一章对自适应波束形成算法的研究背景及意义进行了介绍，然后介绍了一些经典的自适应波束形成算法，最后重点介绍了稳健自适应波束形成的现有算法及发展现状。

第二章首先介绍了本论文讨论中用到的阵列信号处理的基本概念和数学模型。然后给出最小方差无失真响应波束形成设计准则及经典算法。但是传统的最小方差无失真响应算法性能容易受到不理想的实际条件的影响而急剧下降，因此第二章最后介绍一些改进的最小方差无失真响应波束形成算法，这些算法使得最小方差无失真响应波束形成器在应对阵型误差、导向矢量失配、样本数量不足等一些不理想情况时的性能明显提升。

第三章提出了一种基于空域功率谱采样的波束形成方法。该方法基于空域功率谱采样和协方差矩阵锐化技术，以解决现有基于协方差矩阵重构算法时间复杂度大的问题。所提方法能略去干扰加噪声协方差矩阵重构过程中谱估计计算。该方法只需要简单的矩阵运算就能实现干扰加噪声协方差矩阵重构，使得计算复杂度大大降低。仿真结果证明，所提方法与现有基于协方差矩阵的波束形成算法性能接近，但时间复杂度有效减少。

第四章提出了一种空间交运算的方法实现对信号子空间的精确估计的方法,以解决现有基于导向矢量矫正的波束形成算法可行域模糊的问题,进而增强波束形成器的稳健性。所提方法估计的信号子空间对导向矢量失配、信号加干扰子空间过估计有很强的稳健性,同时能够用于对期望信号强弱的判别。仿真实验对比了未修正的和用所提算法修正了的几种典型的基于导向矢量矫正的波束形成算法,证明了所提信号子空间估计方法的有效性。

第五章对本论文的工作进行了总结与展望。

5.2 展望

本论文主要对稳健的自适应波束形成算法进行了研究,主要针对传统的最小方差无失真响应算法进行改进,文中的研究还是初步的,还有很多值得研究的问题,主要总结如下:

(1) 由于 Massive MIMO 技术发展的必然趋势,更加灵活有效的自适应波束形成技术在未来的基站建设中将起到关键性作用。因此研究超大规模天线阵列的快速灵活波束形成技术有很大的研究价值。同时,将现有通信技术与波束形成结合也是必然的趋势。

(2) 毫米波在短距离高速通信中具有很大的潜力,但由于能量限制,毫米波信号传输距离较短,需要阵列天线波束形成技术提升可靠传输距离。同时毫米波段由于波长较小,更利于阵列天线的实现。因此,毫米波通信系统与波束形成技术互为补充。但由于在近距离通信中,来波信号不符合平面波模型,因此传统的波束形成算法无法直接应用于毫米波通信系统中,因此研究基于近场非平面波的波束形成技术是非重要。

(3) 阵元互耦问题仍是限制波束形成技术实现的关键性问题。目前,通过采用稀疏阵列技术能够在一定程度上抑制互耦的问题,但稀疏阵列技术还没有完善的理论指引,仍有很大的发展潜力。因此,对稀疏阵列的波束形成技术的研究有很大的研究价值。

针对上述问题的研究将会使稳健自适应波束形成技术不断地走向成熟和完善。

参考文献

- [1] 胡鹏. 虚拟阵元波束形成方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
- [2] 黄飞. 阵列天线快速自适应波束形成技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2010.
- [3] 李洪涛. 自适应数字波束形成关键技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2012.
- [4] 李杰. 稳健波束形成与稀疏空间谱估计技术研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2013.
- [5] 刘凯. 声呐波束形成鲁棒性及算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2011.
- [6] 刘倩. 阵列天线自适应波束形成算法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- [7] 刘翔. 自适应数字波束形成技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.
- [8] Ho T V, McWhirter J G, Nehorai A., et al. Radar array processing[M]. Springer Science & Business Media, 2013:249-292.
- [9] Farina A. Antenna-based signal processing techniques for radar systems [M]. Norwood, MA: Artech House, 1992:24-36.
- [10] Vaccaro R J. The past, present, and the future of underwater acoustic signal processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1998, 15(4): 21-51.
- [11] Bhatnagar M R. A one bit feedback based beamforming scheme for FSO MISO system over Gamma-Gamma fading[J]. IEEE Transactions on Communications, 2015, 63(4): 1306-1318.
- [12] Chernyakova T, Eldar Y C. Fourier-domain beamforming: the path to compressed ultrasound imaging[J]. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2014, 61(8): 1252-1267.
- [13] Hasegawa H, Kanai H. Effect of subaperture beamforming on phase coherence imaging[J]. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2014, 61(11): 1779-1790.
- [14] Hasegawa H, Kanai H. Effect of element directivity on adaptive beamforming applied to high-frame-rate ultrasound[J]. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 2015, 62(3): 511-523.
- [15] Wang H M, Yin Q, Xia X G. Distributed beamforming for physical-layer

