Immagine: Earthrise, Apollo8 (Nasa).
Url: https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_1249.html

# Seminario 4
# Ottica

19/05/2021

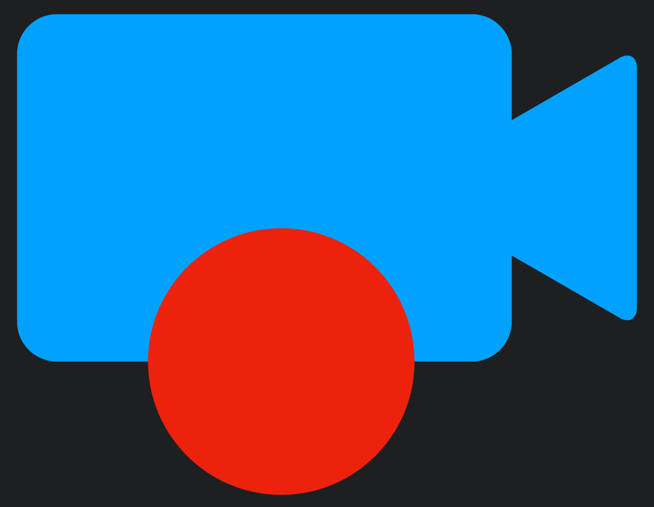
Corso di Fisica 1(A)
Laurea in Scienze Biologiche @UniPv


Stefano Mangini
stefano.mangini01@universitadipavia.it


# Disclaimer

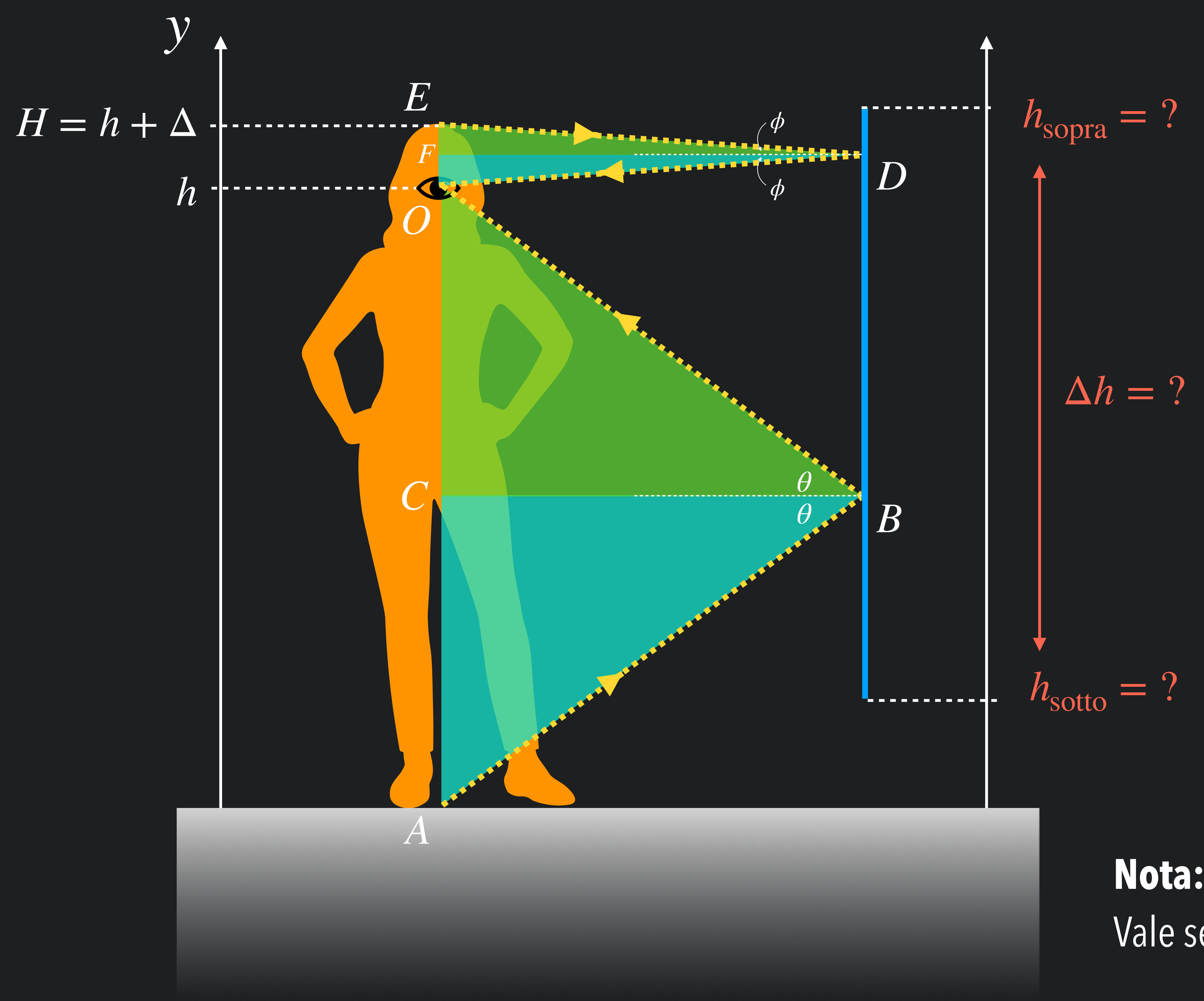
Regole del fight club:

Registra la lezione!



# Es. 1: Specchio delle mie brame

Biancaneve si osserva davanti ad uno specchio. I suoi occhi si trovano ad un altezza da terra pari a $h = 165\ \mathrm{cm}$, e la cima della sua testa si trova $\Delta = 13\ \mathrm{cm}$ più in alto. Trova la minima dimensione dello specchio, e l'altezza da terra del bordo superiore ed inferiore di questo, tale per cui Cenerentola riesce a riflettersi completamente, ovvero riesce a vedere sia la testa che i piedi.




Triangoli $ADB$ e $ODB$ sono uguali perché:

- condividono lato $\overline{CB}$
- stessi angoli in $B$ e in $C$

$$\Longrightarrow \overline{OC} = \overline{CA}$$

$$h = \overline{OA} = \overline{OC} + \overline{CA} = 2\overline{CA} \Longrightarrow \overline{CA} = h/2$$

$$\Longrightarrow h_{\mathrm{sotto}} = h/2$$

Stesso ragionamento per la testa:

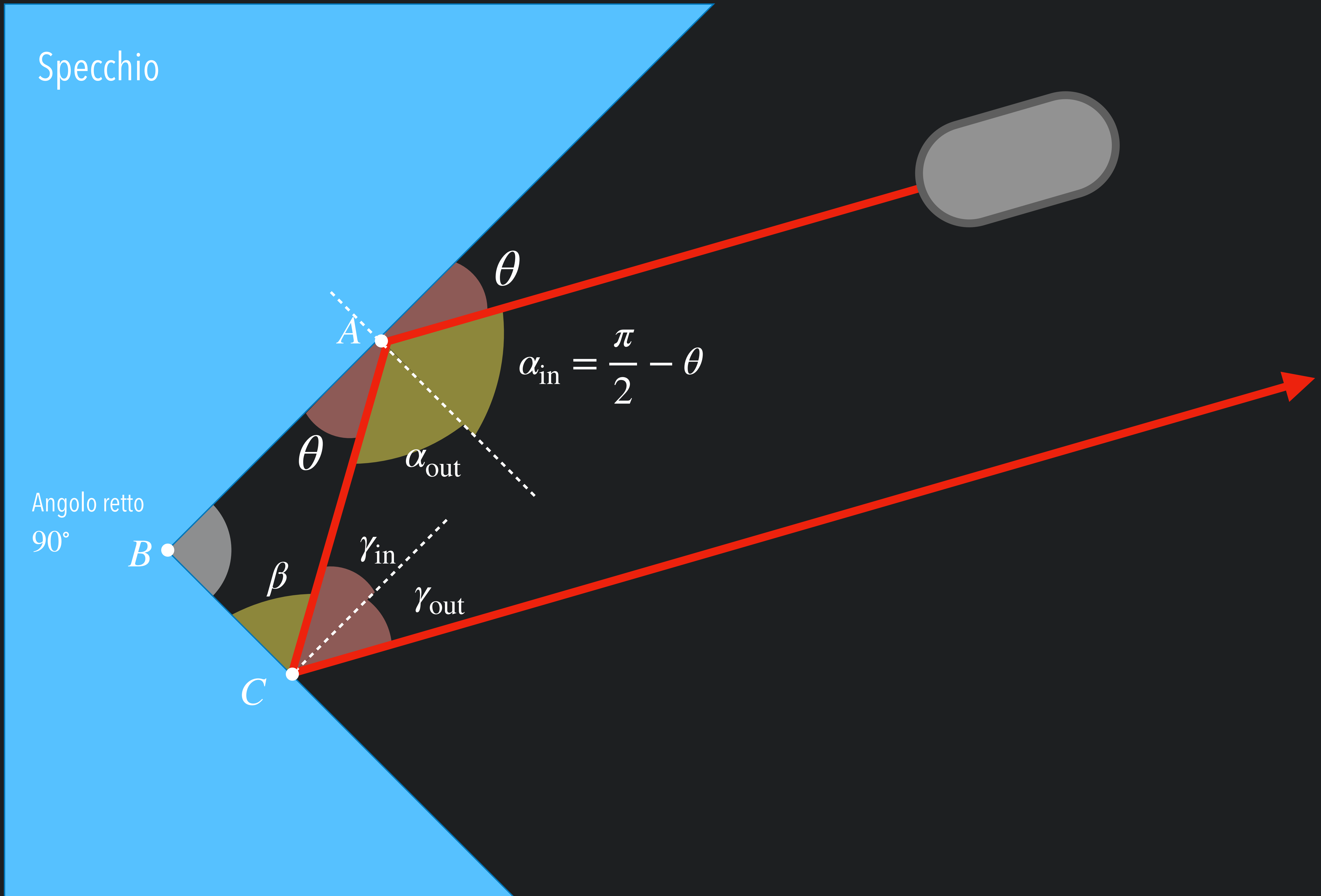
$$\overline{OF} = \Delta/2 \Longrightarrow h_{\mathrm{sopra}} = h + \Delta/2$$

$$\Longrightarrow h_{\mathrm{sopra}} - h_{\mathrm{sotto}} = \left(h + \frac{\Delta}{2}\right) - \frac{h}{2} = \frac{h+\Delta}{2} = \frac{H}{2}$$

**Nota:** i calcoli sono indipendenti dalla distanza dallo specchio! Vale sempre!

# Es. 2: Riflettore an angolo

I riflettori di sicurezza posizionati sulle bici hanno lo scopo di riflettere indietro il più possibile la luce che li illumina. Mostra che quando la luce viene riflessa da due specchi disposti con un angolo retto fra di loro, il raggio uscente è parallelo al raggio entrante.




