**遥操作双向同步控制（无力反馈）**

**控制对象：**

**非线性遥操作系统关节空间动力学模型**：





其中：，为扰动和建模误差。，分别为操作者作用在主机械臂上的力和从机械臂与环境交互的力。为简化描述，下标分别代表主从机械臂。

**性质1：**惯性矩阵是对称且正定的，存在上下界，其中，为正常数。

**性质 2：**对于任意的，存在正常数使得，其中****表示欧几里得范数。

**性质3：**科氏力和离心力矩阵满足是反对称矩阵。即：

**非线性遥操作系统运动学模型：**



其中表示机械臂末端位置在任务空间与关节空间的关系，一般为非线性函数。而任务空间的末端位置速度与关节空间的速度关系如下：



对式（4）求导有：





**任务空间下的操作者和环境动力学模型：**





其中，分别表示人类操作者和环境施加的力。

将（3）-（6）式代入（7）、（8）得到关节空间下的操作者和环境动力学模型：





用和分别左乘（9），（10）式，然后带入（1）、（2）式得到非线性遥操作系统的另一种形式动力学模型：





其中：

**,**



**,**

**,**



****

****

**性质 4：**对于，有：

，



本文考虑遥操作系统的存在非对称时延问题。

定义误差变量：





其中和表示主机器人和从机器人之间传输的信号的非对称时延。

注：上标表示带有时延

**控制目标：**

针对具有非对称时间并带有不确定性动力学的遥操作系统，保证系统的稳定性和跟踪性能，使得 。

引入虚拟误差：



其中:



其中为正的对称矩阵，则有：





将（17）、（18）式分别带入（11）、（12）式，得：





其中：





通常是未知的，利用RBF神经网络的逼近特性有：



其中,为最佳逼近误差，可以通过增加神经节点的数量将其减小到任意微小值。，是很小的未知正常数。

**控制器设计：**

下面针对两种情况下分别设计

1. **定常时延**

对于主从机械臂的**控制输入**给出如下：



其中,为正的对角矩阵，为鲁棒项，是建模误差和扰动的估计。将式（22）带入式（19）、（20）得到：





其中表示未知动力学的神经网络权值估计误差，表示对鲁棒项的估计误差。和的自适应更新率如下：





其中和为正的对角矩阵。

**定理 1：**考虑**定常时延**下的非线性闭环遥操作系统（23）、（24）以及对未知动力学和鲁棒项的更新率（25）、（26）。位置跟踪误差 () 和速度跟踪误差 (̇ ) 将渐进趋近于原点使得随着，其中。此外，还有,随着。

**稳定性证明：**

考虑如下李雅普诺夫函数：









沿着遥操作操作系统（23）、（24）的轨迹，对关于时间导数进行求导，分别有：



利用**性质4**并将自适应更新率律（25）、（26）带入得：



将式(14）带入有：



此外有：





于是对于式（27）的导数有：



对上式进行化简得到：



最终有：



因为正定并且半负定，于是 并且。从控制输入（22），可以知道，因此根据**性质1**和**性质2**从闭环系统（23）、（24）可以知道。那么因为，并且，根据Barbalat定理可以知道。因为，存在且有界，那么，因此有，**定理 2**得证。

1. **时变时延**

现有的研究通常假设时延是恒定的，这种定常时延模型在理论上简化了问题，但它未能充分捕捉到实际通信网络中时延的动态特性。在实际应用中中，网络拥塞、数据包丢失、信号衰减以及路由变化等因素都可能导致时延发生变化，即时变时延。这种时延的变化给遥操作控制系统带来了额外的不确定性和复杂性，增加了系统设计的难度。因此研究时变时延下的机械臂遥操作具有重要的理论和实际意义。

**假设 1：**存在正常数，使得





定义：





对于主从机械臂的**控制输入**给出如下：



将上式带入（19）、（20）式有：





选择式（25）、（26）的更新率。

**定理 2：**考虑**时变时延**下的非线性闭环遥操作系统（44）、（45）以及对未知动力学和鲁棒项的更新率（25）、（26），并在时延满足**假设 1**的情况下。如果线性矩阵不等式LMI满足条件（46）,位置跟踪误差 () 和速度跟踪误差 (̇) 将渐进趋近于原点使得随着。此外，还有,随着。



其中：





和分别为正的对称矩阵，可以通过求解LMI（46）获得。

**稳定性证明：**

考虑如下李雅普诺夫函数：











其中为正的对称矩阵。沿着遥操作操作系统（44）、（45）的轨迹，对关于时间导数进行求导，分别有：



同样利用**性质4**并将自适应更新率律（25）、（26）带入得：



对上式重写有：



且有：





此外有：





对交换积分次序，有：



因此，对进行关于时间进行求导并利用**Jensen**不等式有：



于是对于式（46）的导数有：



对（60）式重写成如下形式：



其中。

在式（46）下，可以得到。

因为正定并且半负定，于是 并且。从控制输入（22），可以知道，因此根据**性质1**和**性质2**从闭环系统（23）、（24）可以知道。那么因为，并且，根据Barbalat定理可以知道。又因为存在且有界，那么，因此有，因此，那么有,以及随着，**定理 2**得证。

**仿真实验：**

对于主从二关节机械臂，从关节空间映射到笛卡尔空间的正运动学和雅可比矩阵分别有：



****

对于操作者和环境的模型选择如下，参数选取见表1：

****

其中为单位矩阵。

表 1

|  |  |
| --- | --- |
| **操作者和环境参数** | **值** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |