

Immagine: Earthrise, Apollo8 (Nasa).

Url: https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_1249.html

Seminario 5

Elettromagnetismo

26/05/2021



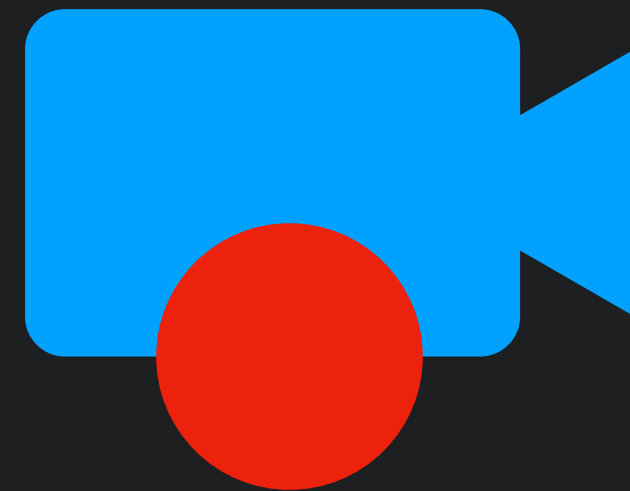
Corso di Fisica 1(A)
Laurea in Scienze Biologiche @UniPv

Stefano Mangini
stefano.mangini01@universitadipavia.it

Disclaimer

Regole del fight club:

Registra la lezione!

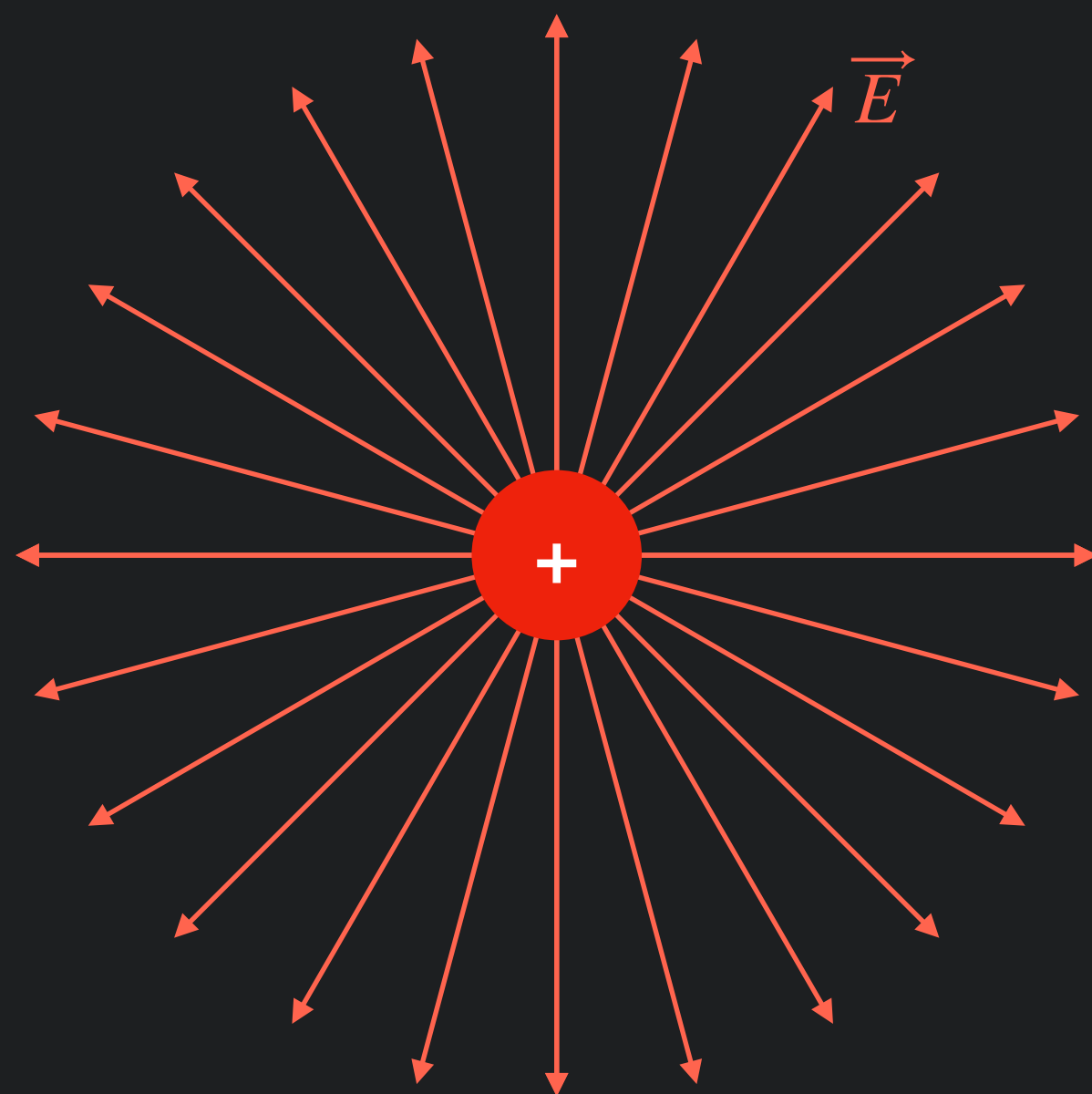


Es. 1: Carica puntiforme



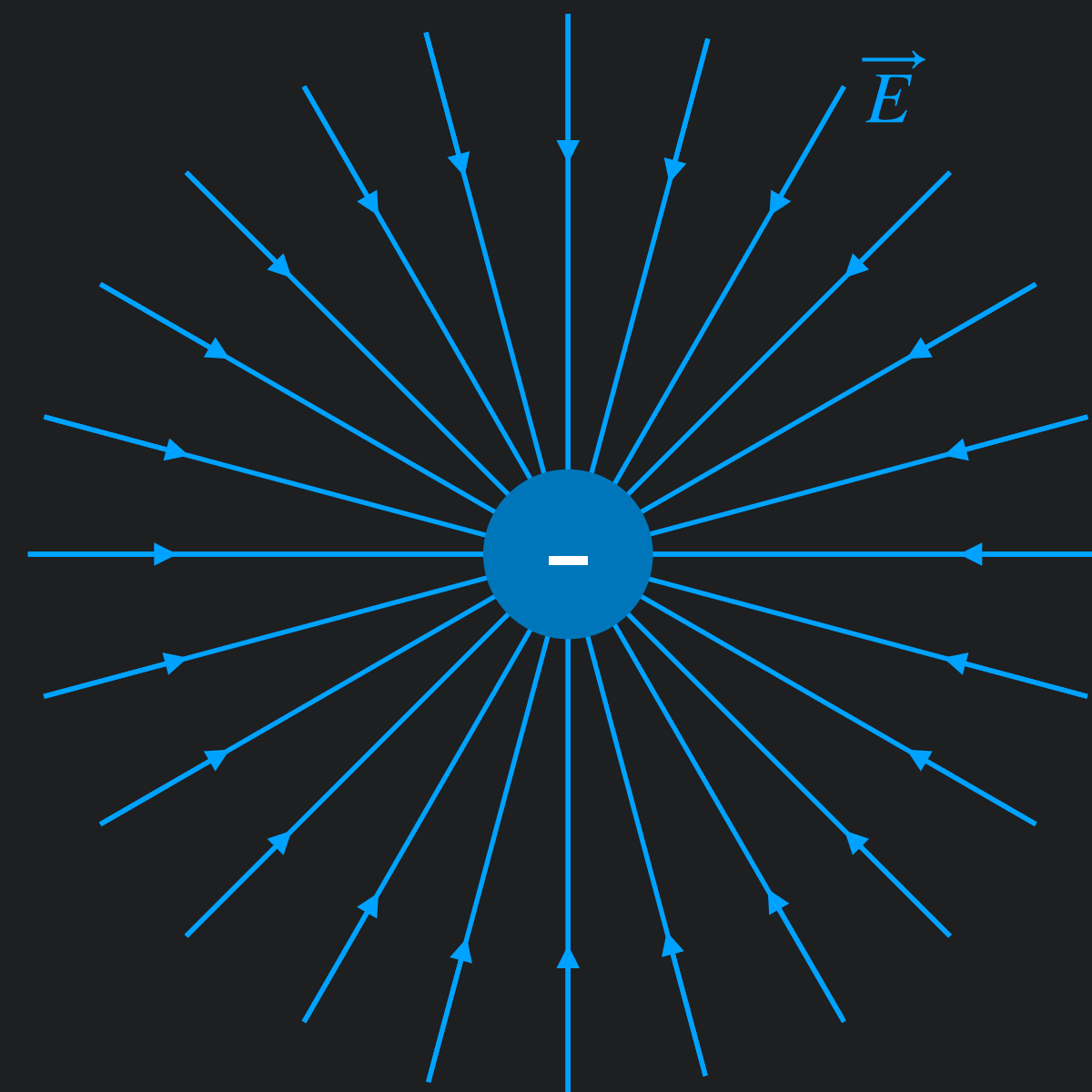
Una carica puntiforme di $3\ \mu\text{C}$ dista $12\ \text{cm}$ da una seconda carica puntiforme di $-1.5\ \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di $5.7\ \text{N}$.

Campo elettrico carica positiva



Uscente

Campo elettrico carica negativa



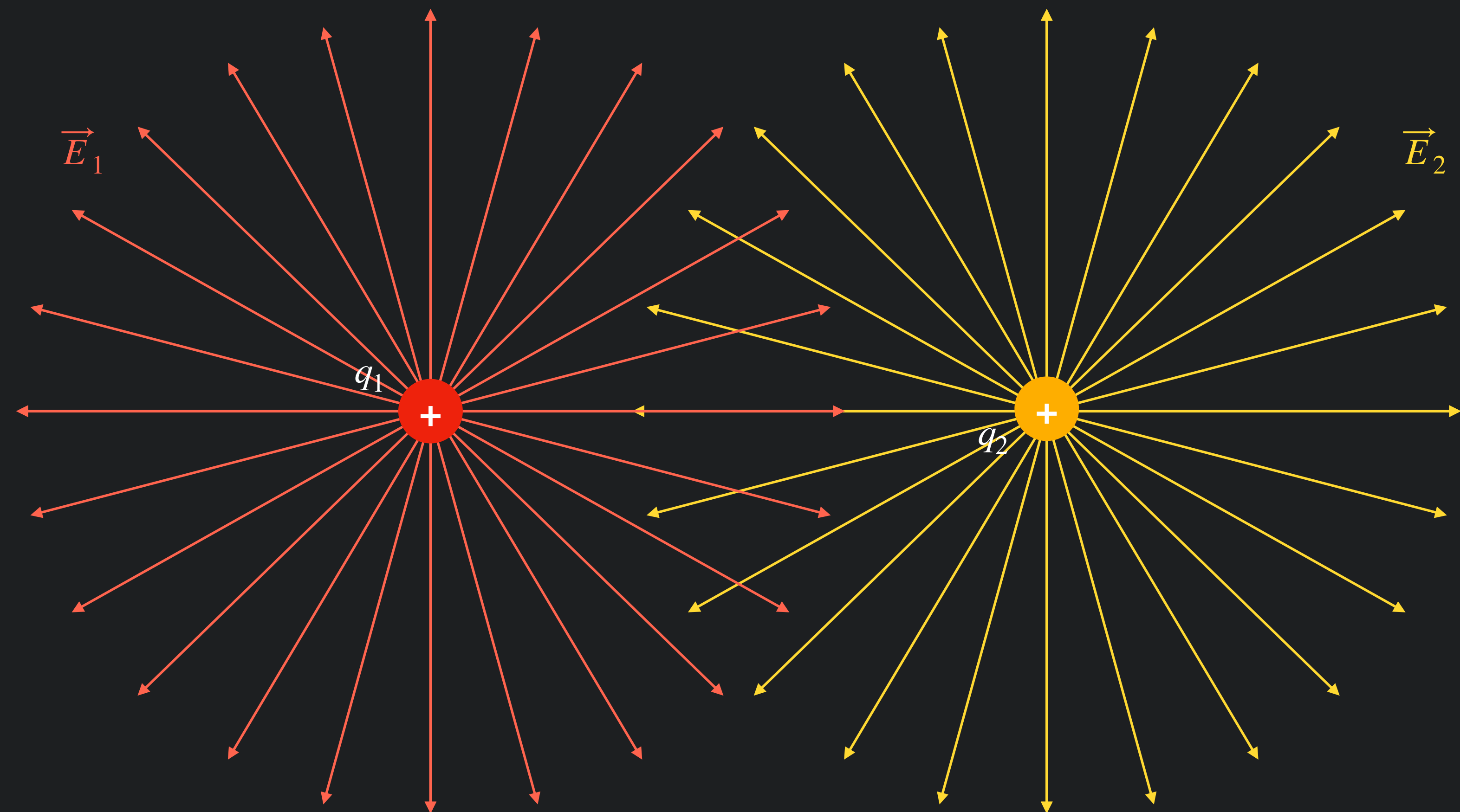
Entrante

Es. 1: Carica puntiforme



Una carica puntiforme di $3\ \mu\text{C}$ dista $12\ \text{cm}$ da una seconda carica puntiforme di $-1.5\ \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di $5.7\ \text{N}$.

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

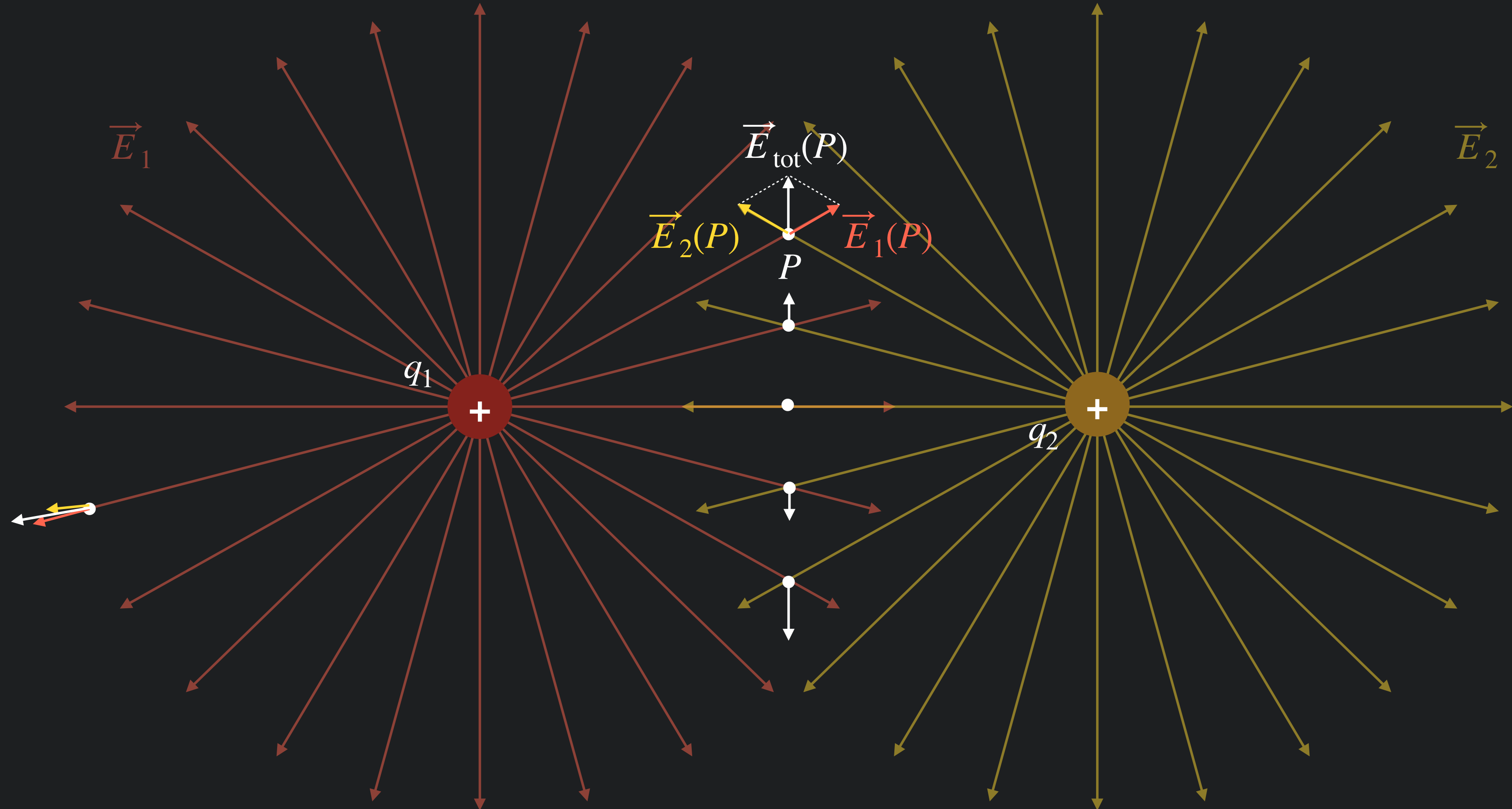


Es. 1: Carica puntiforme



Una carica puntiforme di $3 \mu\text{C}$ dista 12 cm da una seconda carica puntiforme di $-1.5 \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di 5.7 N .

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



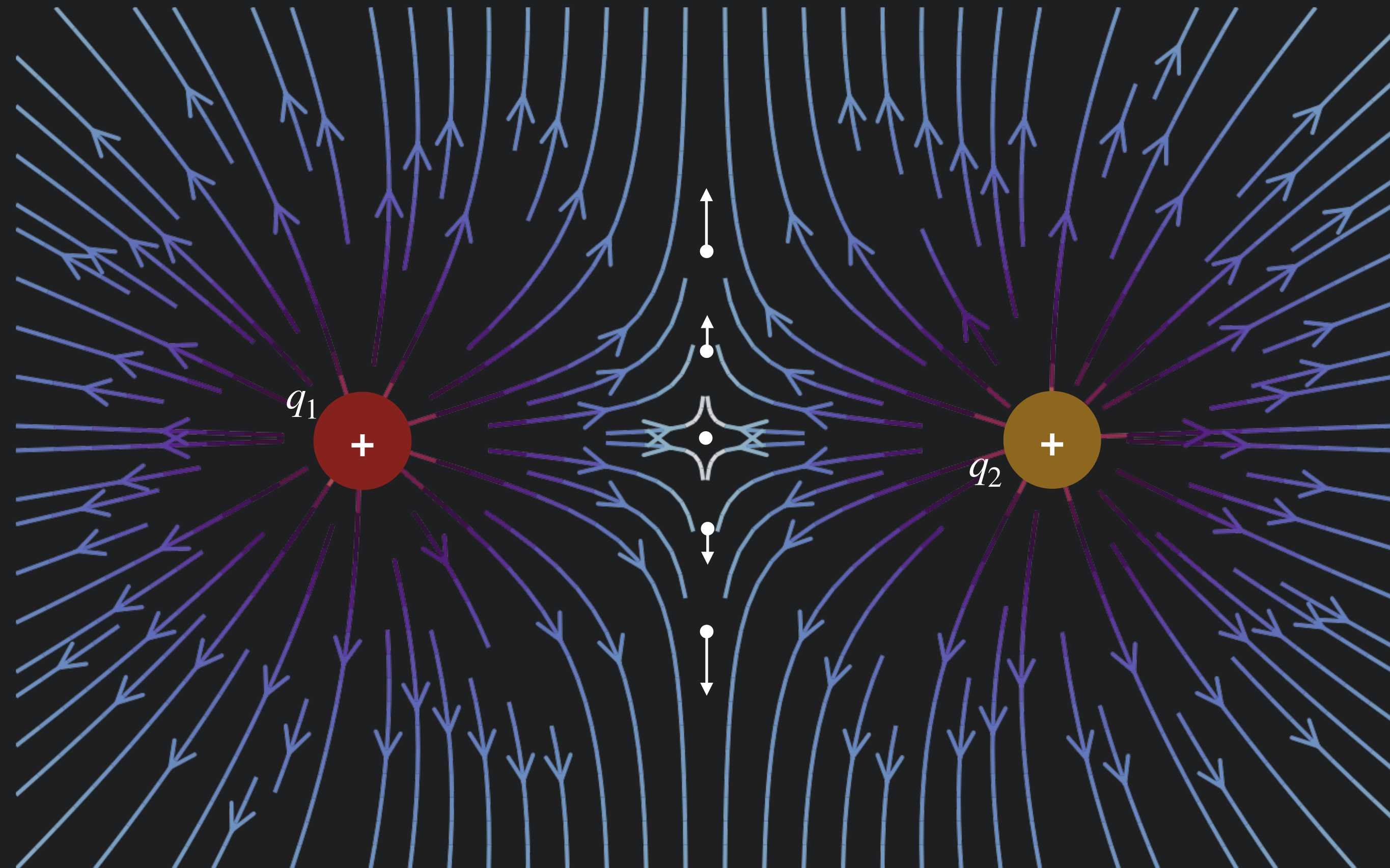
Es. 1: Carica puntiforme



Una carica puntiforme di $3 \mu\text{C}$ dista 12 cm da una seconda carica puntiforme di $-1.5 \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di 5.7 N .