**I.** Luce incide sullo specchio con angolo $\theta$ rispetto al bordo

**II.** Riflessione in $A$:

$$\alpha_{\text{in}} = \frac{\pi}{2} - \theta \qquad \alpha_{\text{out}} = \alpha_{\text{in}}$$

**III.** Luce incide sullo specchio in $C$:

Somma angoli interni triangolo $ABC$ è $180°$:

$$\pi = \frac{\pi}{2} + \theta + \beta \implies \beta = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (= \alpha)$$

**IV.** Riflessione in **C**:

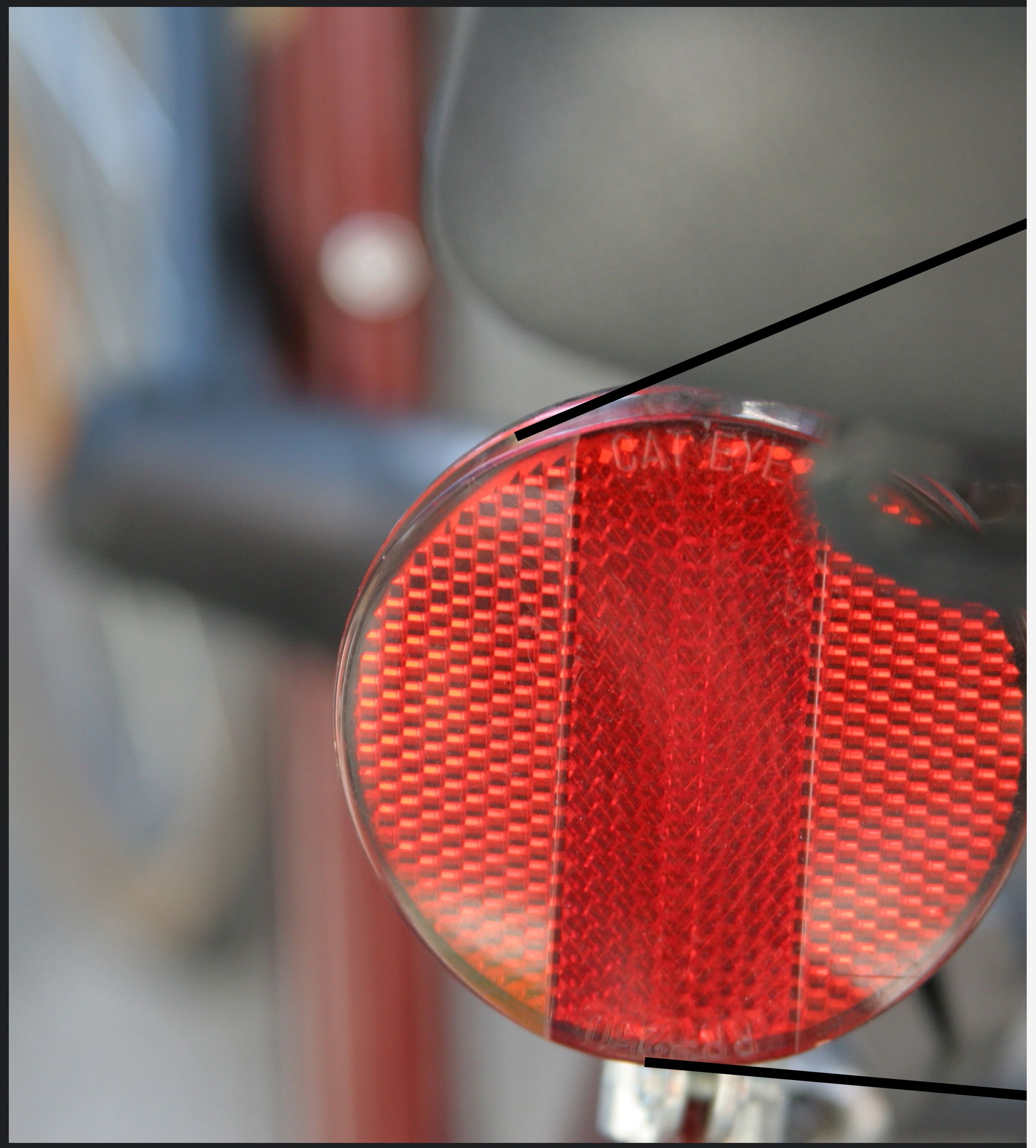
$$\gamma_{\text{in}} = \frac{\pi}{2} - \beta \implies \gamma_{\text{in}} = \theta$$

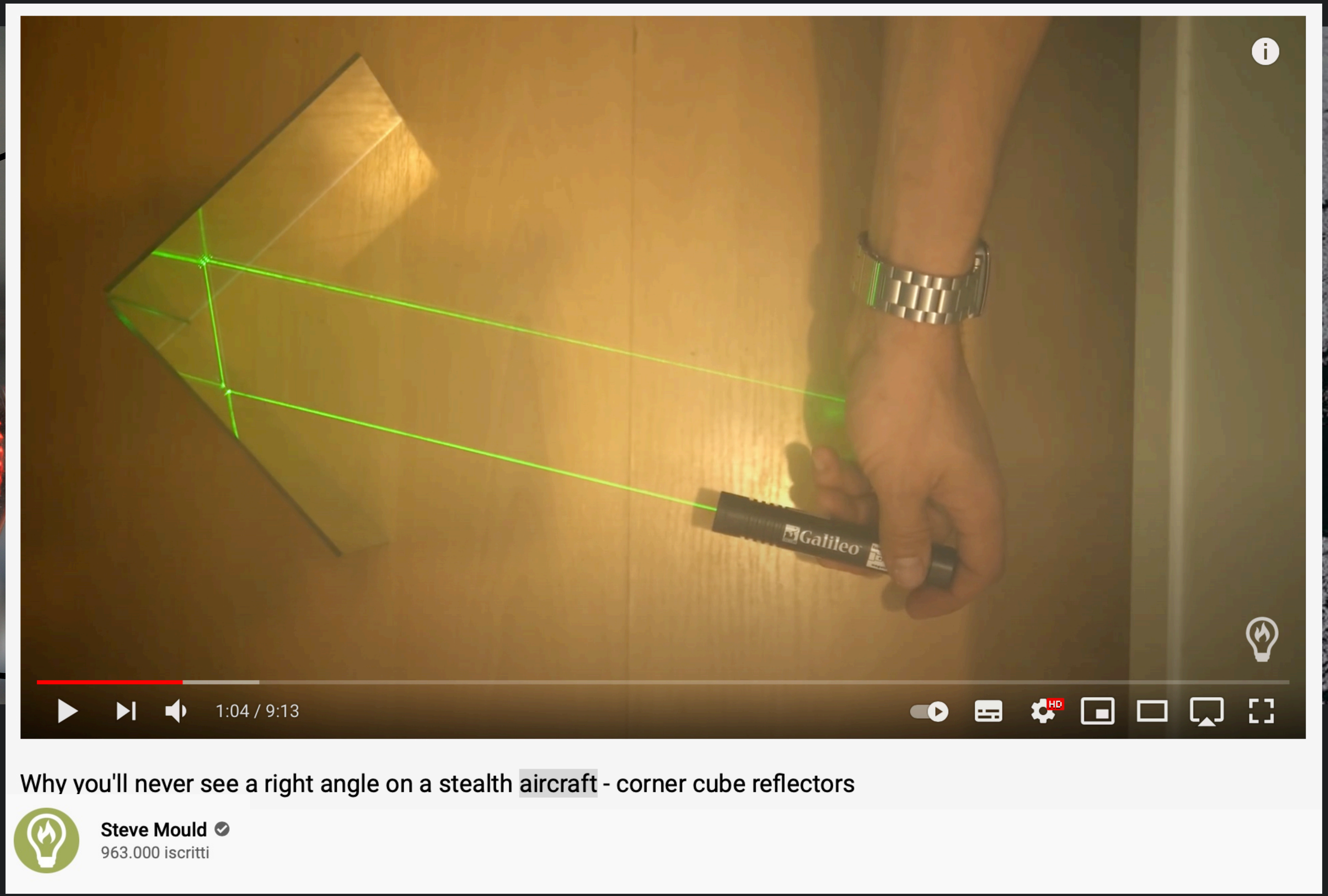
$$\gamma_{\text{out}} = \gamma_{\text{in}} \implies \gamma_{\text{out}} = \theta$$

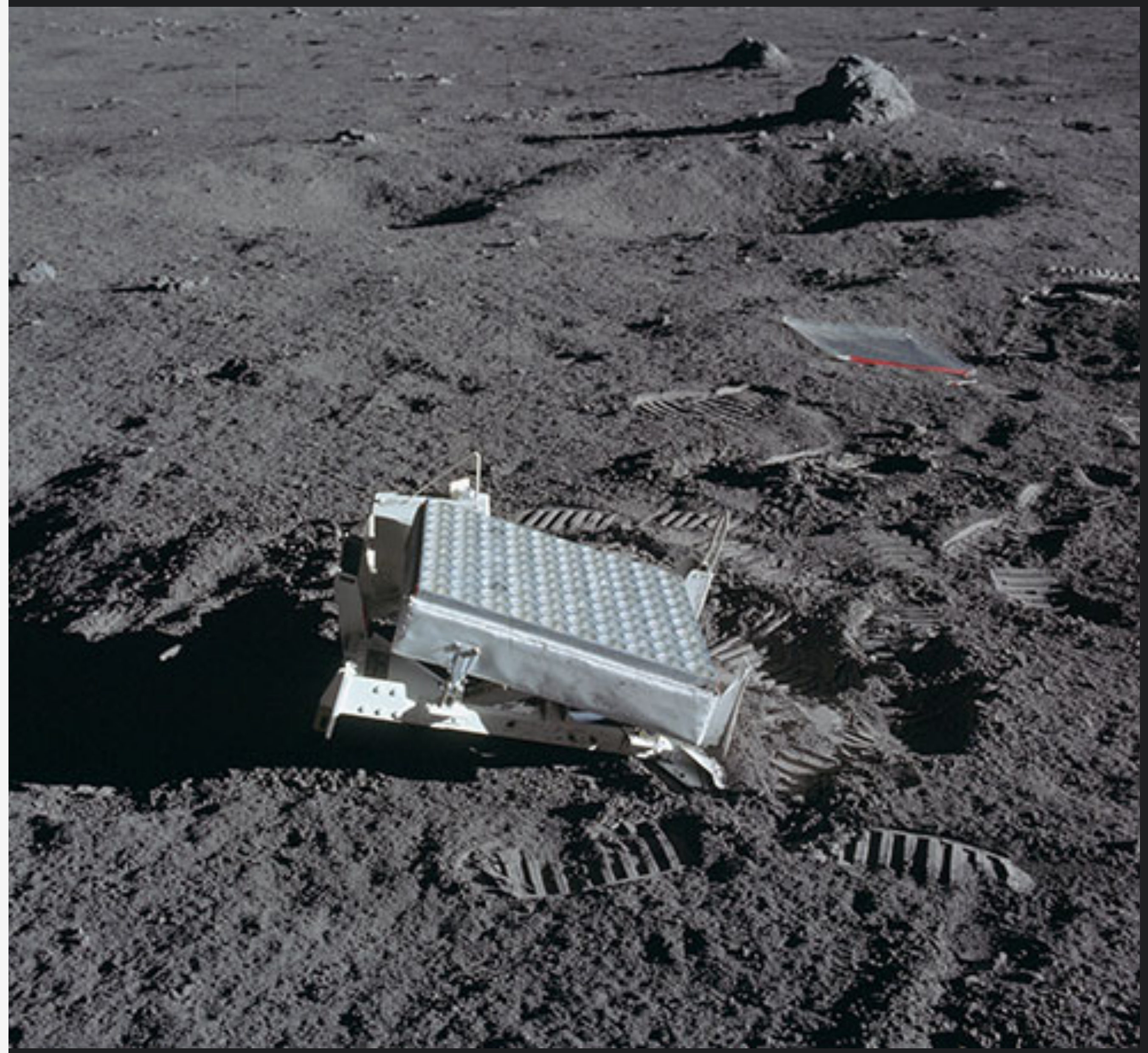
$\implies$ Stessa direzione di incidenza!

# Es. 2: Riflettore an angolo

I riflettori di sicurezza posizionati sulle bici hanno lo scopo di riflettere indietro il più possibile la luce che li illumina. Mostra che quando la luce viene riflessa da due specchi disposti con un angolo retto fra di loro, il raggio uscente è parallelo al raggio entrante.



