

▼ Вопросы для подготовки к коллоквиуму

(ИУ9, ЛАиАГ, 1 сем., 2021)

ЧАСТЬ 1: ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Сформулировать определения свободного вектора и линейных операций над векторами. Сформулировать и доказать свойства линейных операций над векторами.
2. Дать определения коллинеарности и компланарности векторов. Сформулировать и доказать геометрический критерий линейной зависимости 2-х и 3-х векторов. Сформулировать и доказать теорему о линейной зависимости 4-х векторов.
3. Дать определения базиса, разложение вектора по базису, координат вектора. Сформулировать и доказать утверждение о линейных операциях в координатах.
4. Дать определение декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Какая система координат называется прямоугольной? Записать формулу для вычисления расстояния между двумя точками в прямоугольной системе координат и формулу деления отрезка в заданном отношении. Вывести эти формулы.
5. Что называется матрицей перехода от базиса к базису? Записать формулы замены координат вектора и точки. Вывести эти формулы.
6. Дать определение скалярного произведения векторов. Сформулировать и доказать его основные свойства.
7. Записать формулу вычисления скалярного произведения в координатах и вывести эту формулу. Сформулировать и доказать следствие из этой формулы для ортонормированного базиса. Вывести формулу длины вектора, его направляющих косинусов в ортонормированном базисе, угла между двумя векторами.
8. Дать определение проекции вектора. Сформулировать и доказать утверждение о геометрическом смысле координат в ортонормированном базисе.
9. Что такое ориентации плоскости? Привести примеры выбора ориентации плоскости. Дать определение ориентированной площади параллелограмма. Сформулировать и доказать основные ее свойства.
10. Что такое ориентация пространства? Привести примеры выбора ориентации пространства (правые и левые тройки векторов). Дать определение ориентированного объема параллелепипеда. Сформулировать и доказать основные его свойства.
11. Дать определение векторного произведения векторов. Сформулировать и доказать основные его свойства.
12. Дать определение смешанного произведения векторов. Сформулировать и обосновать утверждение о его связи с ориентированным объемом.

ЧАСТЬ 2: АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

13. Доказать, что в прямоугольной декартовой системе координат на плоскости уравнение первого порядка задает прямую. Сформулировать определение нормального вектора.
14. Записать и вывести параметрические и канонические уравнения прямой на плоскости. Сформулировать определение направляющего вектора прямой.
15. Записать и вывести уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой «в отрезках», уравнение прямой, проходящей через две заданные точки, и нормальное уравнение прямой.
16. Описать способы исследования взаимного расположения двух прямых на плоскости. Записать и вывести формулу для вычисления расстояния от точки до прямой. Записать и вывести формулу для вычисления угла между прямыми.
17. Дать определение пучка прямых на плоскости. Сформулировать и доказать утверждение об уравнении пучка прямых.
18. Сформулировать и доказать теорему об уравнении 1-го порядка как уравнении плоскости в пространстве. Дать определение нормального вектора.
19. Записать и вывести параметрические уравнения плоскости в пространстве. Записать и вывести уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
20. Записать и вывести уравнение плоскости «в отрезках».
21. Описать способы исследования взаимного расположения двух плоскостей в пространстве. Записать и вывести формулы для вычисления расстояния от точки до плоскости и для вычисления угла между плоскостями.
22. Записать и вывести параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве, общие уравнения прямой в пространстве. Описать способы перехода от одного типа уравнений к другому.

23. Описать способы исследования взаимного расположения двух прямых, прямой и плоскости в пространстве. Записать и вывести формулы для вычисления расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми, скрещивающимися прямыми и для вычисления угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью.
24. Дать определение эллипса. Вывести его каноническое уравнение.
25. Дать определение гиперболы. Вывести её каноническое уравнение.
26. Дать определение параболы. Вывести её каноническое уравнение.
27. Доказать директориальные свойства эллипса и гиперболы.
28. Вывести уравнения касательных к эллипсу, гиперболе, параболе.
29. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.
30. Дать определение поверхности вращения, цилиндрической поверхности, конуса. Записать канонические уравнения этих поверхностей. Описать конические сечения.
31. Записать канонические уравнения эллипсоида, гиперboloидов, параболоидов. Исследовать эти поверхности методом сечений.
32. Сформулировать определение аффинного преобразования плоскости. Доказать теорему о формулах, задающих аффинное взаимно однозначное преобразование плоскости.
33. Сформулировать определение аффинного преобразования плоскости. Сформулировать и доказать теорему о существовании линейного (аффинного) преобразования, переводящего три заданные точки в три заданные точки.
34. Дать определение движения плоскости. Сформулировать и доказать основные свойства движений. Сформулировать теоремы о разложении движения плоскости и о разложении аффинного преобразования плоскости.

▼ Литература

1. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Аналитическая геометрия. – Москва, Изд. МГТУ, 1998. – 392 с.
2. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 1. Линейная алгебра и основы математического анализа: Учеб. пособие для втузов / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. – Москва: Наука, 1993. – 478 с.
3. Сборник задач по алгебре: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Кострикина А.И. – Москва: Наука Минобр, 1987. – 352 с.
4. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Москва: Наука, 1979. – 512 с.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру, часть II. –Москва: Физматлит Минобр, 2004
6. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – Москва: Наука, 1987. – 336 с.
7. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – Санкт-Петербург.: Профессия, 2001. – 240 с.
8. Винберг Э.Б. Курс алгебры: Научное издание – М. : «Факториал», 1999. – 528с.
9. Сборник задач по аналитической геометрии: Учеб. пособие для втузов./ Моденов П.С., Пархоменко А.С. –Москва-Ижевск: ЗАО НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002 – 384 с.
10. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Линейная алгебра: Учеб. для втузов. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана Минобр, 2002 – 335 с.
11. Смирнов Ю.М. Курс аналитической геометрии: Учебное пособие.-- М.:Едиториал УРСС, 2005.-- 224 с.