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$q_1, q_2 > 0$$



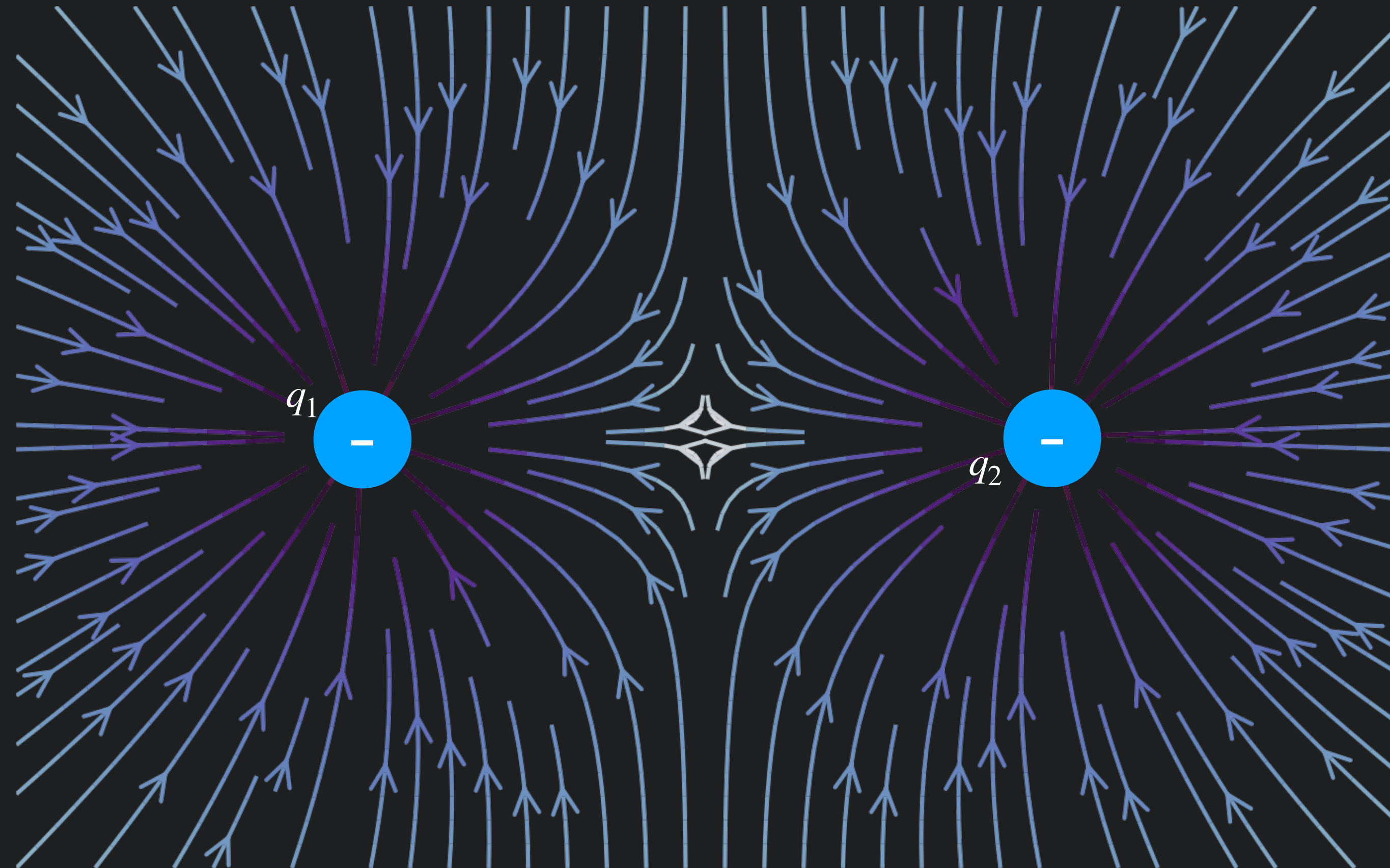
Es. 1: Carica puntiforme



Una carica puntiforme di $3 \mu\text{C}$ dista 12 cm da una seconda carica puntiforme di $-1.5 \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di 5.7 N .

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$q_1, q_2 < 0$$



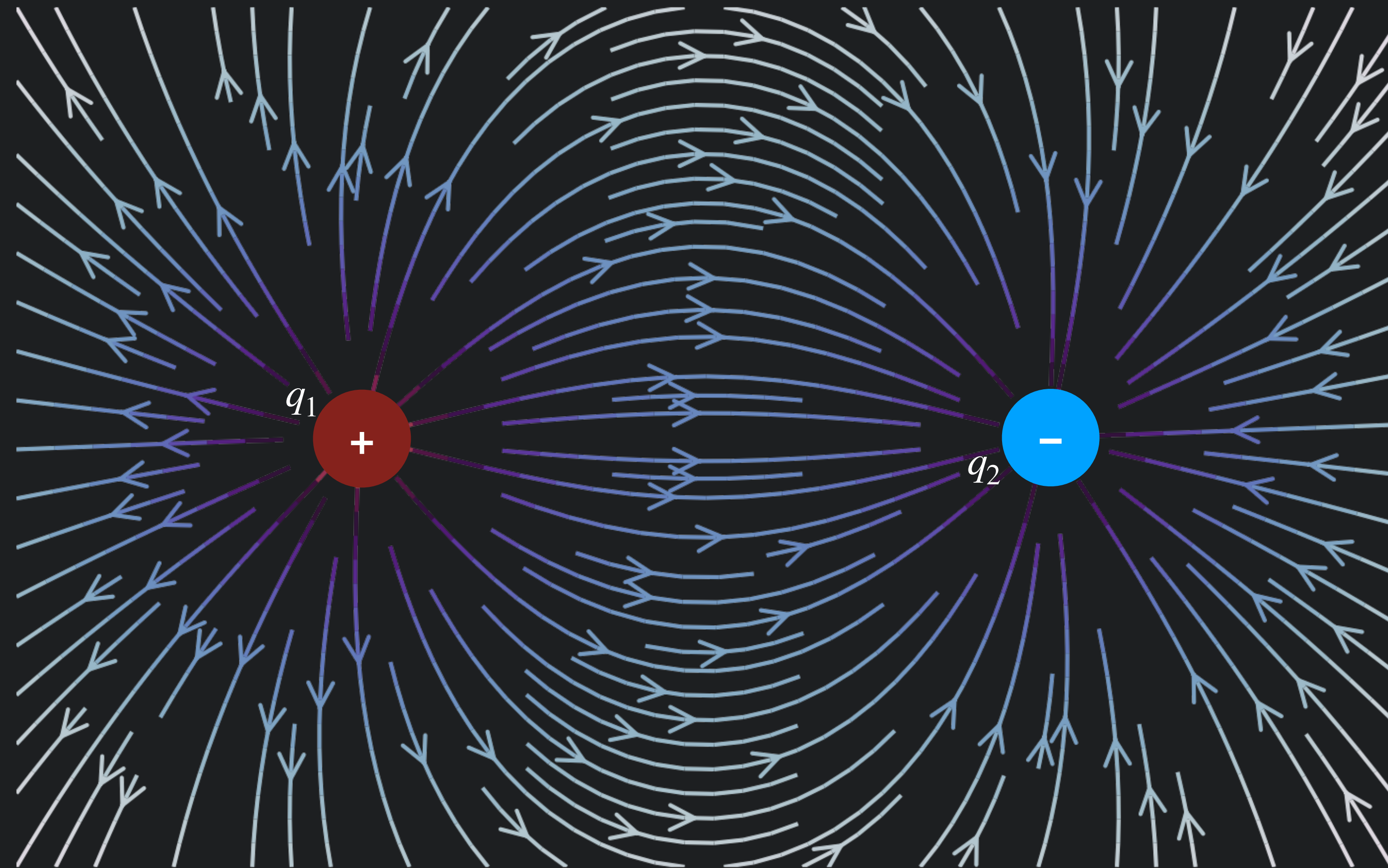
Es. 1: Carica puntiforme



Una carica puntiforme di $3 \mu\text{C}$ dista 12 cm da una seconda carica puntiforme di $-1.5 \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di 5.7 N .

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$q_1 > 0, q_2 < 0$$



Es. 1: Carica puntiforme



Una carica puntiforme di $3 \mu\text{C}$ dista 12 cm da una seconda carica puntiforme di $-1.5 \mu\text{C}$. **(a)** Disegnare il campo elettrico creato da ciascuna carica, ed il campo elettrico totale; **(b)** calcolare l'intensità della forza su ciascuna carica, e l'intensità del campo elettrico nel punto in cui si trova la seconda carica; **(c)** trovare la distanza necessaria fra le cariche affinché queste siano soggette ad forza di 5.7 N .



Le cariche elettriche risentono della Forza di Coulomb:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{|\vec{r}|^2} \hat{r} \quad \vec{F}_{2 \rightarrow 1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 \cdot q_1}{|\vec{r}|^2} (-\hat{r}) \quad |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 8.9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot |-1.5 \cdot 10^{-6} \text{ C}|}{(12 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 2.78 \text{ N}$$

costante di Coulomb $k = 8.9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$

Campo elettrico è definito:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q} \implies \vec{E}_1(\text{in } 2) = \frac{\vec{F}_1(\text{in } 2)}{q} = \frac{1}{q} \cdot k \frac{q_1 \cdot q}{|\vec{r}|^2} \hat{r} = k \frac{q_1}{r^2} \hat{r}$$

$$\implies E_1(\text{in } 2) = 8.9 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(12 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 1.85 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(c) distanza necessaria

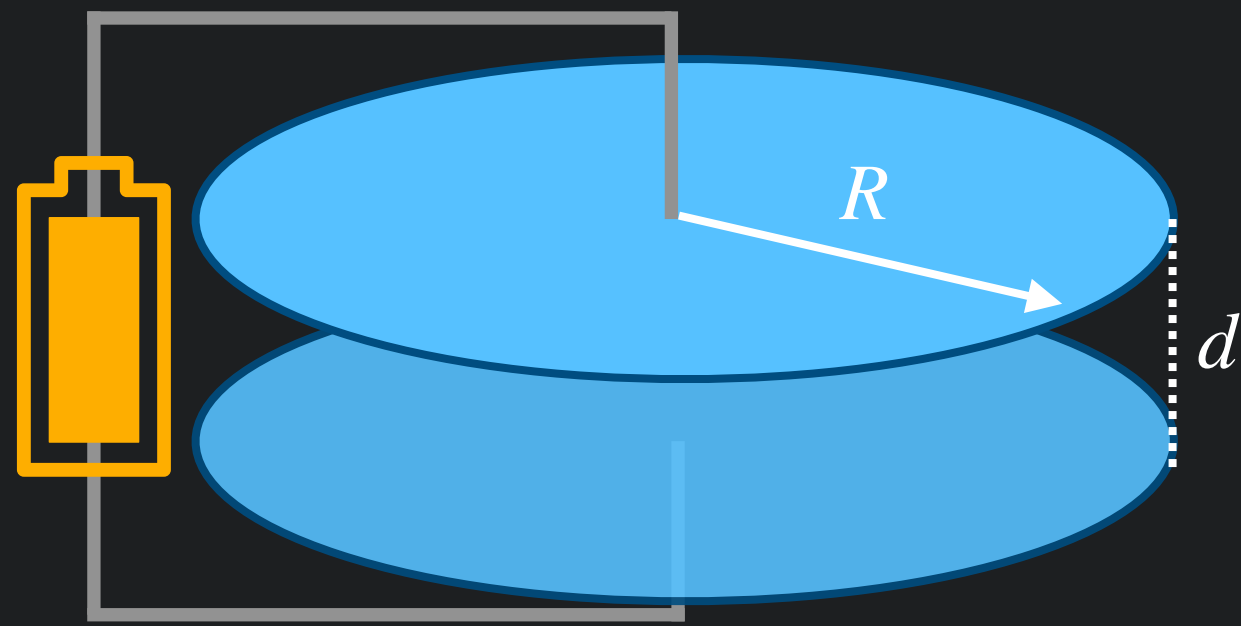
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \implies r = \sqrt{k \frac{q_1 q_2}{F}}$$

$$\implies r = \sqrt{8.9 \cdot 10^{-9} \text{ N m}^2/\text{C}^2 \frac{4.5 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2}{5.7 \text{ N}}} = 8.4 \text{ cm}$$

Es. 2: Condensatore



Determinare la capacità di un condensatore a facce piane e parallele con armature costituite da due dischi metallici (raggio $R = 20 \text{ cm}$) separati da uno strato d'aria di spessore $d = 2.5 \text{ mm}$. Determinare la carica su ciascuna armatura se il condensatore viene collegato a una pila da 9 V e calcolare il campo elettrico nella regione tra le armature.