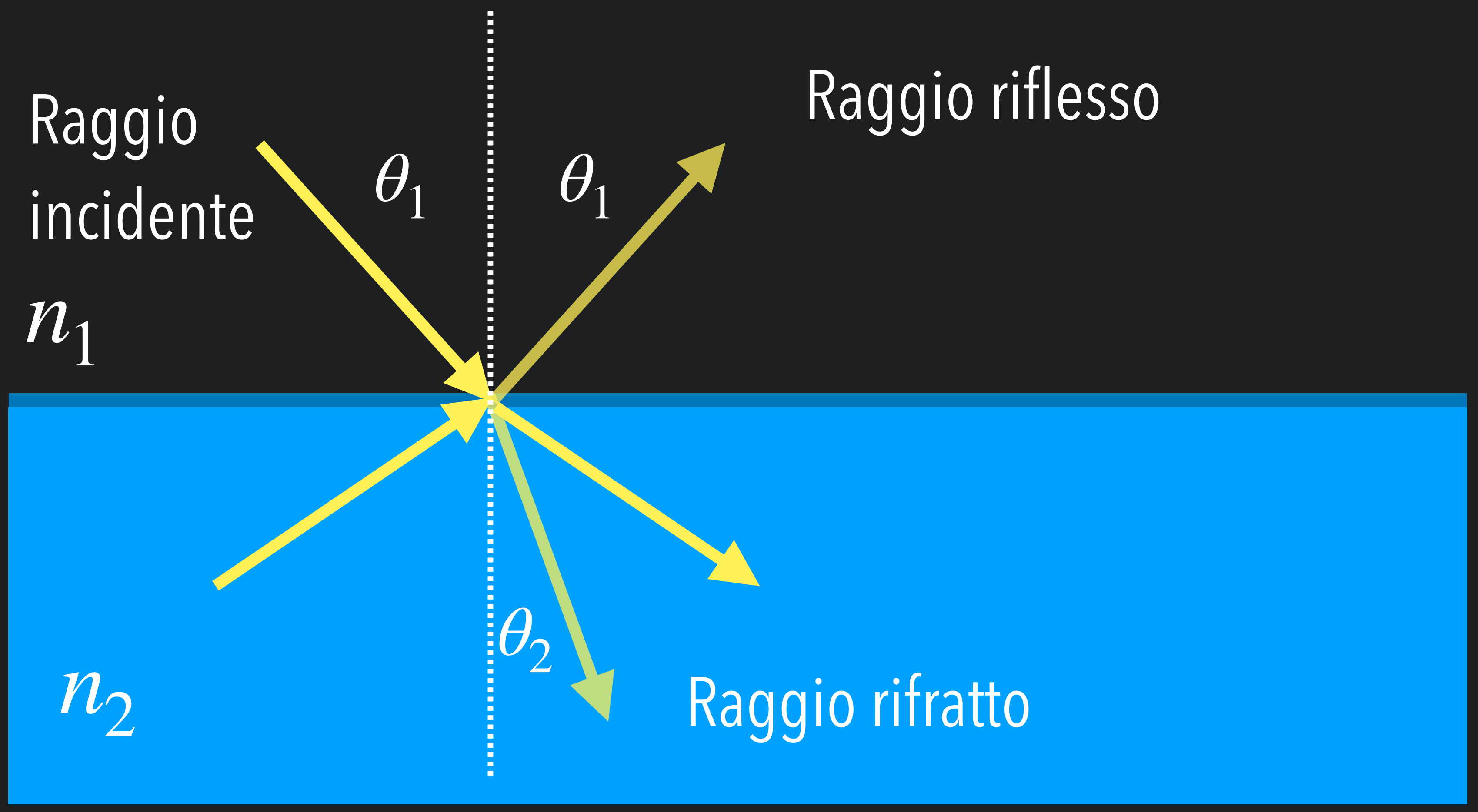


[Video interessante a riguardo: Why you'll never see a right angle on a stealth aircraft - corner cube reflectors, di *Steve Mould*

# Es. 3: Indice di rifrazione

Una soluzione biologica ha un indice di rifrazione di $n = 1.34$. Quanto vale la velocità della luce nella soluzione? Si consideri della luce che incide con un angolo di $\theta = 48°$ sulla superficie della soluzione. Quanto vale l'angolo di rifrazione? Quanto vale l'angolo limite per la riflessione totale?




Indice di rifrazione di una sostanza è definito come:

$$n := \frac{c}{v}$$

$c$: velocità della luce nel vuoto

$v$: velocità della luce nel mezzo

$$c = 3 \cdot 10^8 \, \mathrm{m/s}$$

$$\implies v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \, \mathrm{m/s}}{1.34} = 2.23 \cdot 10^8 \, \mathrm{m/s}$$

$$n_1 = 1 \quad n_2 = 1.34 \quad \theta_1 = 48° \cdot \frac{2\pi \, \mathrm{rad}}{360°}$$

Legge di Snell

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \implies \sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 \implies \theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) \implies \theta_2 = 0.587 \, \mathrm{rad} = 33.68°$$

Angolo critico quando non c'è più un raggio rifratto, ovvero $\theta_2 = 90°$

$$1 \cdot \sin\theta_c = 1.34 \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1} \implies \theta_c = \arcsin 1.34$$

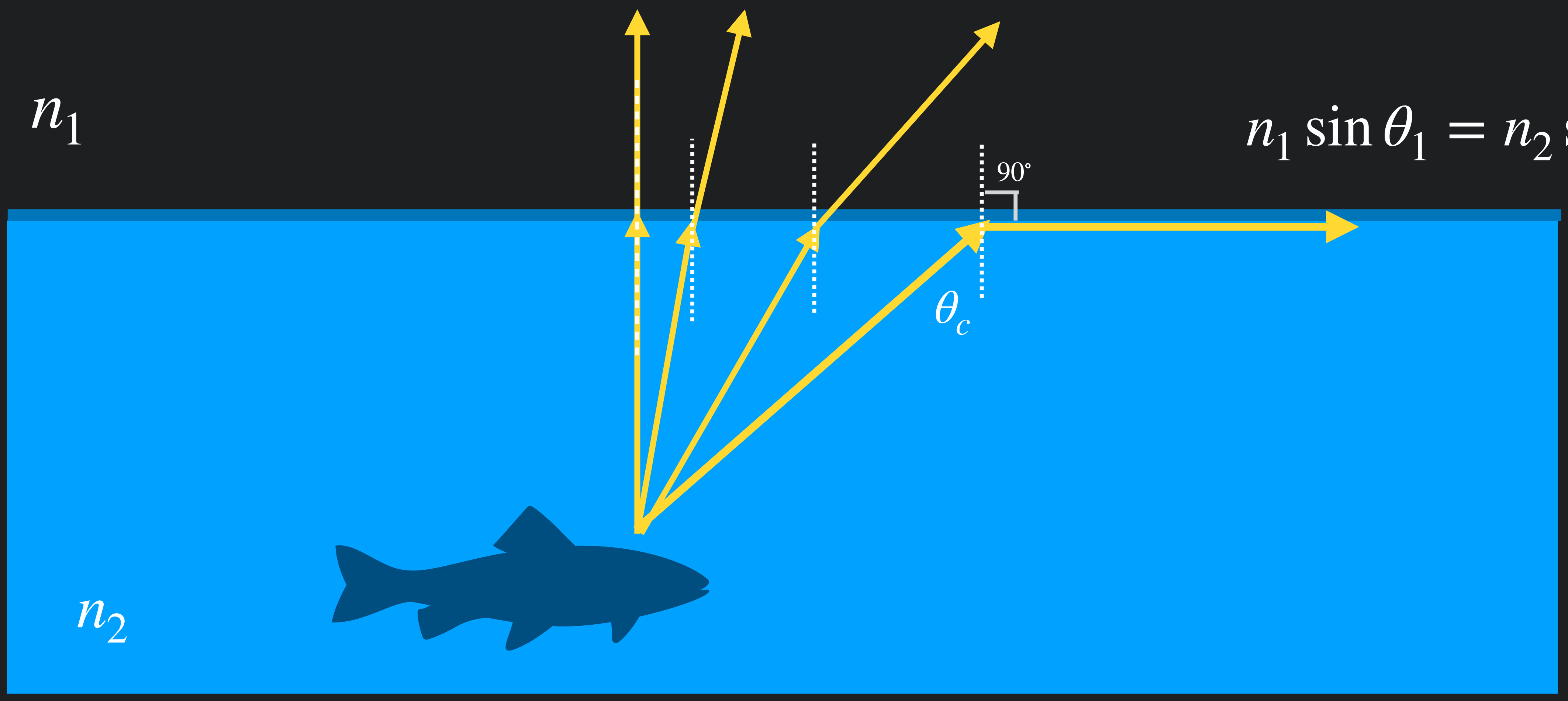
Non c'è soluzione a questa equazione!

$\arcsin$ può avere argomenti fra $-1$ e $1$!

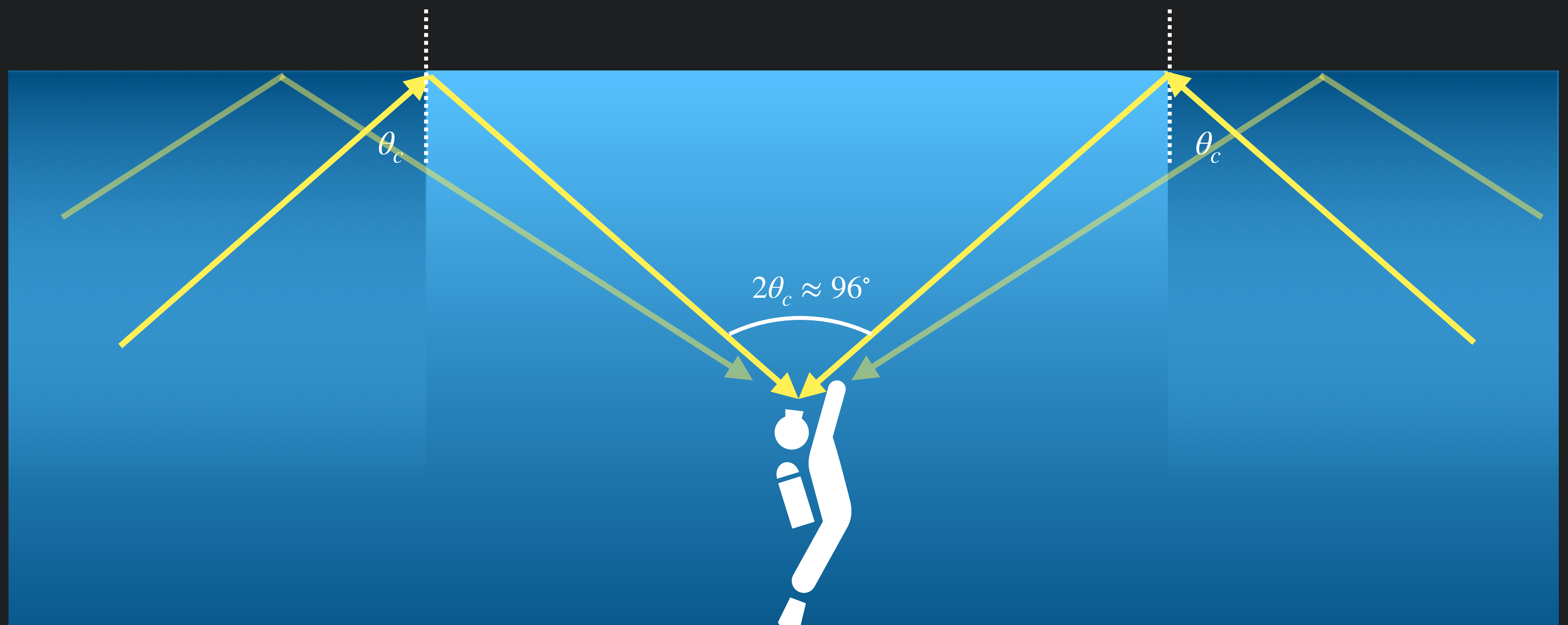
Giusto! **Riflessione totale** può avvenire solo per luce che va **da mezzo più denso** (otticamente) **ad uno meno denso**!

# Es. 3: Indice di rifrazione

Una soluzione biologica ha un indice di rifrazione di $n = 1.34$. Quanto vale la velocità della luce nella soluzione? Si consideri della luce che incide con un angolo di $\theta = 48°$ sulla superficie della soluzione. Quanto vale l'angolo di rifrazione? Quanto vale l'angolo limite per la riflessione totale?



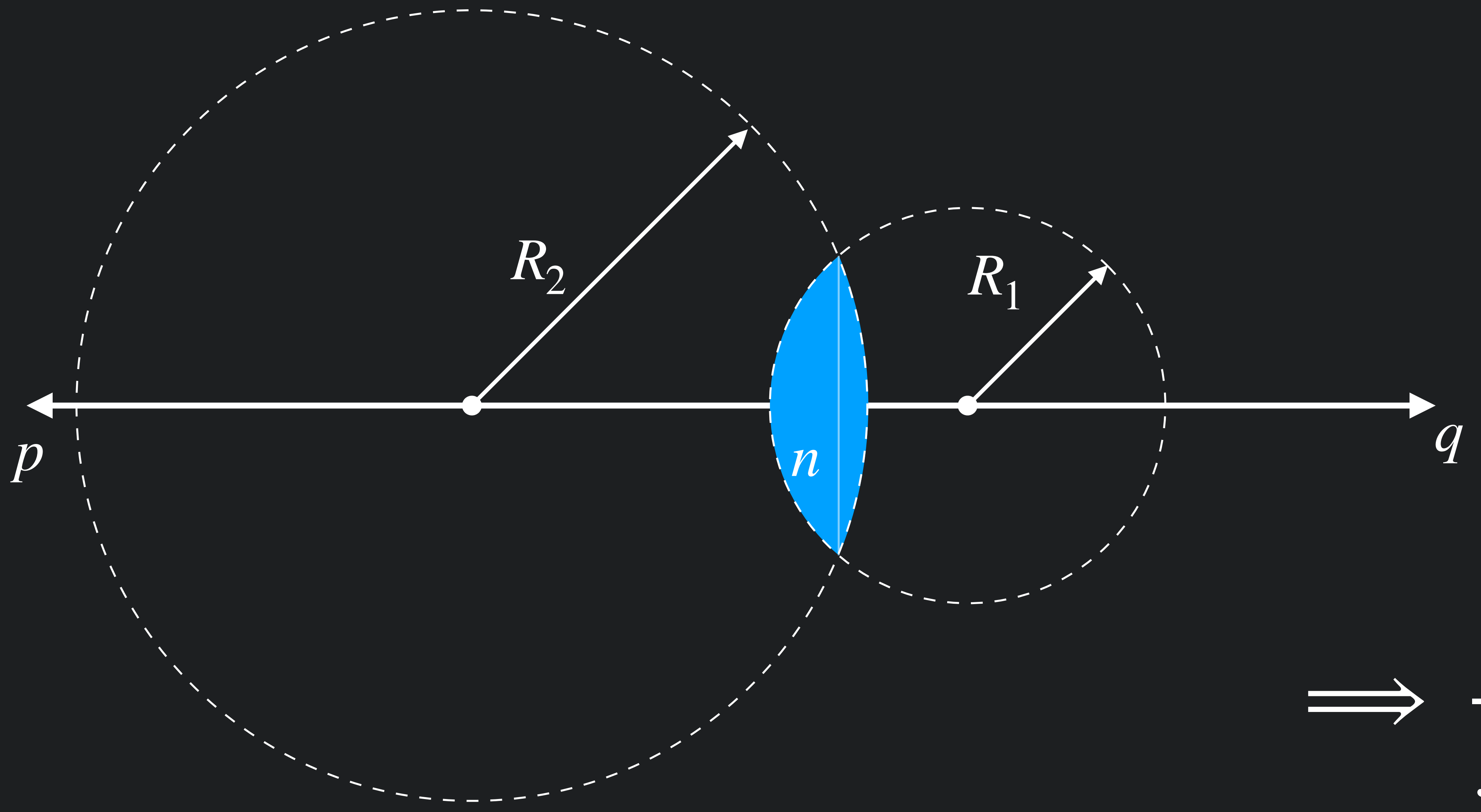

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad 1 \cdot \sin 90° = n_2 \sin\theta_c \qquad \Longrightarrow \quad \theta_c = \arcsin(1/1.33) = 48.75°$$




Snell Window

# Es. 4: Lenti biconvesse

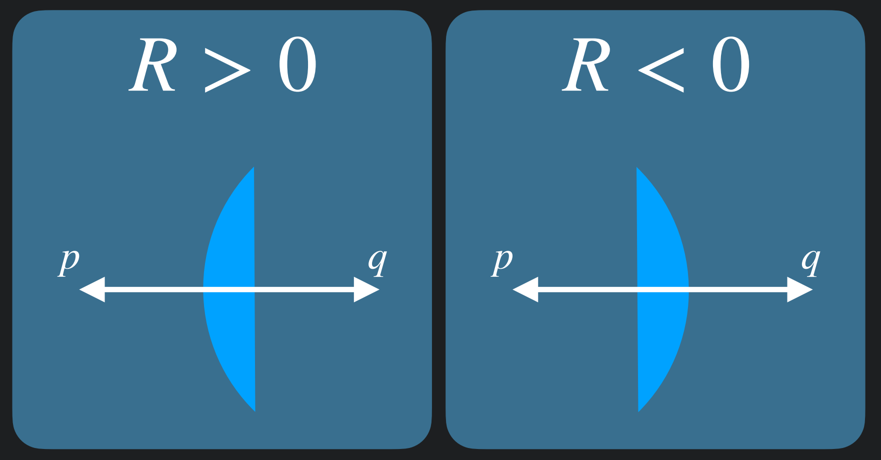
Una lente sottile biconvessa di vetro ($n = 1.50$) ha una lunghezza focale in aria di $f = 20\,\mathrm{cm}$. Le lenti hanno raggio di curvatura uno doppio dell'altra. Quali sono i raggi di curvatura? Qual è la lunghezza focale della stessa lente immersa in solfuro di carbonio ($n' = 1.64$)?




Legge del fabbricante di lenti (sottili)

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

$n =$ indice rifrazione della lente
$n' =$ indice rifrazione dell'ambiente esterno
$R_1, R_2$: convenzione sul segno




$\Longrightarrow R_1 > 0 \quad \Longrightarrow R_2 < 0$

Usando: $\quad R_1 = 2|R_2| \quad R_2 = -R \quad n' = 1$

$$\Longrightarrow \frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}\right] = \frac{3}{2R}(n-1)$$

Invertiamo per ricavare R:

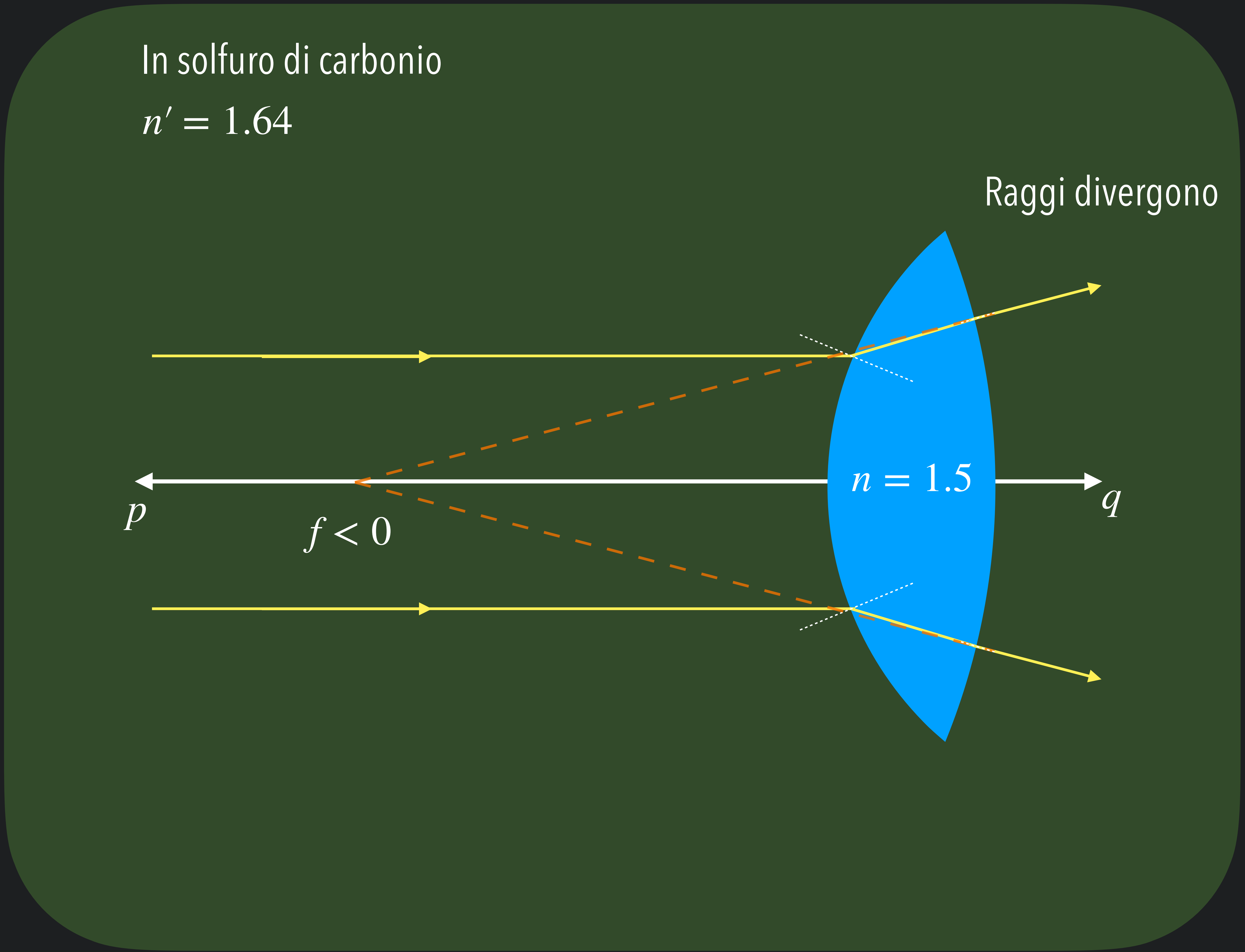
$$R = \frac{3f}{2}(n-1) = \frac{3 \cdot 20\,\mathrm{cm}}{2}(1.5-1) = 15\,\mathrm{cm}$$

