

Вариант 31

1. Определить для каждого $\varepsilon > 0$ наименьшее число $N = N(\varepsilon)$ такое, что $|a_n - a| < \varepsilon$ для всех $n > N(\varepsilon)$. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, где $a_n = \frac{6n-3}{3n+1}$, $a = 2$. Заполнить таблицу

ε	0.1	0.01	0.001
$N(\varepsilon)$			

2. Вычислить

2.1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x^5 - 2x^2 + 2x - 1}$

2.2 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt[3]{x+6} - 2}$

2.3 $\lim_{x \rightarrow \pi} (2 + \cos x)^{1/\sin x}$

2.3 $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{3x-5}{x+1} \right)^{1/(x-3)}$

2.5 $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{1}{\ln(1+2x)} + \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$

3. а) Показать, что каждая из функций $f(x) = x^2 - x$ и $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$;

б) для каждой функции $f(x)$ и $g(x)$ записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

б) Сравнить функции $f(x)$ и $g(x)$, если это возможно.

4. Найти точки разрыва функции и определить их характер. Дать графическую иллюстрацию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x < 0, \\ \ln x, & \text{если } 0 < x < 1, \\ \sqrt{x-1}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$