Rappresentazione
circuitale



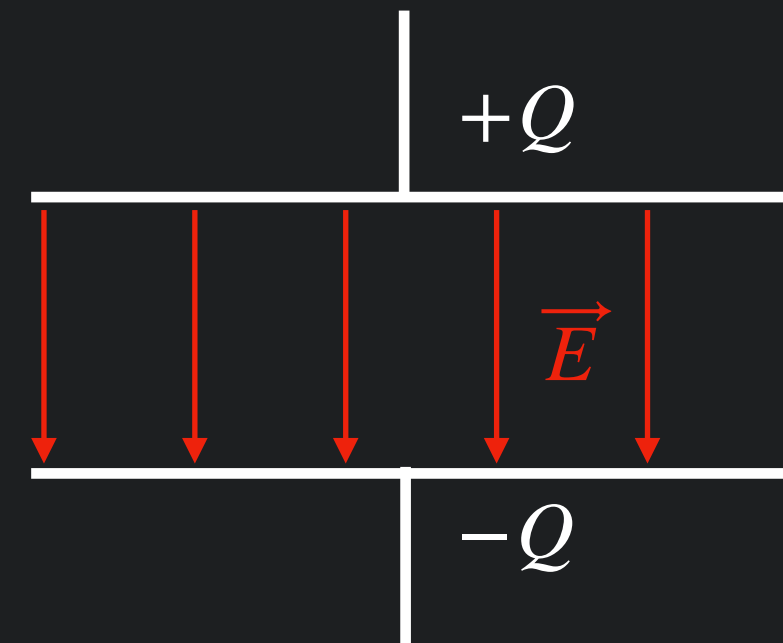
Capacità di un condensatore a piatti paralleli

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$
$$\Rightarrow C = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{m}^2 \text{ N} \cdot \frac{\pi(20 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$
$$= 4.45 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 445 \text{ pF}$$

Capacità di un conduttore è definita come:

$$C := \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \cdot V$$

$$Q = 4.45 \cdot 10^{-10} \text{ F} \cdot 9 \text{ V} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$



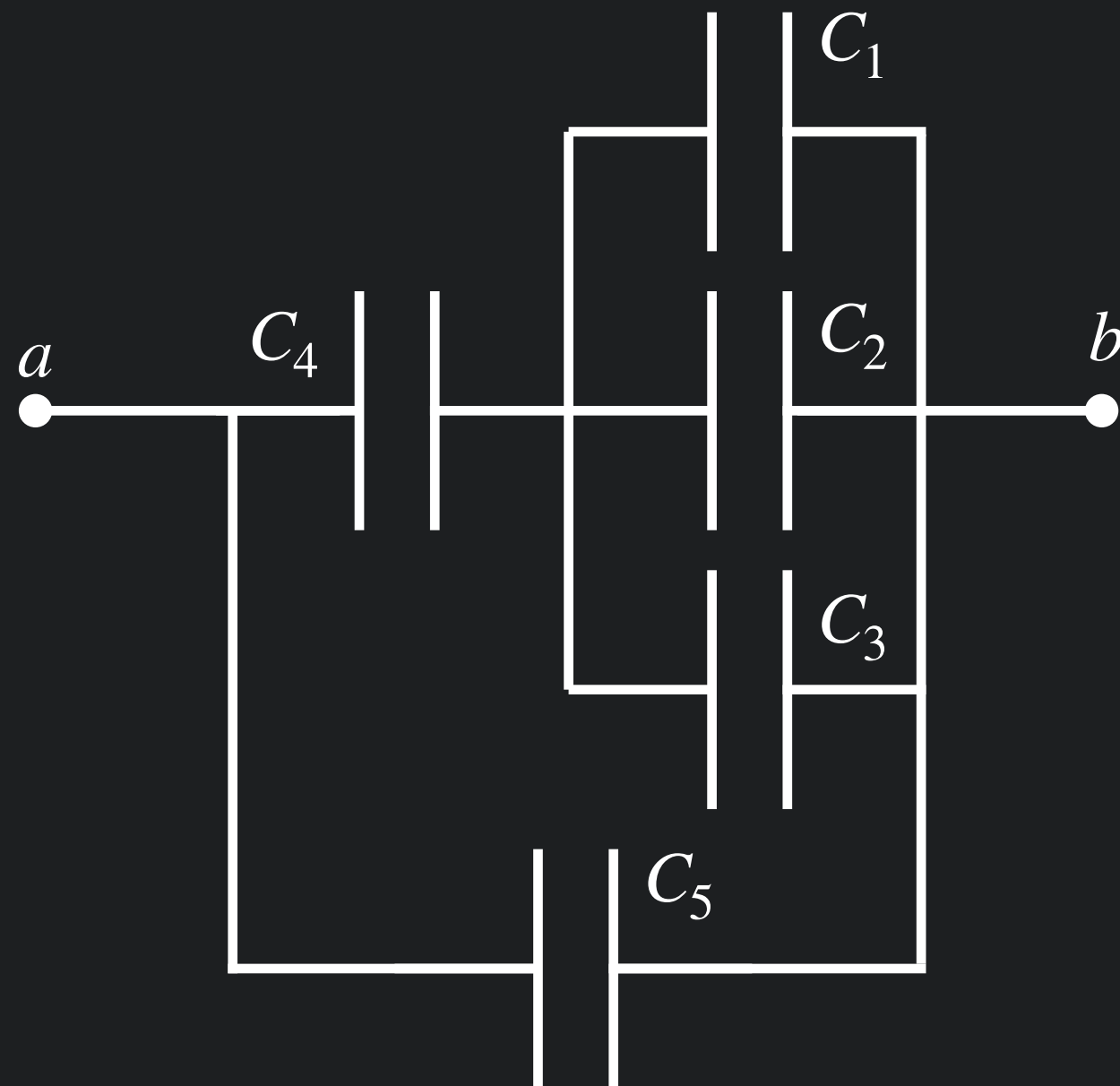
Campo elettrico all'interno di condensatore piano è dato da

$$E = \frac{V}{d}$$
$$\Rightarrow E = \frac{9 \text{ V}}{2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 3.6 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

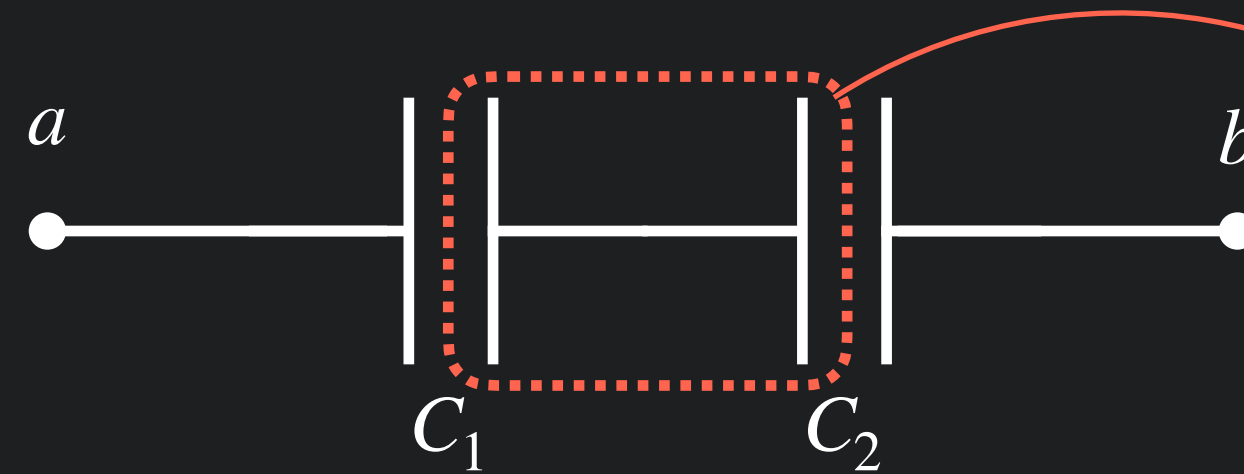
Es. 3: Circuito con condensatori



Determinare la capacità equivalente del circuito in figura quando $C_1 = 1 \text{ pF}$, $C_2 = 2 \text{ pF}$, $C_3 = 3 \text{ pF}$, $C_4 = 4 \text{ pF}$, $C_5 = 5 \text{ pF}$. Calcolare, inoltre, la carica e la tensione di ciascun condensatore per $V_{ab} = 100 \text{ V}$.



Condensatori in serie:



$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1}$$

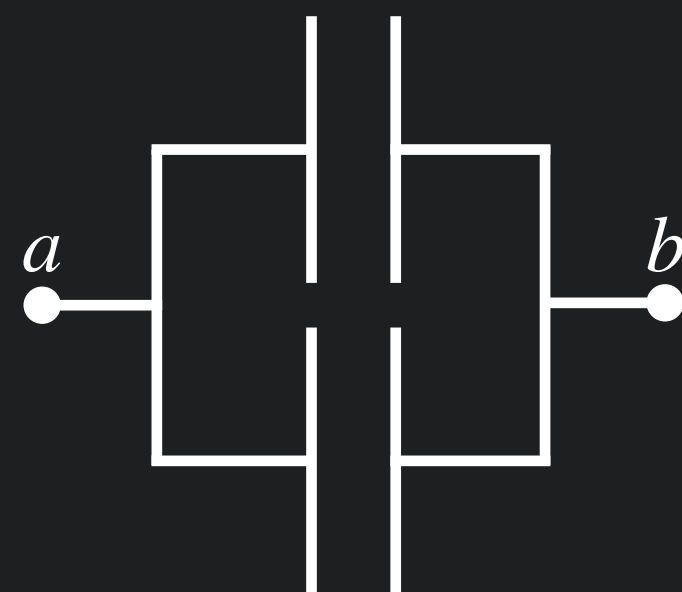
$$C_2 = \frac{Q_2}{V_2}$$

Qui carica totale si conserva! $\Rightarrow Q_1 = Q_2$

$$V_{ab} = V_1 + V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\frac{1}{C_{eq}} := \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}}$$

Condensatori in parallelo:



$$Q_1 = C_1 V_1 \quad Q_2 = C_2 V_2 \quad \begin{array}{l} \text{I due condensatori sono} \\ \text{allo stesso potenziale} \end{array} \Rightarrow V_1 = V_2$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 V_1 + C_2 V_2 = V(C_1 + C_2)$$

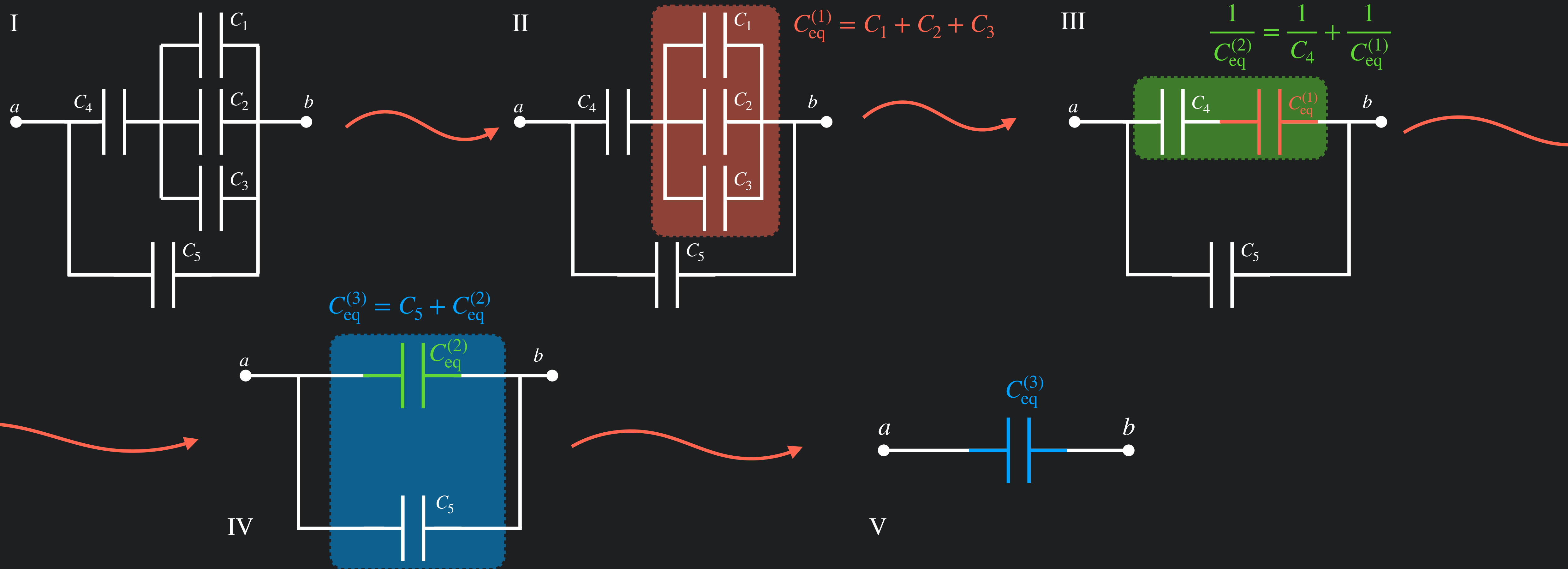
$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$\Rightarrow Q = V C_{eq}$$

Es. 3: Circuito con condensatori



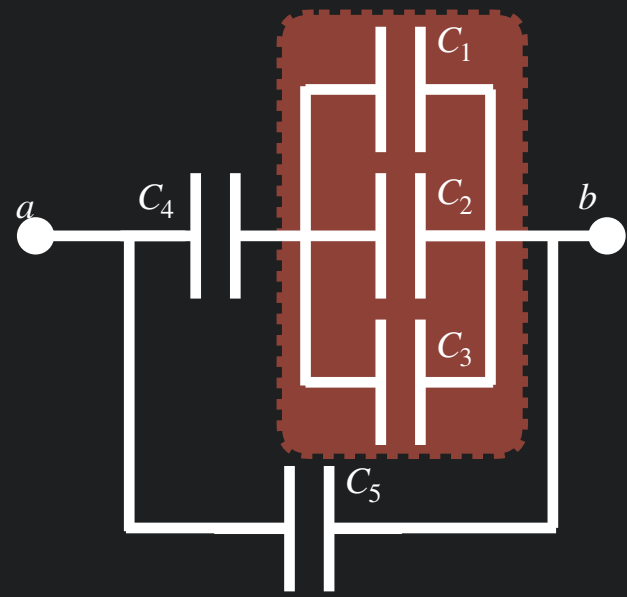
Determinare la capacità equivalente del circuito in figura quando $C_1 = 1 \text{ pF}$, $C_2 = 2 \text{ pF}$, $C_3 = 3 \text{ pF}$, $C_4 = 4 \text{ pF}$, $C_5 = 5 \text{ pF}$. Calcolare, inoltre, la carica e la tensione di ciascun condensatore per $V_{ab} = 100 \text{ V}$.



Es. 3: Circuito con condensatori

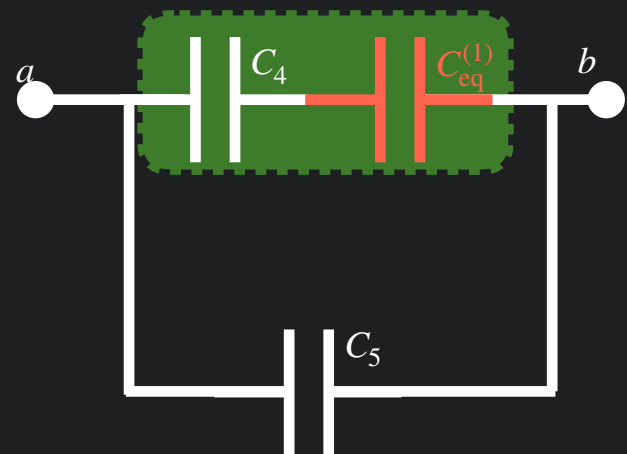


Determinare la capacità equivalente del circuito in figura quando $C_1 = 1 \text{ pF}$, $C_2 = 2 \text{ pF}$, $C_3 = 3 \text{ pF}$, $C_4 = 4 \text{ pF}$, $C_5 = 5 \text{ pF}$. Calcolare, inoltre, la carica e la tensione di ciascun condensatore per $V_{ab} = 100 \text{ V}$.



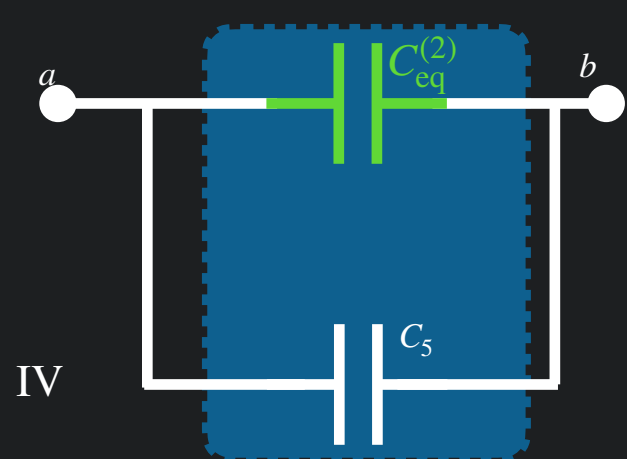
$$C_{eq}^{(1)} = C_1 + C_2 + C_3 = 1 \text{ pF} + 2 \text{ pF} + 3 \text{ pF}$$

$$\Rightarrow C_{eq}^{(1)} = 6 \text{ pF}$$



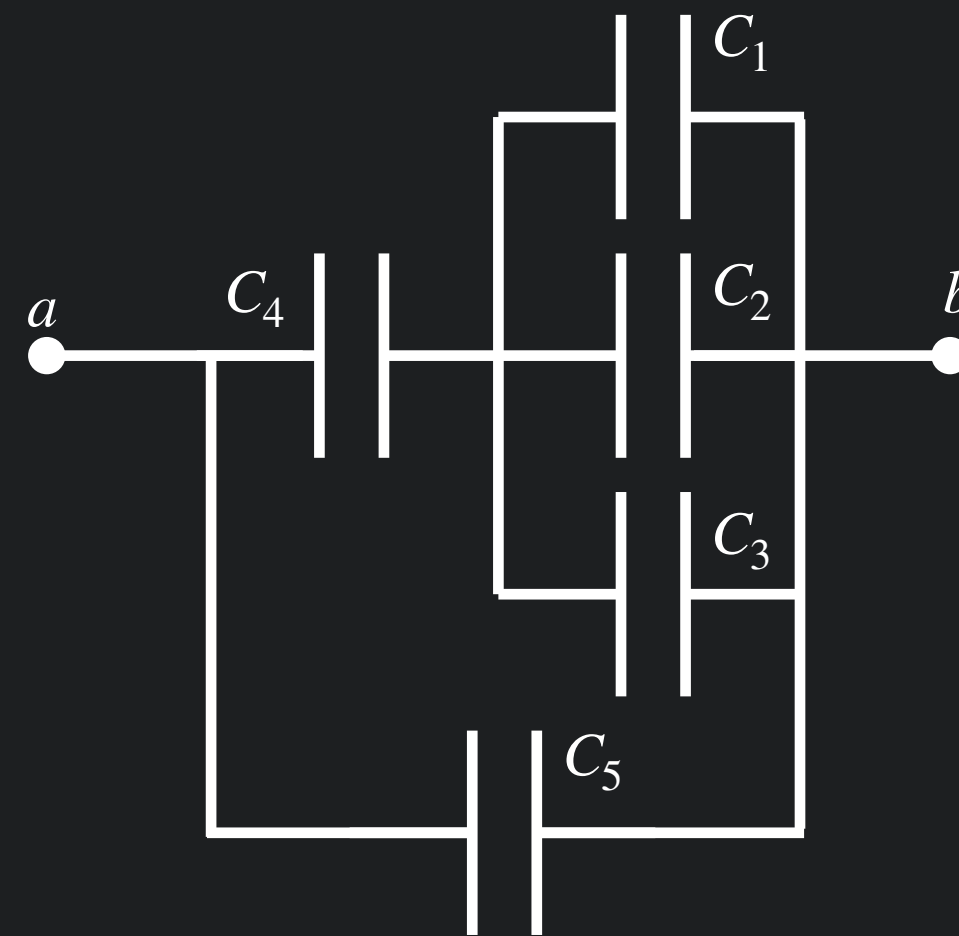
$$\frac{1}{C_{eq}^{(2)}} = \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_{eq}^{(1)}} = \frac{1}{4 \text{ pF}} + \frac{1}{6 \text{ pF}}$$

$$\Rightarrow C_{eq}^{(2)} = \frac{12}{5} \text{ pF}$$



$$C_{eq}^{(3)} = C_5 + C_{eq}^{(2)} = 5 \text{ pF} + \frac{12}{5} \text{ pF}$$

$$\Rightarrow C_{eq}^{(3)} = \frac{37}{5} \text{ pF}$$



$$\Rightarrow V_5 = V_{ab}$$

Carica totale accumulata in $C_{eq}^{(2)}$

$$\Rightarrow Q = V_{ab} C_{eq}^{(2)}$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} \quad V_{1,2,3} = \frac{Q_{tot}}{C_{eq}^{(1)}}$$

Carica di condensatore C_4 e $C_{eq}^{(1)}$ è la stessa, ovvero:

$$\Rightarrow Q_4 = Q_{tot} = Q$$

Le tensioni quindi sono:

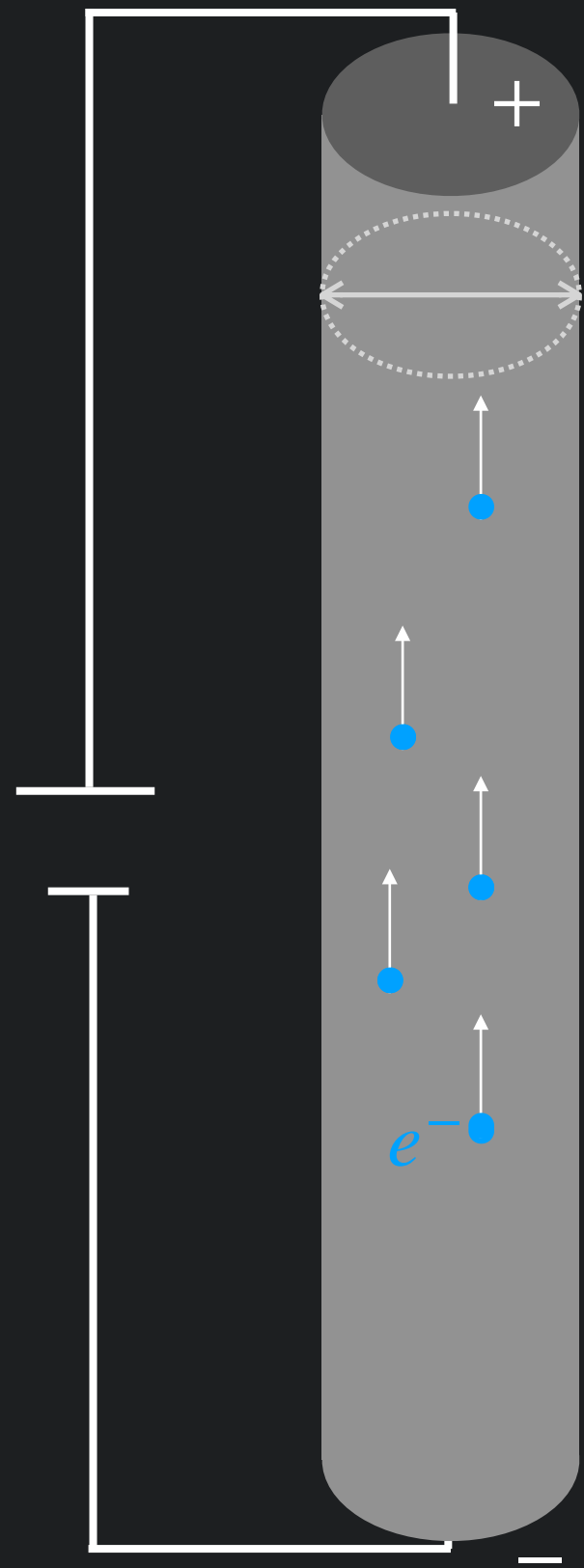
$$V_4 = V_{ab} \frac{C_{eq}^{(2)}}{C_4} \Rightarrow V_4 = \frac{300}{5} \text{ V}$$

$$V_{1,2,3} = V_{ab} \frac{C_{eq}^{(2)}}{C_{eq}^{(1)}} \Rightarrow V_{1,2,3} = \frac{200}{5} \text{ V}$$

Es. 4: Corrente elettrica



Alle estremità di un filo di rame è applicata una differenza di potenziale di 0.5V . Il filo è lungo 2m e ha un diametro di 0.8mm . Calcolare: (a) la resistenza del filo; (b) l'energia dissipata in 10 s ; (c) la quantità di carica totale che ha attraversato il filo in quel tempo. La resistività del rame è $1.68 \cdot 10^{-8}\Omega\text{ m}$; la carica dell'elettrone è $1.60 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.