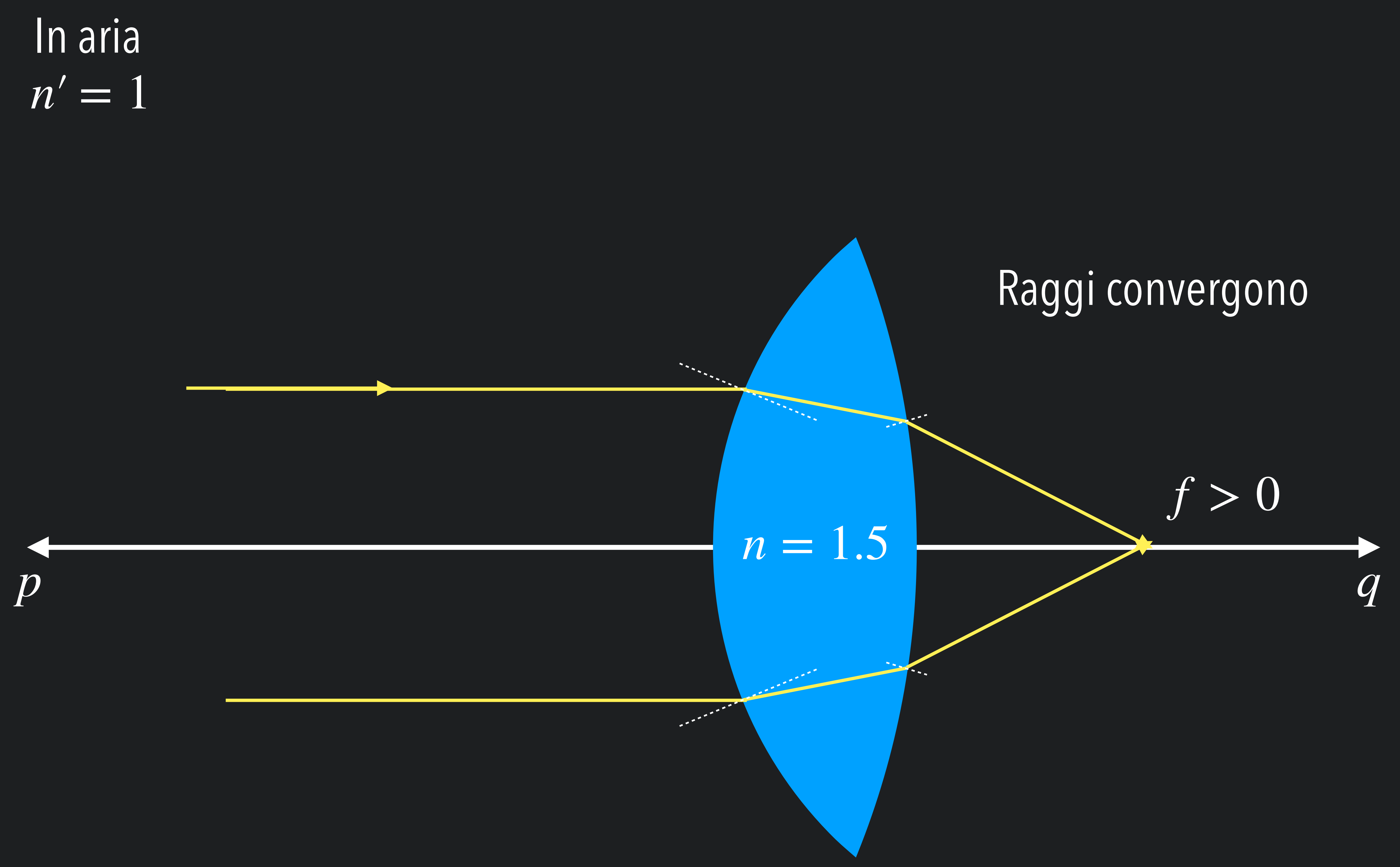
Immergiamo la lente nel solfuro di carbonio (quindi ora $n' = 1.64$), e invertendo la legge del fabbricante di lenti si ottiene:

$$f = \frac{2R}{3}\frac{n'}{n-n'} = \frac{2 \cdot 15\,\mathrm{cm}}{3}\frac{1.64}{1.5-1.64} = -117\,\mathrm{cm}$$

# Es. 4: Lenti biconvesse

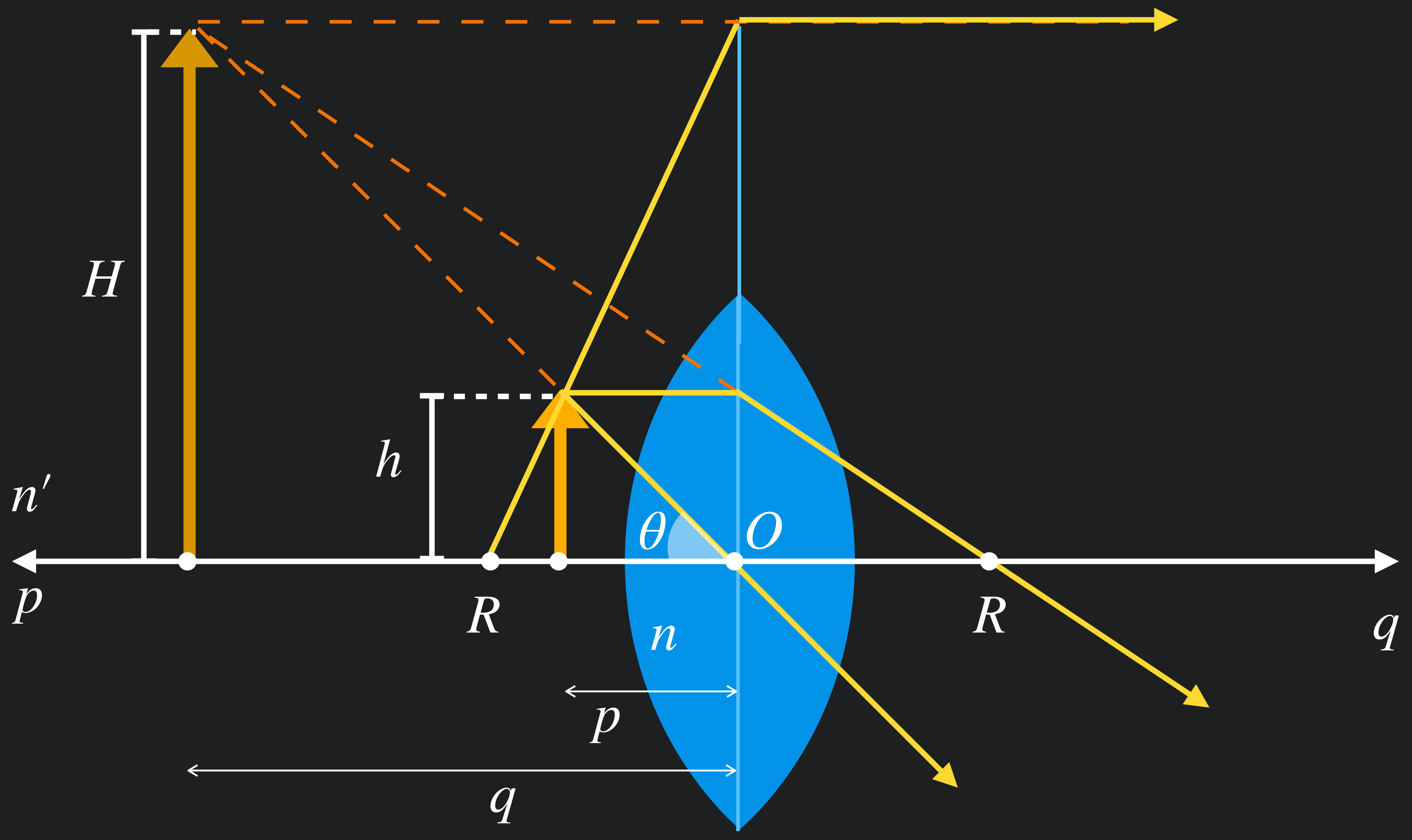
Una lente sottile biconvessa di vetro ($n = 1.50$) ha una lunghezza focale in aria di $f = 20\,\mathrm{cm}$. Le lenti hanno raggio di curvatura uno doppio dell'altra. Quali sono i raggi di curvatura? Qual è la lunghezza focale della stessa lente immersa in solfuro di carbonio ($n' = 1.64$)?



# Es. 5: Lente convergente

Una lente convergente è fatta di un vetro con $n = 1.5$. I raggi di curvatura delle superficie sferiche sono in valore assoluto $R_1 = R_2 = 5\,\mathrm{cm}$. La lente è immersa in aria, calcolare il valore della distanza focale. Calcolare la posizione $q$ a cui si forma l'immagine di un oggetto posto a una distanza $p = 3\,\mathrm{cm}$ dalla lente; l'immagine è reale o virtuale? Calcolare l'ingrandimento lineare dell'oggetto. Disegnare un diagramma di costruzione dell'immagine.




Legge del fabbricante di lenti (sottili)

$n = 1.5 \quad n' = 1$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] \implies f = \frac{R}{2\,(n - n')} = \frac{R}{2 \cdot 0.5} = R$$

$$\implies f = 5\,\mathrm{cm}$$

Equazione dei punti coniugati $\quad \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} \implies q = \dfrac{f\,p}{p - f}$

$$= \frac{3\,\mathrm{cm} \cdot 5\,\mathrm{cm}}{3\,\mathrm{cm} - 5\,\mathrm{cm}} = -\,7.5\,\mathrm{cm}$$

$\implies$ Immagine **Virtuale** (e **Ingrandita**)

Ingrandimento lineare è definito come

$I := \dfrac{H}{h}$ valgono le relazioni trigonometriche $\quad h = p\tan\theta \quad H = |\,q\,|\tan\theta$

$$\implies \boxed{I = \frac{q}{p}} = \frac{7.5\,\mathrm{cm}}{3\,\mathrm{cm}} = 2.5$$

# Es. 6: Miraggi

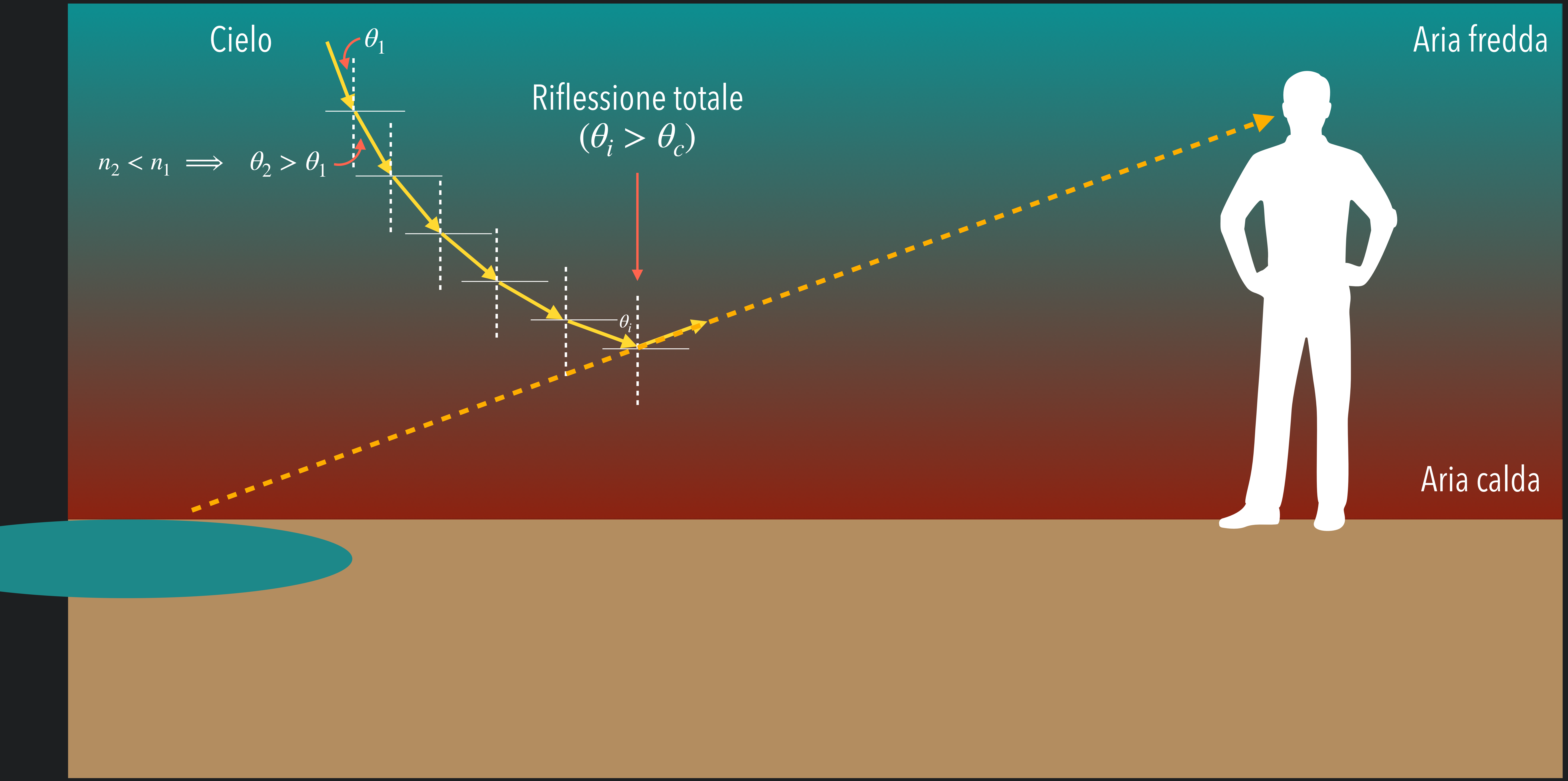
Spiegare cosa sta succedendo nelle due fotografie qui sotto.