security of two-way relay networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3532-3545.

[16] Taylor G N, Editorial. Adaptive arrays[J]. Communications, Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F, 1983, 130(1): 1-2.

[17] El-Keyi A, Kirubarajan T, Gershman A B. Adaptive wideband beamforming with robustness against presteering errors[C]. Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing, 2006. IEEE, 2006: 11-15.

[18] Gershman A B, Serebryakov G V, Bohme J F. Constrained Hung-Turner adaptive beam-forming algorithm with additional robustness to wideband and moving jammers[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996, 44(3): 361-367.

[19] Takao K, Komiyama K. An adaptive antenna for rejection of wideband interference[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1980 (4): 452-459.

[20] Zielinski A. An efficient method of Dolph-Chebyshev beamforming[M]. Progress in underwater acoustics. Springer US, 1987: 759-764.

[21] Nuttall A H. Generation of Dolph-Chebyshev weights via a fast Fourier transform[J]. Proceedings of the IEEE, 1974, 62(10): 1396-1396.

[22] Van Veen B D, Buckley K M. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering[J]. IEEE assp magazine, 1988, 5(2): 4-24.

[23] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8): 1408-1418.

[24] Vorobyov S. A. Principles of minimum variance robust adaptive beamforming design[J]. Signal Processing, 2013, 93(12): 3264-3277.

[25] 李国栋. 自适应波束形成算法研究, 硕士[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2004.

[26] 易舟维. 自适应鲁棒波束形成技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2013.

[27] 阎丽明. 自适应波束形成算法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2013.

[28] 牛春景. 智能天线自适应波束形成算法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2010.

[29] Gu Y, Leshem A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(7): 3881-3885.

[30] Li J, Stoica P, Wang Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1702-1715.

[31] Khabbazi-basmenj A, Vorobyov S A, Hassanien A. Robust adaptive beamforming based on steering vector estimation with as little as possible prior information[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6): 2974-2987.

- [32] Hassanien A, Vorobyov S A, Wong K M. Robust adaptive beamforming using sequential quadratic programming: An iterative solution to the mismatch problem[J]. IEEE Signal processing letters, 2008, 15: 733-736.
- [33] Han S, Chih-Lin I, Xu Z, et al. Large-scale antenna systems with hybrid analog and digital beamforming for millimeter wave 5G[J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(1): 186-194.
- [34] Hassan M H, Hossain M J. Cooperative beamforming for cognitive radio systems with asynchronous interference to primary user[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(11): 5468-5479.
- [35] 刘聪锋. 稳健自适应波束形成算法. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2012:117-180.
- [36] 鄢社锋, 马远良. 传感器阵列波束优化设计及应用. 北京: 科学出版社, 2009:196-228.
- [37] H L Van Trees, Detection, Estimation, and Modulation, Part IV: Theory Optimum Array Processing[M]. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2002:154-231.
- [38] Liu W and Weiss S. Wideband Beamforming: Concepts and Techniques[M]. Chichester, U.K.: Wiley, 2010:185-216.
- [39] Li J and Stocia P. Robust Adaptive Beamforming[M]. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005:26-58.
- [40] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(2): 313-324.
- [41] Guerci J R. Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(4): 977-985.
- [42] Mailloux R J. Covariance matrix augmentation to produce adaptive array pattern troughs[J]. Electronics Letters, 1995, 31(10): 771-772.
- [43] Zatman M. Production of adaptive array troughs by dispersion synthesis[J]. Electronics Letters, 1995, 31(25): 2141-2142.
- [44] Tseng C Y, Griffiths L J. A simple algorithm to achieve desired patterns for arbitrary arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(11): 2737-2746.
- [45] Cox H, Zeskind R, Owen M. Robust adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1987, 35(10): 1365-1376.
- [46] Abramovich Y I. A controlled method for adaptive optimization of filters using the criterion of maximum signal-to-noise ratio[J]. Radio Eng. Elect. Phys, 1981, 25(3): 87-95.
- [47] Carlson B D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems, 1988,

24(4): 397-401.