Resistenza di un filo è data da:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1.68 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot \text{m} \frac{2\text{ m}}{\pi(0.4 \cdot 10^{-3}\text{ m})^2} \Rightarrow R = 6.7 \cdot 10^{-2}\Omega$$

La potenza dissipata da una resistenza è espressa dalla Legge di Joule:

$$P = I^2 R = \left(\frac{V}{R}\right)^2 R = V^2/R \Rightarrow P = (0.5\text{ V})^2 / 6.7 \cdot 10^{-2}\Omega = 3.73\text{ W}$$

La potenza è l'energia nell'unità di tempo: $P = \frac{E}{\Delta t}$

$$\Rightarrow E = P \Delta t = 3.73 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 10\text{ s} = 37.3\text{ J}$$

Legge di Ohm $V = IR$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{0.5\text{V}}{6.7 \cdot 10^{-2}\Omega} = 7.46\text{ A} \quad (1\text{A} = 1\text{C/s})$$

La corrente indica la quantità di carica per unità di tempo

$$Q_{\Delta t} = I \Delta t$$
$$\Rightarrow Q = 7.46\text{ C/s} \cdot 10\text{ s} = 74.6\text{ C}$$

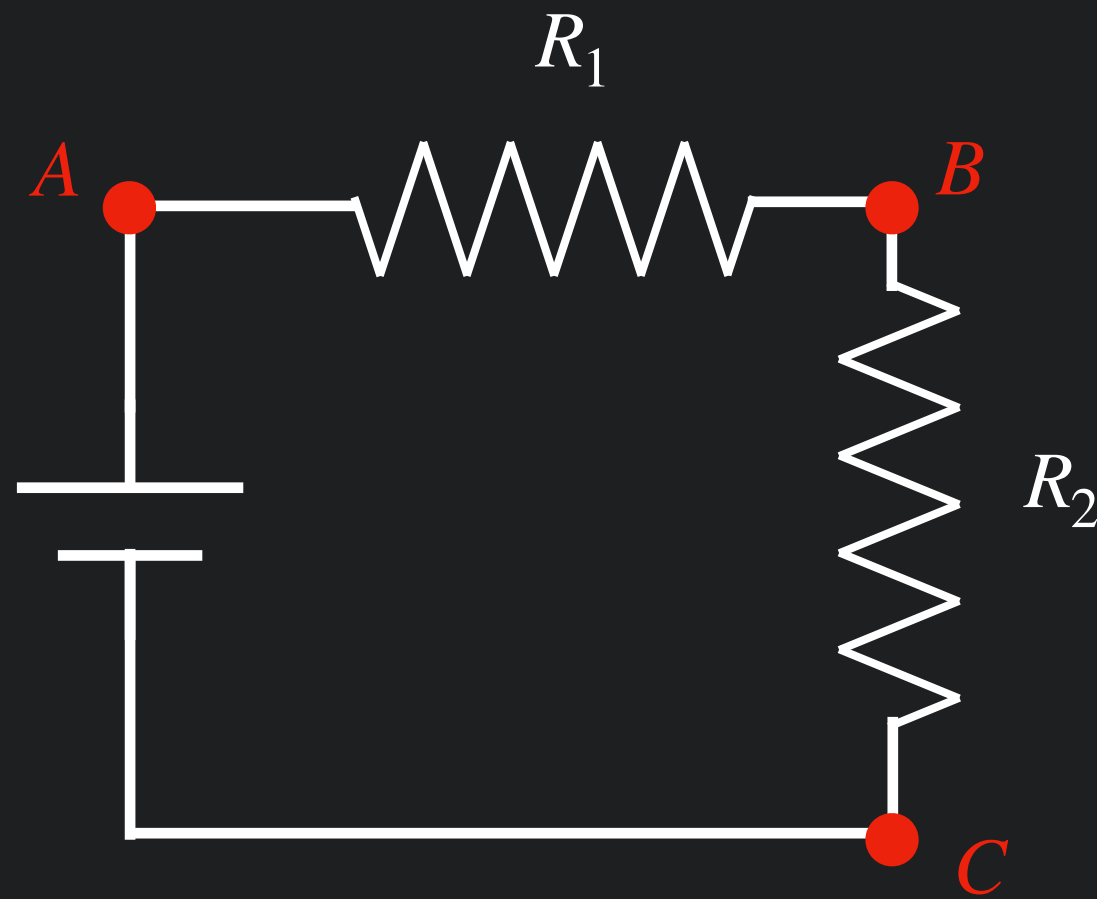
La carica è quantizzata, ed è trasportata da elettroni ciascuno con carica q_e . Quindi in totale saranno passati un numero di elettroni pari a:

$$N_e = \frac{Q}{q_e} \approx 10^{20}$$

Es. 5: Circuito con resistenze



Si ha a disposizione una batteria da 12V e si vuol fare in modo che la tensione applicata ad una resistenza $R_1 = 100\Omega$ sia di soli 8V . A questo scopo, si mette in serie a R_1 una seconda resistenza R_2 : quanto deve valere R_2 ? Quanto vale la resistenza equivalente? Qual è la corrente che circola in ciascuna resistenza? Descrivere cosa succede se le resistenze sono invece posizionate in parallelo.



La differenza di potenziale lungo il circuito è data da

$$\begin{aligned} V &= V_{AB} + V_{BC} \\ &= I_1 R_1 + I_2 R_2 \\ &= I(R_1 + R_2) \\ &= I R_{\text{eq}} \end{aligned}$$

appliciamo **Legge di Ohm** a ciascuna caduta di potenziale:

ma la corrente nel circuito deve essere la stessa, altrimenti si accumulerebbe carica
possiamo definire una resistenza equivalente

$$V_{AB} = I_1 R_1$$

$$V_{BC} = I_2 R_2$$

$$I_1 = I_2 = I$$

$$R_{\text{eq}}^{\text{serie}} = (R_1 + R_2)$$

Noi vogliamo che $V_1 = 8\text{V}$, e vale:

$$V_1 = I R_1 = \frac{V}{R_{\text{eq}}} R_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} R_1$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{V}{V_1} R_1 - R_1 = R_1 \left(\frac{V - V_1}{V_1} \right) = 100\Omega \left(\frac{12\text{V} - 8\text{V}}{8\text{V}} \right) = 50\Omega$$

$$\Rightarrow R_{\text{eq}} = 150\Omega$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{8\text{V}}{100\Omega} = 0.08\text{ A}$$

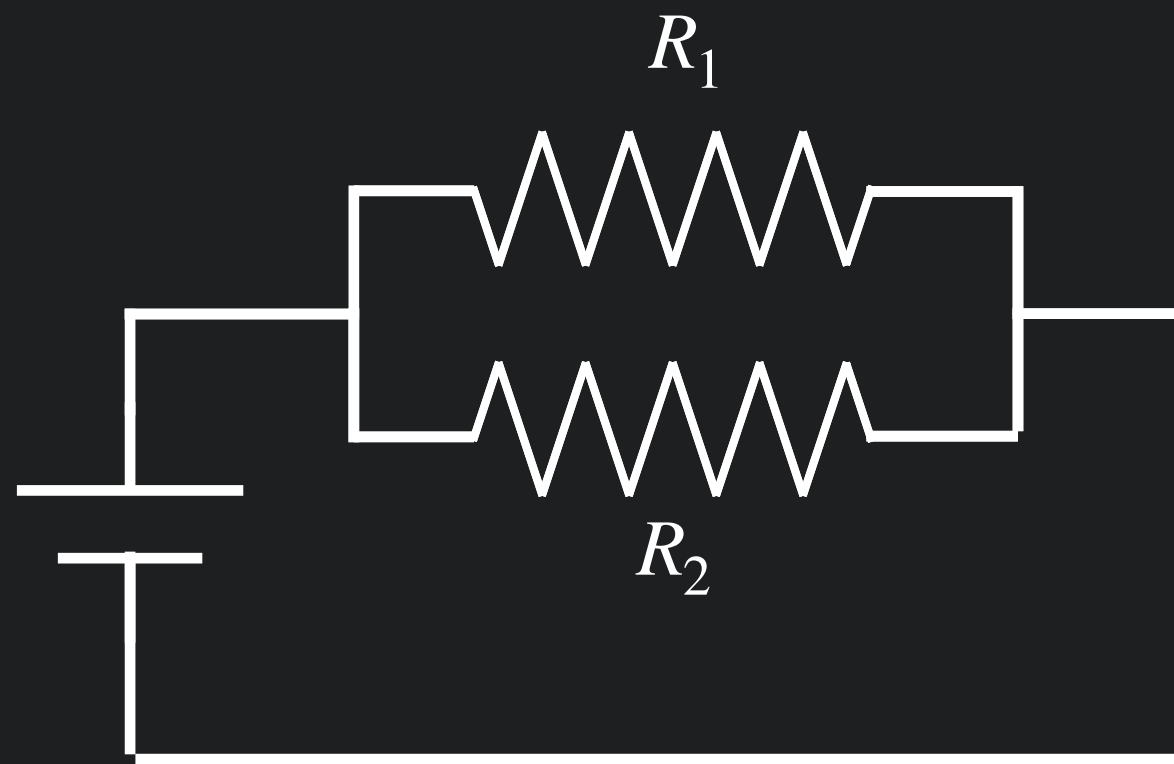
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V - V_1}{R_2} = \frac{4\text{V}}{50\Omega} = 0.08\text{ A}$$



Es. 5: Circuito con resistenze



Si ha a disposizione una batteria da 12V e si vuol fare in modo che la tensione applicata ad una resistenza $R_1 = 100\Omega$ sia di soli 8V . A questo scopo, si mette in serie a R_1 una seconda resistenza R_2 : quanto deve valere R_2 ? Quanto vale la resistenza equivalente? Qual è la corrente che circola in ciascuna resistenza? Descrivere cosa succede se le resistenze sono invece posizionate in parallelo.