Miraggio superiore

Miraggio inferiore

# Es. 6: Miraggi

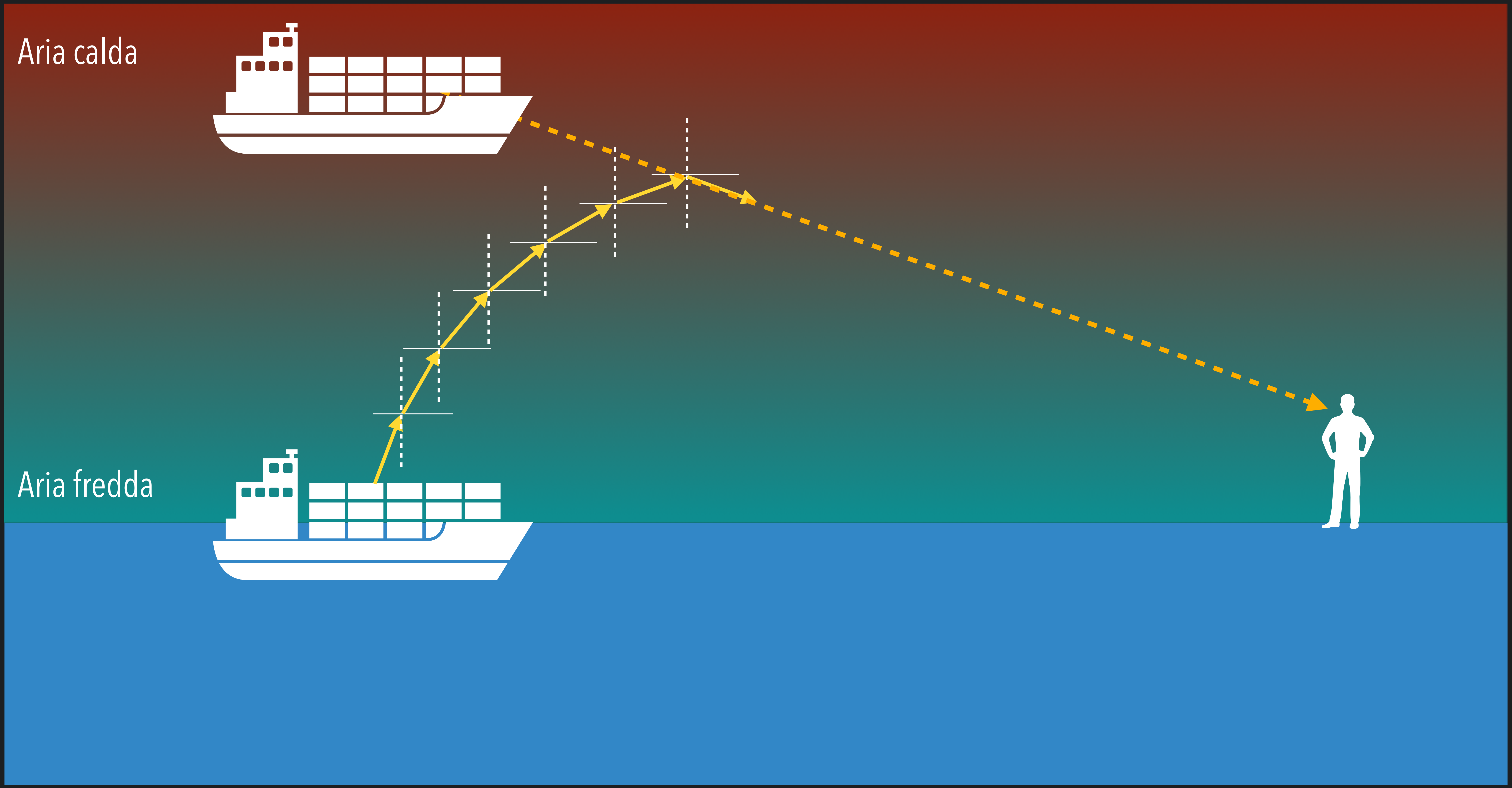
Spiegare cosa sta succedendo nelle due fotografie qui sotto.




Miraggio inferiore

# Es. 6: Miraggi

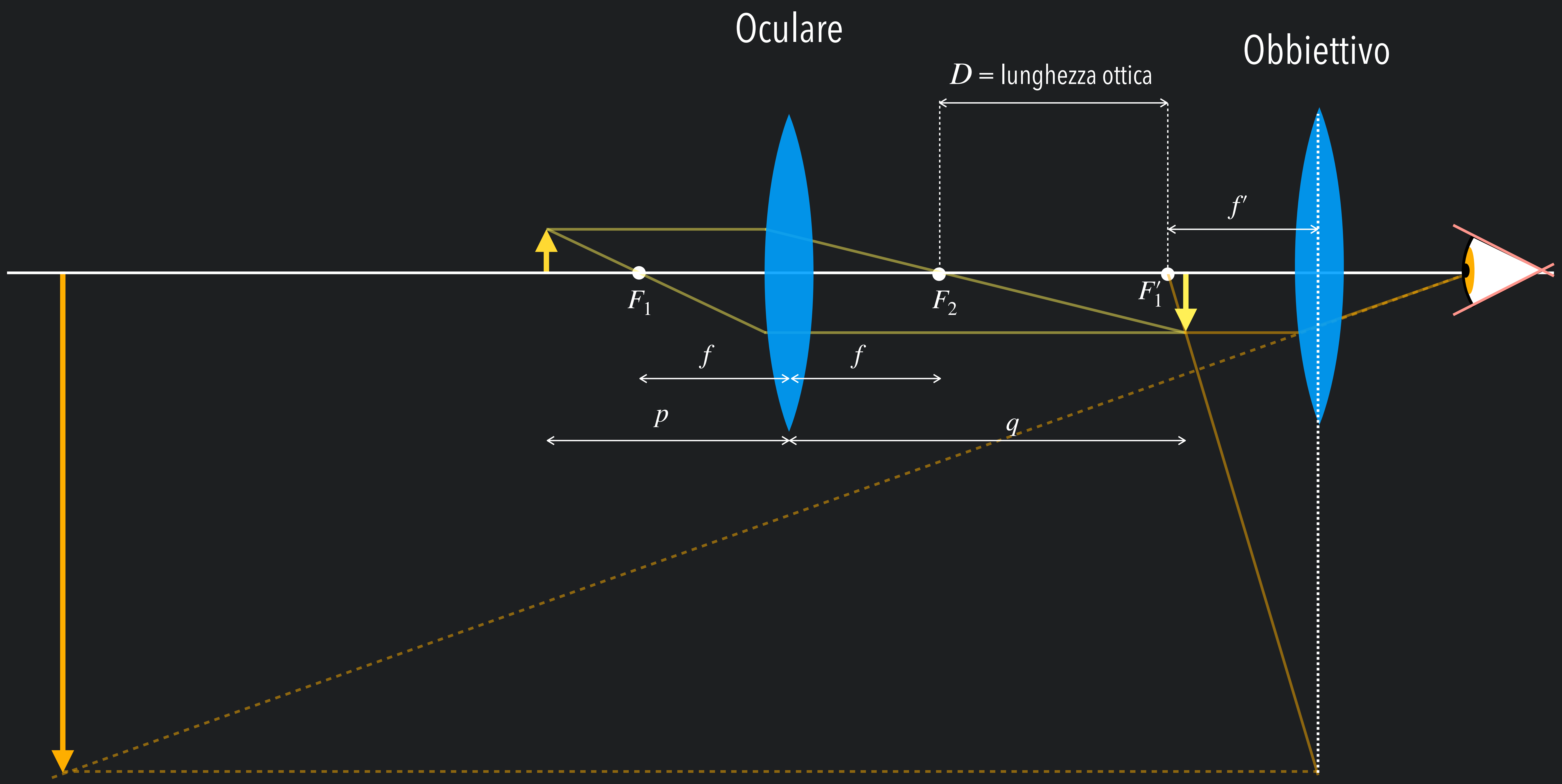
Spiegare cosa sta succedendo nelle due fotografie qui sotto.




Miraggio superiore

# Es. 7: Microscopio

Un microscopio di lunghezza ottica pari a $15\ \mathrm{cm}$ monta un oculare di ingrandimento angolare $G_{\mathrm{oc}} = 10$, e riesce a distinguere due oggetti distanti $d_{\mathrm{min}} = 0.5\ \mu\mathrm{m}$. L'ingrandimento del microscopio è $I = 125$, è sufficiente per sfruttare il potere risolutivo? Qual è la profondità di campo?