[48] Zhuang J, Manikas A. Interference cancellation beamforming robust to pointing errors[J]. IET Signal Processing, 2013, 7(2): 120-127.

[49] Rao C R, Mitra S K. Generalized inverse of matrices and its applications[M]. New York: Wiley, 1971: 106-120.

[50] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis[M]. Cambridge university press, 2012: 225-300.

攻读硕士期间成果列表

发表的论文:

1. **Zhenyu Zhang**, Wei Liu, Wen Leng. Interference-plus-Noise Covariance Matrix Reconstruction via Spatial Power Spectrum Sampling for Robust Adaptive Beamforming, IEEE Signal Processing Letters, 2016,23(1):121-125. (doi: 10.1109/LSP.2015.2504954). (本论文第三章)
2. Na Li, Wen Leng, Anguo Wang, Tongfeng Guo and **Zhenyu Zhang**, A Compact Reconfigurable Microstrip Antenna with Frequency and Radiation Pattern Selectivity, Microwave and Optical Technology Letters, 2015,57(12):2848-2854. (doi: 10.1002/mop.29452).

待发表的论文

1. **Zhenyu Zhang**, Wen Leng, et al. Effective Estimation of the Desired-Signal Subspace and Its Application to Robust Adaptive Beamforming, [under review]. (本论文第四章)

专利:

1. 张震宇, 冷文, 王安国, 石和平, 一种新的基于导向矢量修正的稳健自适应波束形成技术[P]. 中国, 发明专利, 201610824347.7, 2016.09 (受理)
2. 张震宇, 冷文, 王安国, 石和平, 一种新的快速的自适应稳健波束形成技术 [P]. 中国, 发明专利, 201610825971.9, 2016.09 (受理)

致谢

短短两年半时间，很快就要过去了，我的研究生学业也即将结束。天津大学电信学院给了我一个新的起点，我将以感恩与珍惜作为回报。在此谨借毕业论文完成之际，对一直以来关心、帮助和支持我的人表达最诚挚的感谢！

首先，我要感谢我的导师王安国教授。王老师正直的为人及严谨的学术风格给我以榜样与楷模。从我入学开始，王老师对我的研究进行了悉心指导。在聆听教诲与日常讨论中，我总能学到很多。王老师不仅在科研上给我启蒙，而且在生活上给予我无私的关怀与帮助。在此谨祝王老师身体健康，一切如意！同时，我要感谢实验室的冷文老师。在课题的研究中，冷老师给予了许多指导，在此向冷文老师致以诚挚的谢意，并祝冷老师工作顺利。感谢菲尔德大学的刘伟刘老师，他对我的帮助十分关键。祝他在英国一切顺利。

然后，我要感谢师兄石和平博士，郭同锋、曹亚桃、刘立红、李娜、陈朝霆、李洪雷等师兄师姐及金桐之师弟。他们在我的研究生生活中给予我很多帮助，祝他们日后的工作、科研一切顺利。尤其要感谢石和平师兄，在科研与生活中，石师兄给了我很大帮助与支持。祝石师兄在今后的科研工作中取得更大的成就。

感谢我的舍友，杨沫、赵正宇、周建雄（男神宿舍）。同时感谢 QQ 群“精神病 Family”的好伙伴，也感谢其它生活、学习上的伙伴。他们使我的研究生生活变得丰富精彩。毕业之际，祝大家都能申请到好的学校或找到好的工作，以后都有美好的前程。

最后，也是最重要的，我要感谢我的母亲。感谢她这么多年含辛茹苦地把我抚养成人。她是我人生中最重要的人。祝她身体健康！

感谢天津大学，愿母校再创辉煌！