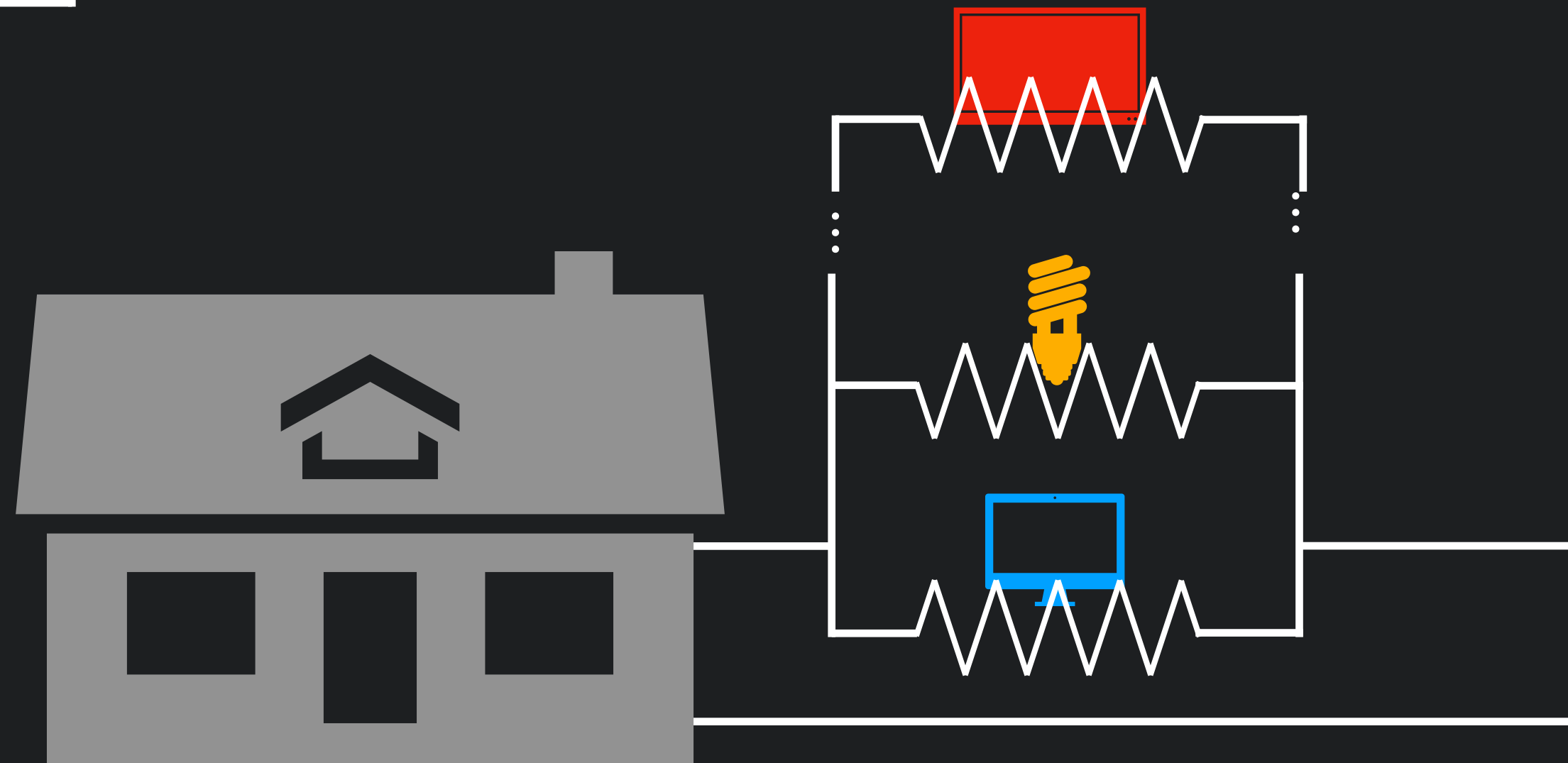


$$V_1 = I_1 R_1 \quad V_2 = I_2 R_2$$

Ma sono applicate alla stessa differenza di potenziale $V_1 = V_2 = V$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V}{R_{\text{eq}}^{\text{parallelo}}}$$

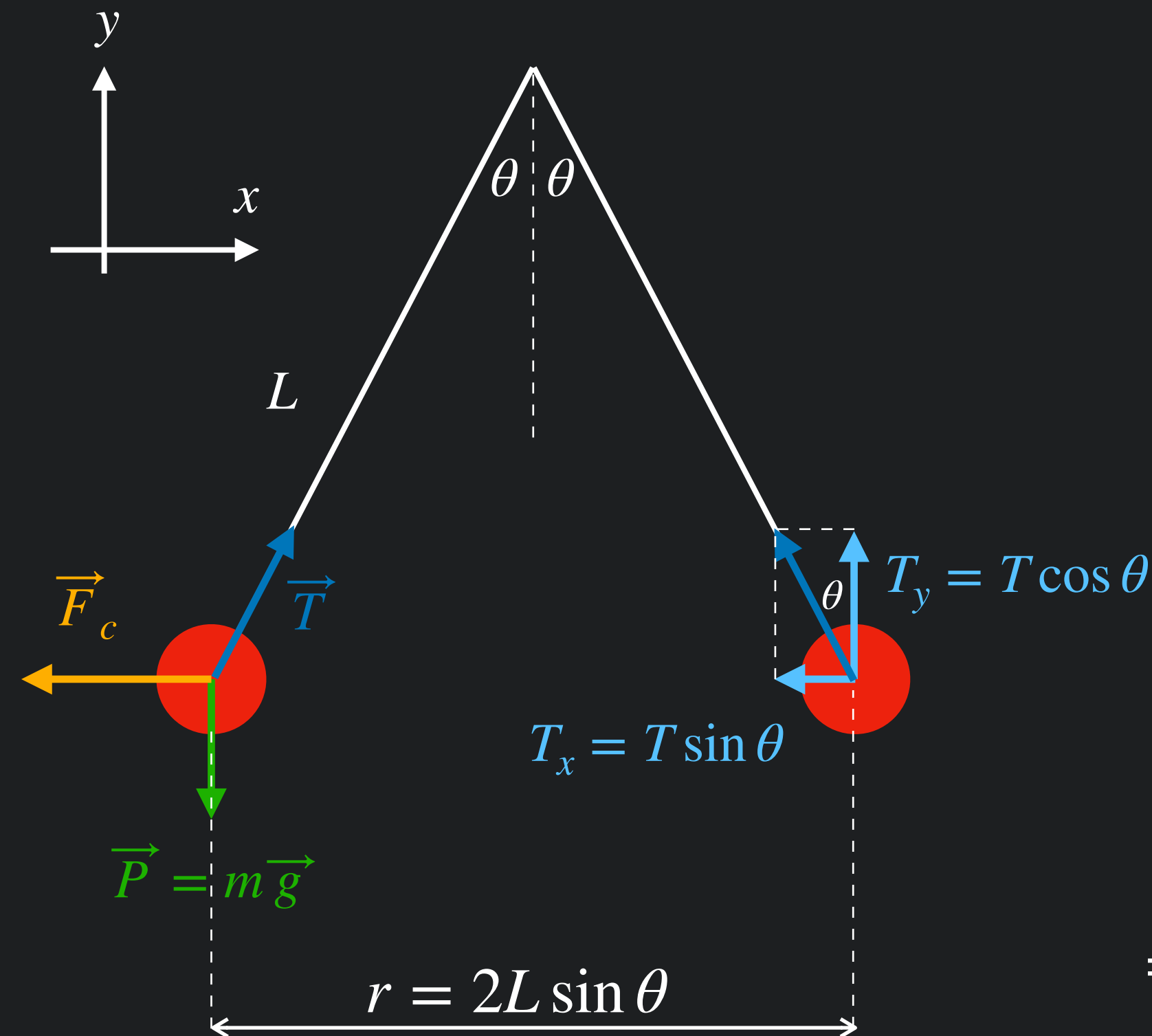
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}^{\text{parallelo}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



Es. 6: Cariche in equilibrio



Due identiche sfere cariche, ognuna di massa 30 g, sono in equilibrio come riportato in Figura. La lunghezza del filo è 0.15 m, e l'angolo $\theta = 5^\circ$. Determina l'intensità della carica presente sulle sfere.



Sistema è all'equilibrio, quindi risultante delle forze è nulla:

$$\Rightarrow \vec{F}_c + \vec{P} + \vec{T} = 0$$

Scomponiamo lungo gli assi x e y :

$$y : T \cos \theta - mg = 0$$

$$x : T \sin \theta - F_c = 0$$

$$F_c = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad q_1 = q_2 = q \quad r = 2L \sin \theta$$

Dalla prima equazione possiamo ricavare quanto vale la tensione $T \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos \theta}$

E sostituiamo nella seconda:

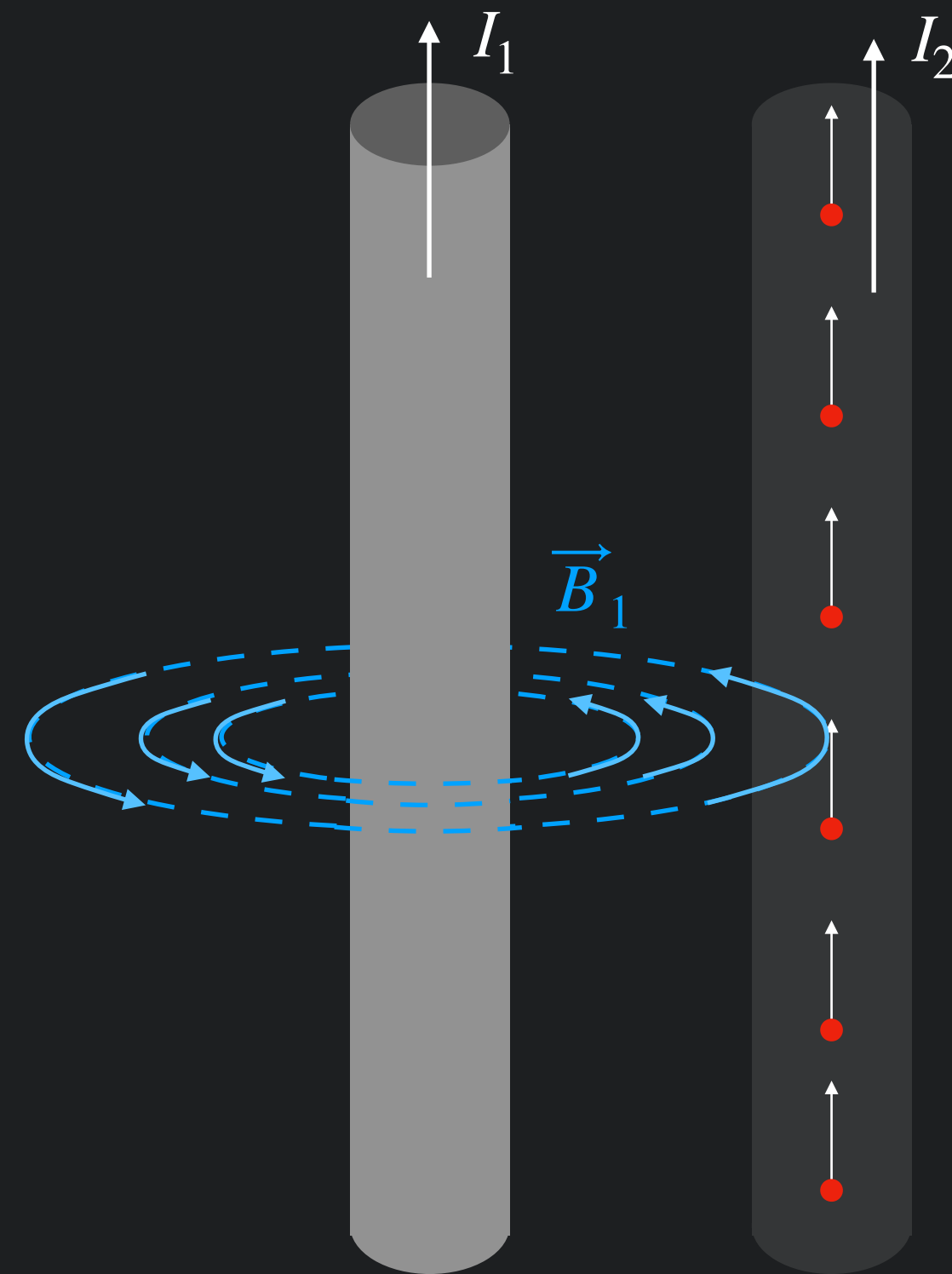
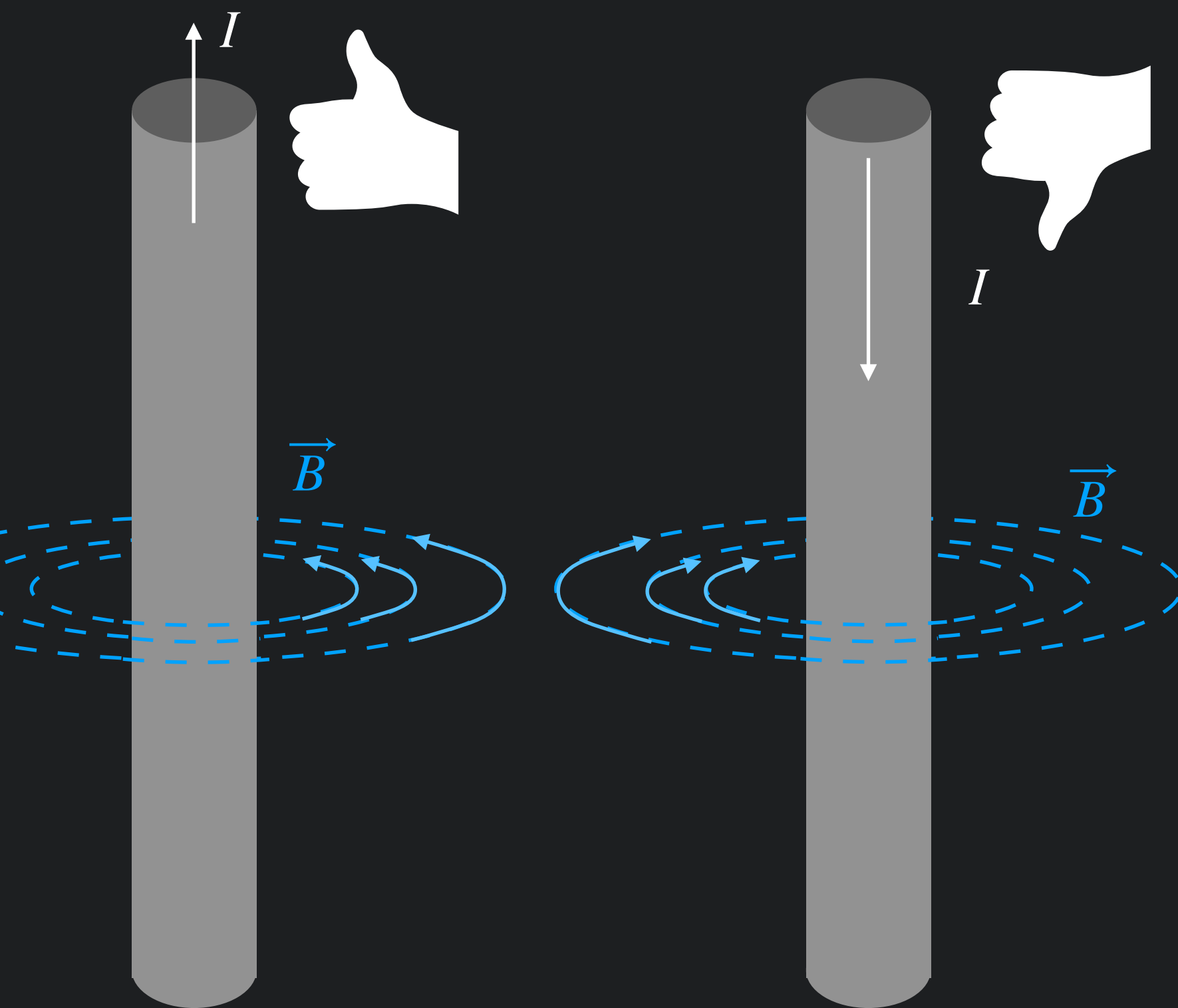
$$\frac{mg}{\cos \theta} \sin \theta - F_c = 0 \quad mg \tan \theta - k \frac{q^2}{4L^2 \sin^2 \theta} = 0 \Rightarrow q^2 = \frac{4L^2 \sin^2 \theta mg \tan \theta}{k}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt{\frac{4 \cdot (0.15 \text{ m})^2 \cdot \sin^2(5^\circ) \cdot 0.03 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot \tan(5^\circ)}{8.9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2}} = 4.44 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