Ingrandimento oculare

$$G_{\mathrm{oculare}} = \frac{q}{p} = \frac{q-f}{f} \approx \frac{D}{f}$$

$$\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \implies p = \frac{fq}{q-f}$$

Ingrandimento obbiettivo

$$I_{\mathrm{obbiettivo}} = \frac{25\ \mathrm{cm}}{f'}$$

(Ingrandimento angolare da formula su microscopio semplice
$25\ \mathrm{cm}$ = Punto prossimo)

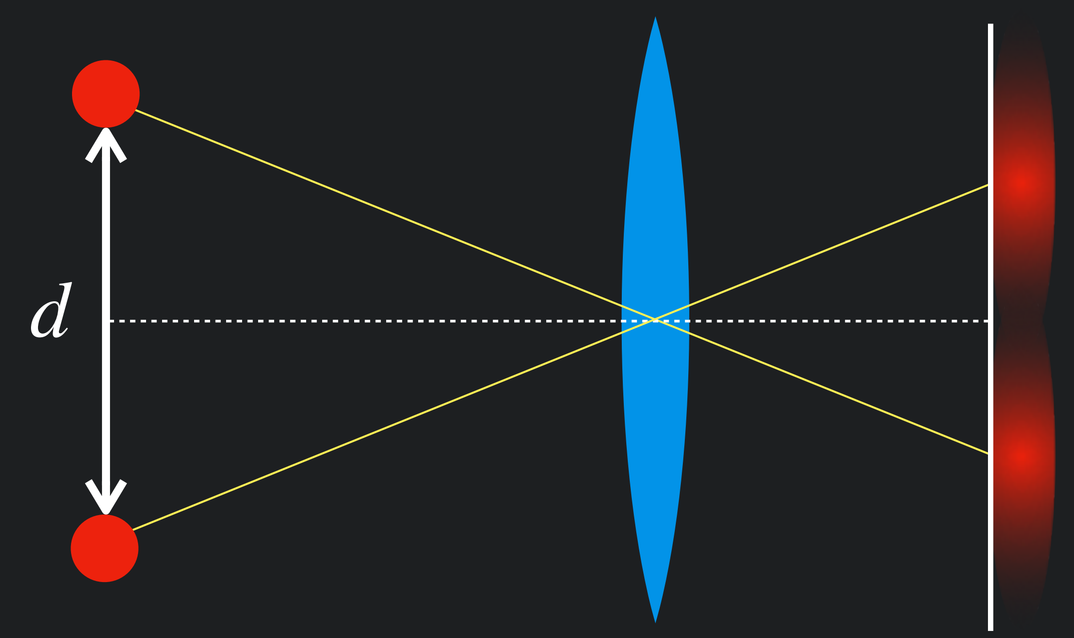
Ingrandimento totale

$$I = G_{\mathrm{obbietivo}} I_{\mathrm{oculare}} = \frac{D}{f} \cdot \frac{25\ \mathrm{cm}}{f'}$$

# Es. 7: Microscopio

Un microscopio di lunghezza ottica pari a $15\ \mathrm{cm}$ monta un oculare di ingrandimento angolare $G_{oc} = 10$, e riesce a distinguere due oggetti distanti $d_{min} = 0.5\ \mu\mathrm{m}$. L'ingrandimento del microscopio è $I = 125$, è sufficiente per sfruttare il potere risolutivo? Qual è la profondità di campo?

Diffrazione della luce



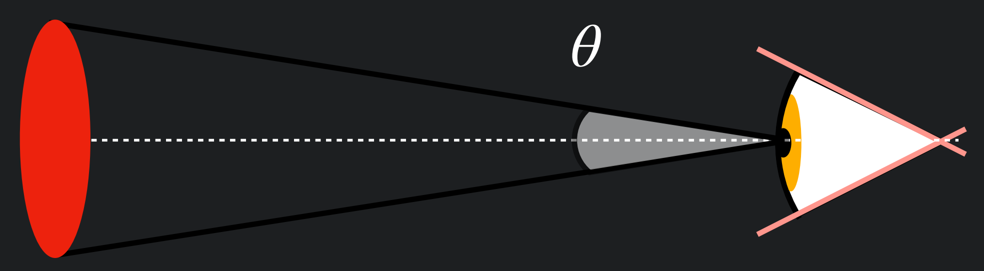

Se $d < d_{min}$

Oggetti **indistinguibili**

Se $d > d_{min}$

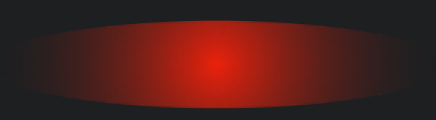
Oggetti **distinguibili**

Acuità visiva occhio umano




$\theta_{min} \approx \left(\frac{1}{60}\right)^{\circ} = 2.9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{rad}$

Se $\theta < \theta_{min}$

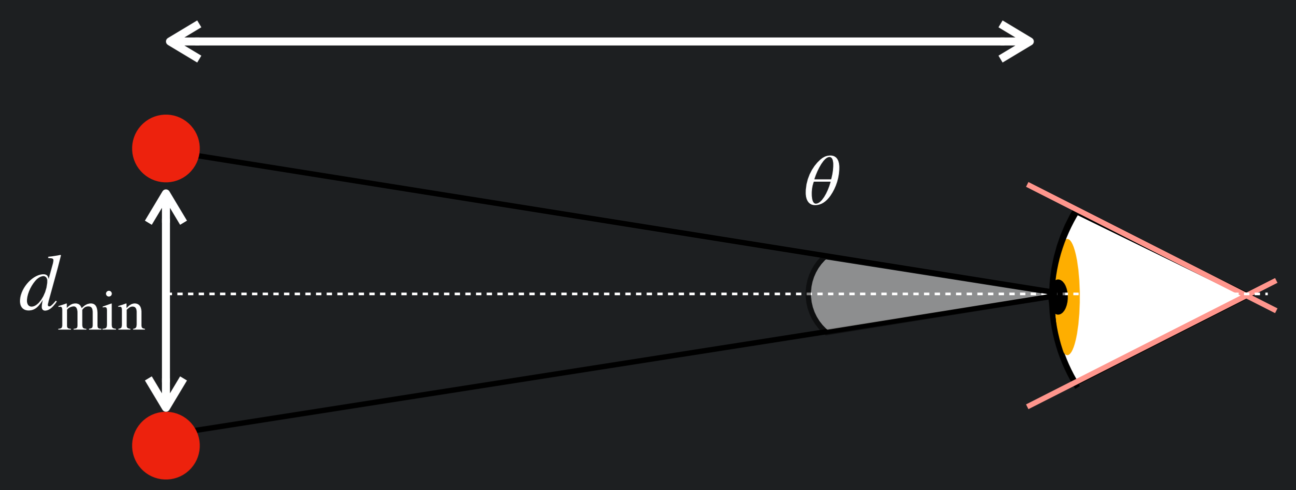


Oggetto **sfocato**

Se $\theta > \theta_{min}$

Oggetto **nitido**
(l'occhio riesce a metterlo a fuoco)

Al punto prossimo
$l_0 = 25\ \mathrm{cm}$




$$\frac{d_{min}}{2} = l_0 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \approx l_0 \frac{\theta}{2}$$ (angolo piccolo $\theta \ll 1$)

$$\Longrightarrow \theta = \frac{d_{min}}{25\ \mathrm{cm}} = \frac{0.5\ \mu\mathrm{m}}{25\ \mathrm{cm}} = 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{rad}$$

Per essere ben visibile dobbiamo ingrandire $\theta$

$$\theta \cdot I > \theta_{min} \Longrightarrow I > \theta_{min}/\theta \Longrightarrow I > \frac{2.9 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{rad}}{2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{rad}} = 145$$

$\Longrightarrow$ il microscopio con $I = 125$ **non riesce a sfruttare potere risolutivo**

# Es. 7: Microscopio

Un microscopio di lunghezza ottica pari a $15\ \text{cm}$ monta un oculare di ingrandimento angolare $G_{oc} = 10$, e riesce a distinguere due oggetti distanti $d_{min} = 0.5\ \mu\text{m}$. L'ingrandimento del microscopio è $I = 125$, è sufficiente per sfruttare il potere risolutivo? Qual è la profondità di campo?

Profondità di campo ha questa espressione

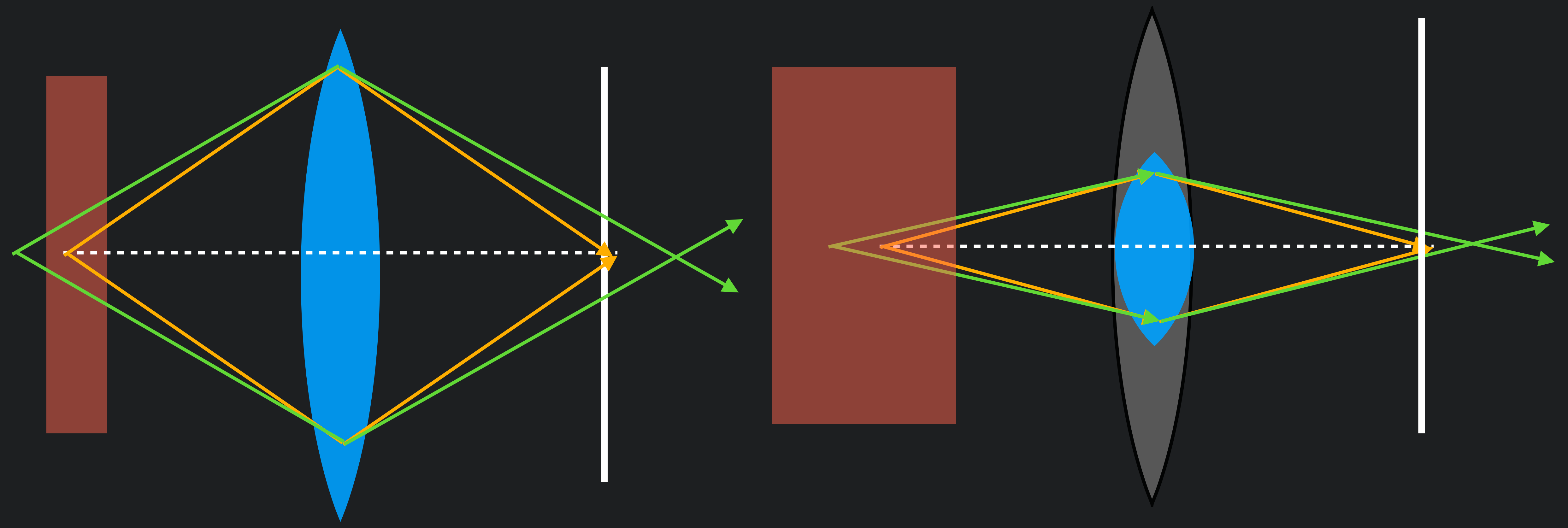
$$\Delta p = \frac{f^2\, f'^2}{D^2\,(l_0 + f')} \implies \Delta p = \frac{(1.5\ \text{cm})^2 \cdot (2\ \text{cm})^2}{(15\ \text{cm})^2 \cdot (25\ \text{cm} + 2\ \text{cm})} = 0.0015\ \text{cm} = 15\ \mu\text{m}$$

Prima abbiamo visto che:

$$G_{\text{oculare}} = \frac{D}{f} \implies f = \frac{D}{G_{\text{oculare}}} = \frac{15\ \text{cm}}{10} = 1.5\ \text{cm}$$

$$I = \frac{D}{f} \cdot \frac{25\ \text{cm}}{f'} \implies f' = \frac{D}{f} \cdot \frac{25\ \text{cm}}{I} = \frac{15\ \text{cm} \cdot 25\ \text{cm}}{1.5\ \text{cm} \cdot 125} = 2\ \text{cm}$$