Es. 7: Legge di Ampère



Due fili verticali rettilinei di lunghezza 4 m sono disposti parallelamente e distano 5 cm l'uno dall'altro. Il primo filo è percorso da una corrente elettrica di 20 A ed esercita una forza repulsiva sul secondo di $2.4 \cdot 10^{-3}$ N. Determinare l'intensità della corrente che scorre nel secondo filo e il suo verso di percorrenza (concorde o opposto rispetto alla corrente che scorre nel primo filo).



Cariche nel secondo filo risentono della forza magnetica \vec{F}

$$\vec{F} = I_2 \vec{l}_2 \times \vec{B}_1 \text{ (regola della mano destra)}$$

\implies filo risente di una forza

Verso concorde \implies forza attrattiva

Verso discorde \implies forza repulsiva

Es. 7: Legge di Ampère



Due fili verticali rettilinei di lunghezza 4 m sono disposti parallelamente e distano 5 cm l'uno dall'altro. Il primo filo è percorso da una corrente elettrica di 20 A ed esercita una forza repulsiva sul secondo di $2.4 \cdot 10^{-3}$ N. Determinare l'intensità della corrente che scorre nel secondo filo e il suo verso di percorrenza (concorde o opposto rispetto alla corrente che scorre nel primo filo).

Legge di Ampère:

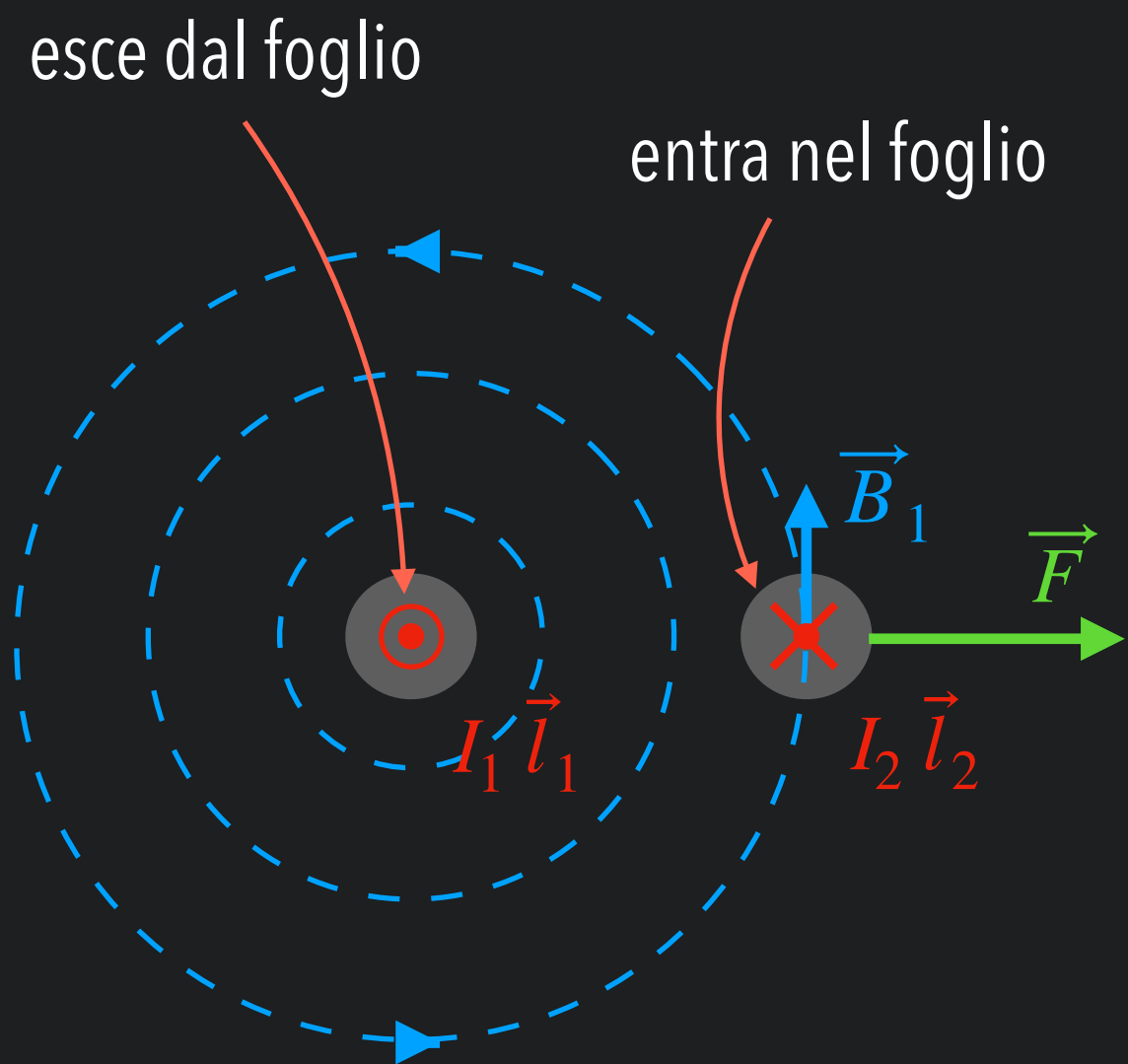
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

Il secondo filo risente di una forza repulsiva data da

$$F = I_2 l_2 \cdot B_1 \implies I_2 = \frac{F}{l_2 B_1} \implies I_2 = \frac{2\pi r F}{\mu_0 l_2 I_1}$$

$$\implies I_2 = \frac{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 2.4 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 20 \text{ A}}$$

$$= 7.5 \text{ A}$$



Es. 8: Potenziale ed energia



Una sfera conduttrice di raggio R viene caricata con una carica totale Q . Calcolare il lavoro necessario per portare una carica di prova q inizialmente molto lontana (*infinitamente* lontana) fino alla superficie della sfera carica.



Il lavoro è definito come

$$L = \int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

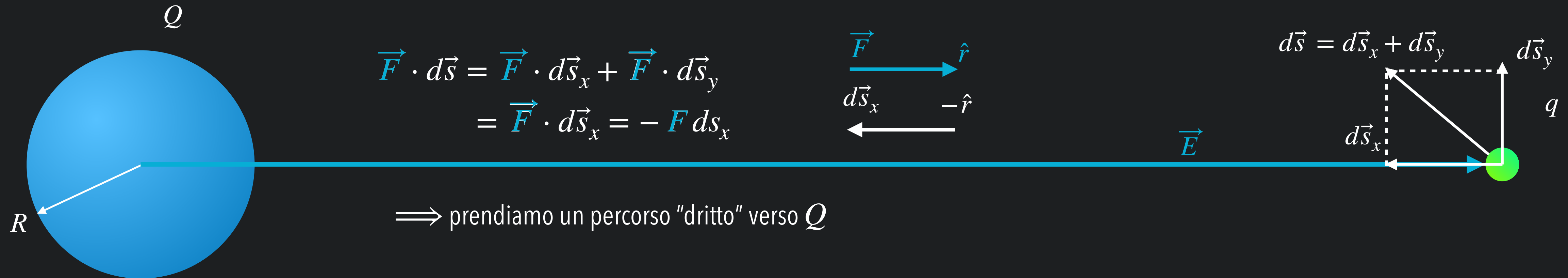
con \vec{F} la forza di Coulomb $\vec{F} = k \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$

\hat{r} versore radiale che congiunge Q e q

Es. 8: Potenziale ed energia



Una sfera conduttrice di raggio R viene caricata con una carica totale Q . Calcolare il lavoro necessario per portare una carica di prova q inizialmente molto lontana (*infinitamente* lontana) fino alla superficie della sfera carica.



Il lavoro è definito come

$$L = \int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{\infty}^R -k \frac{Qq}{r^2} dr = k \frac{Qq}{r} \Big|_{r=\infty}^{r=R} = k \frac{Qq}{R} - k \frac{Qq}{\infty} = k \frac{Qq}{R}$$

con \vec{F} la forza di Coulomb $\vec{F} = k \frac{Qq}{r^2} \hat{r}$

\hat{r} versore radiale che congiunge Q e q

Potenziale elettrico generato da una sfera carica è dato da

$$V = k \frac{Q}{R}$$

Una carica di prova sottoposta a questo potenziale a distanza R ha energia:

$$U = Vq = k \frac{Qq}{R}$$