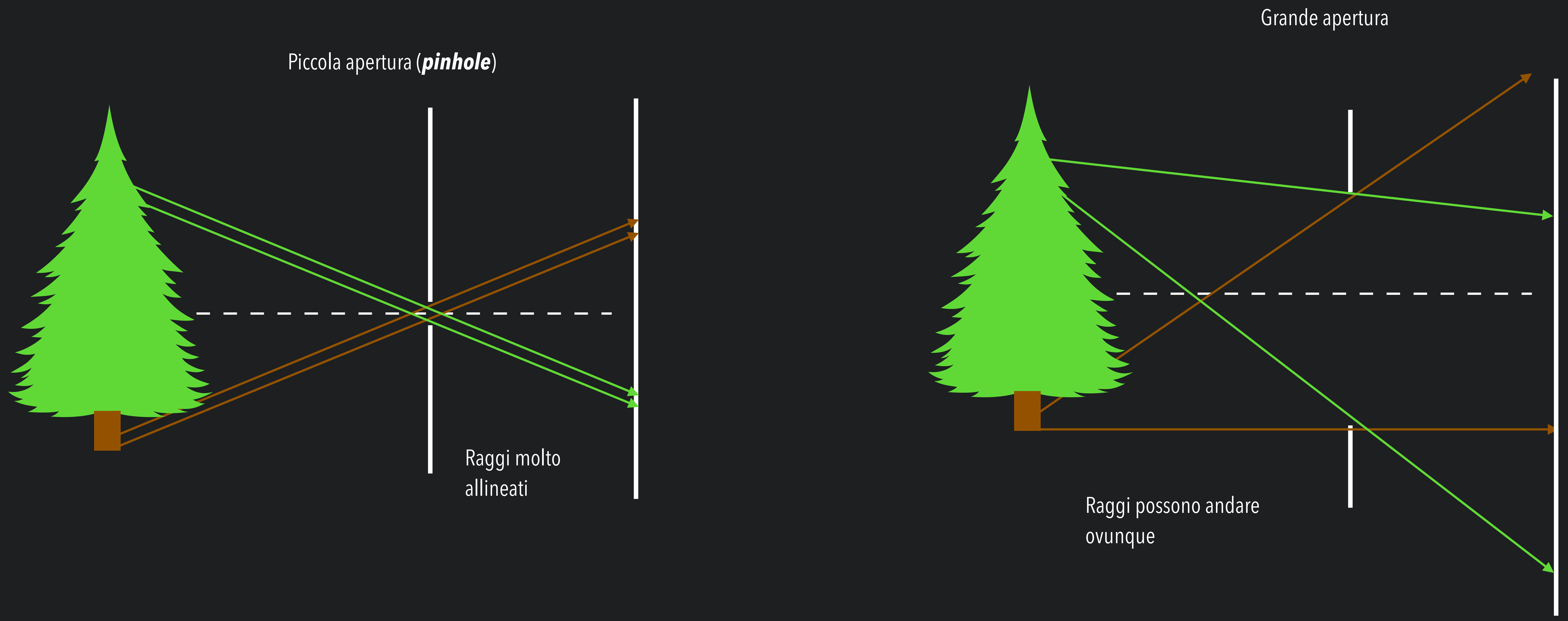
Profondità di campo è inversamente proporzionale all'apertura ("grandezza") dell'apparato ottico:



# Es. 7: Microscopio

Un microscopio di lunghezza ottica pari a $15\ \mathrm{cm}$ monta un oculare di ingrandimento angolare $G_{\mathrm{oc}} = 10$, e riesce a distinguere due oggetti distanti $d_{\mathrm{min}} = 0.5\ \mu\mathrm{m}$. L'ingrandimento del microscopio è $I = 125$, è sufficiente per sfruttare il potere risolutivo? Qual è la profondità di campo?

**Pinhole camera**

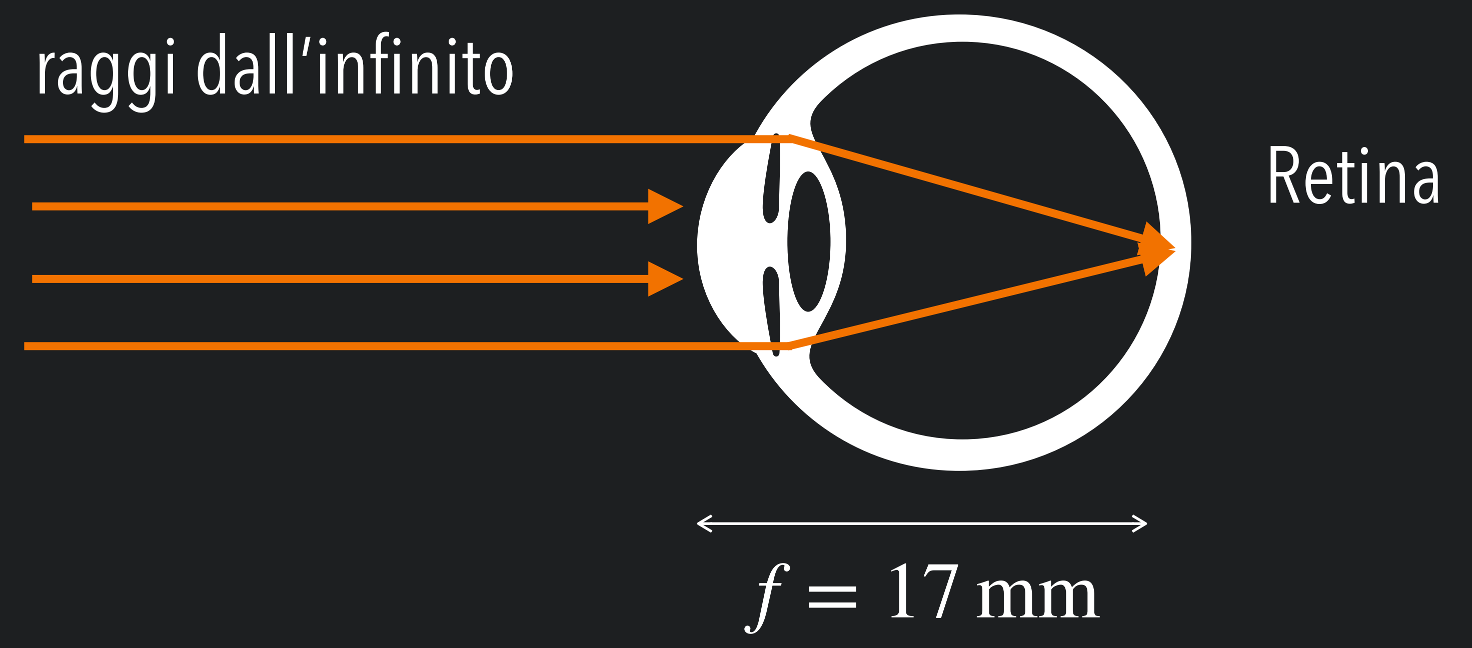



[Video interessante a riguardo: How to see without glasses, di *minutephysics*]

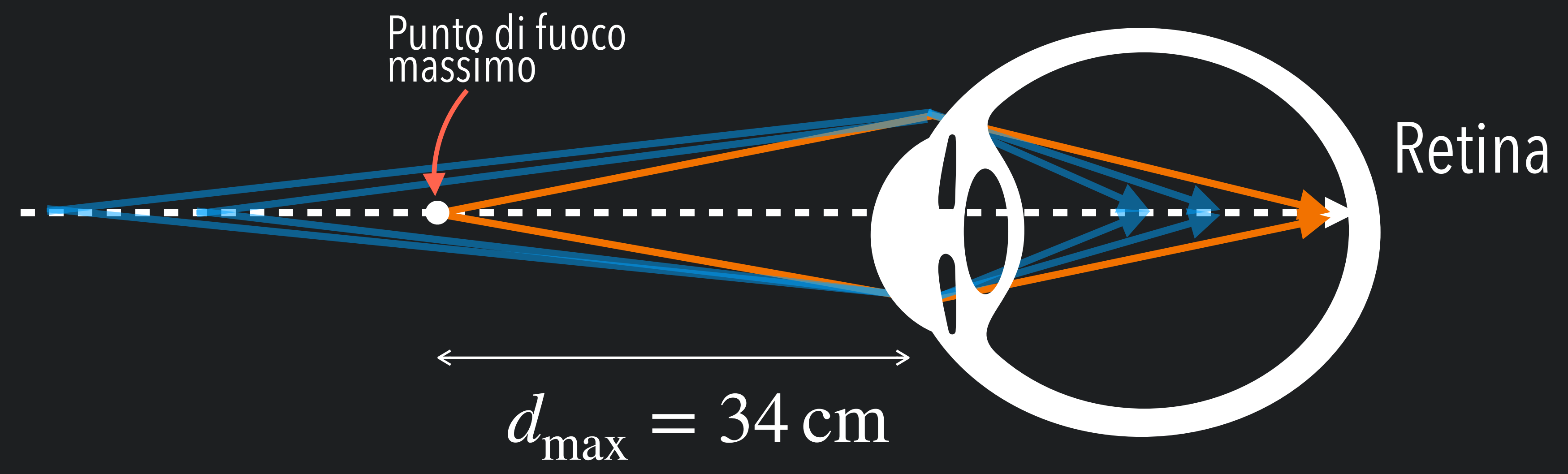
# Es. 8: Miopia

Nell'occhio umano, la distanza focale della lente costituita dal cristallino è circa $f = 17\,\mathrm{mm}$. Per un occhio che in grado di mettere a fuoco oggetti fino a $34\,\mathrm{cm}$, si calcoli il grado di miopia in diottrie e la distanza cristallino–retina. Usando degli occhiali è possibile correggere questo difetto della vista: di quante diottrie devono essere le lenti?

Occhio a riposo




Occhio a riposo **miope**




La diottria di una lente è definita come:

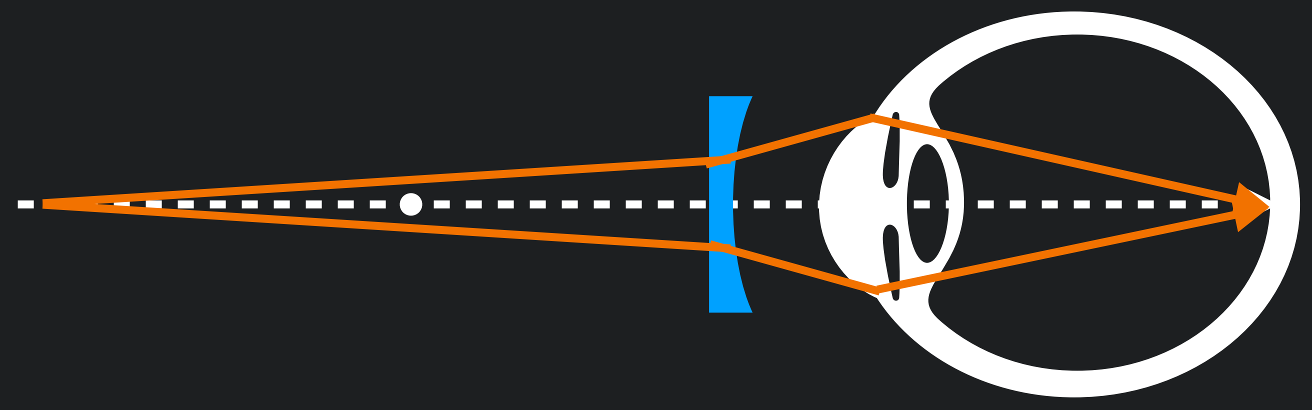
$$D := \frac{1}{f}$$

Il grado di miopia in diottrie è definito

$$D := \frac{1}{d_{\mathrm{max}}} = \frac{1}{0.34\,\mathrm{m}} = 2.9\,\mathrm{m}^{-1}$$

La distanza cristallino-retina si ottiene dall'eq. dei punti coniugati: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \implies q = \frac{fq}{q-f} \quad \frac{1.7\,\mathrm{cm}\;34\,\mathrm{cm}}{34\,\mathrm{cm} - 1.7\,\mathrm{cm}} = 17.9\,\mathrm{cm}$

Per risolvere il problema, si possono usare degli occhiali con lenti divergenti!



Lunghezza focale equivalente:

$$\frac{1}{F_{tot}} \approx \frac{1}{f_{\mathrm{lente}}} + \frac{1}{f_{\mathrm{cristallino}}}$$

Vogliamo che raggi da infinito ($p = \infty$) arrivino sulla retina:

$$0 + \frac{1}{q_{\mathrm{retina}}} = \frac{1}{F} \implies \frac{1}{17.8\,\mathrm{mm}} = \frac{1}{f_{\mathrm{lente}}} + \frac{1}{17\,\mathrm{mm}}$$

$$\implies D_{\mathrm{lente}} = \frac{1}{0.0178\,\mathrm{m}} - \frac{1}{0.017\,\mathrm{m}} = -0.26\,\mathrm{m}^{-1}$$