KANDIDAT

10058

PRØVE

ISTT1003 1 Statistikk

Emnekode	ISTT1003
Vurderingsform	Hjemmeeksamen
Starttid	16.12.2020 08:00
Sluttid	16.12.2020 11:00
Sensurfrist	16.01.2021 22:59
PDF opprettet	14.01.2021 10:20

Forside

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
i	Forside	Dokument

Seksjon 1

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
1	Oppgave1 v1.3	Filopplasting

Seksjon 2 - a

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
2	Oppgave 2a v2	Fyll inn tall

Seksjon 2 - b

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
3	Oppgave 2b v6	Fyll inn tall

Seksjon 2 - c

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
4	Oppgave 2c v5	Flervalg

Seksjon 3

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
5	Oppgave 3 v1.1	Filopplasting

Seksjon 4

Oppgave	Tittel	Oppgavetype
6	Oppgave 4 v1	Flervalg

1 Oppgave1 v1.3

Oppgave 1 [25%]

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp skann (PDF) av svarene dine.

Ekteparet Pål og Pia jobber med kundeservice i hver sin bedrift. Dersom begge tilfeldigvis får flere enn 50 kundehenvendelser i løpet av en arbeidsdag, går de på restaurant etter jobb.

La A være hendelsen at Pål får flere enn 50 henvendelser i løpet av arbeidsdagen, og la B være hendelsen at Pia får flere enn 50 henvendelser i løpet av arbeidsdagen. La C være hendelsen at de spiser på restaurant. Vi vet at $P(A) = 0.80$, $P(B) = 0.45$ og $P(A \cup B) = 0.89$.

a) i. Regn ut sannsynligheten for at Pål og Pia spiser på restaurant, $P(C)$.
ii. Er A og B disjunkte? Er A og B uavhengige? Forklar.

b) Hva er sannsynligheten for at de ikke går på restaurant selv om Pål har fått flere enn 50 henvendelser?

c) Arbeidsdagen starter klokka 08:00. Tiden det tar frem til Pål får sin første henvendelse, X, er eksponentialfordelt med forventningsverdi $E(X) = 8$ minutter, og tiden det tar frem til Pia får sin første henvendelse, Y, er eksponentialfordelt med forventningsverdi $E(Y) = 9$ minutter. Anta at X og Y er uavhengige stokastiske variabler.
i. Hva er sannsynligheten for at Pål har fått minst én kundehenvendelse innen det har gått 15 minutter?
ii. Hva er sannsynligheten for at *både* Pål og Pia har fått minst én kundehenvendelse hver innen det har gått 15 minutter?

Din fil ble lastet opp og lagret i besvarelsen din.

Last ned Fjern Erstatt

Filnavn:	10058oppgave1.pdf
Filtype:	application/pdf
Filstørrelse:	1.13 MB
Opplastingstidspunkt:	16.12.2020 10:31
Status:	**Lagret**

2

Oppgave 2a v2

Oppgave 2 [30%]
Instruksjoner: Oppgave 2 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspera.

a) La X være en diskret stokastisk variabel som kan ta verdiene 0, 1, 2 og 3 med punktsannsynligheter $P(X = x)$ gitt i tabellen:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	k	0.3	0.1	0.2

i. Hva må k være lik? Skriv tallsvaret med én desimal.

k = 0.4

ii. Hva er forventningsverdien til X? Skriv tallsvaret med én desimal.

$E(X)$ = 1.1

3

Oppgave 2b v6

Oppgave 2 [30%]
Instruksjoner: Oppgave 2 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspera.

b) La X og Y være to uavhengige stokastiske variabler med $E(X) = 2.3$, $E(Y) = 1.6$, $\mathrm{Var}(X) = 0.8$ og $\mathrm{Var}(Y) = 1.4$. Vi skal se på summen av de to stokastiske variablene, $X + Y$.

i. Hva er forventningsverdien til $X + Y$? Skriv tallsvaret med én desimal.

$E(X + Y)$ = 3.9

ii. Hva er variansen til $X + Y$? Skriv tallsvaret med én desimal.

$\mathrm{Var}(X + Y)$ = 2.2

4

Oppgave 2c v5

Oppgave 2 [30%]

Instruksjoner: Oppgave 2 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspera.

c) i. La X være en normalfordelt stokastisk variabel med forventningsverdi 8 og standardavvik 5, altså $X \sim N(8, 5)$. Hva er $P(X \leq 4)$?

Velg ett alternativ:

- 0.401
- 0.309
- 0.227
- 0.252
- 0.421
- 0.212
- 0.369
- 0.345

ii. La $\bar{X}$ være gjennomsnittet av ni uavhengige stokastiske variabler $X_1, X_2, \ldots, X_9$, der $X_i \sim N(8, 5)$ for $i = 1, \ldots, 9$. Hva er $P(\bar{X} \leq 4)$?

Velg ett alternativ

- 0.067
- 0.274
- 0.115
- 0.227
- 0.023
- 0.012
- 0.008
- 0.159

5

Oppgave 3 v1.1

Oppgave 3 [30%]

Instruksjoner: løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp scan (PDF) av svarene dine.

Mons har programmert et spill med to mulige utfall, *vinn* eller *tap*. Sannsynligheten for å vinne spillet, p, blir tilpasset hver enkelt spiller. Hvis spillet spilles flere ganger, er utfallene uavhengige av hverandre.

Spillet fungerer slik: En student skriver inn de to siste sifrene i *kandidatnummeret* sitt på eksamen, a og b, og sannsynligheten for å vinne blir satt til $p = 1/(a + b + 2)$.

(For eksempel er $p = 1/(0 + 7 + 2) = 1/9$ dersom kandidatnummeret er 10307.)

a) i. Hva er sannsynligheten for at *du* vinner dette spillet dersom du spiller én gang?
ii. Hva er sannsynligheten for at du vinner akkurat 2 ganger dersom du spiller 5 ganger?

Petter vil prøve spillet til Mons. Petter har kandidatnummer 10124, og ifølge Mons skal Petter med sannsynlighet $p = 1/8 = 0.125$ vinne spillet hvis han spiller én gang. Petter mistenker at det er en programmeringsfeil i koden til Mons, slik at han i praksis har *bedre* sjanse for å vinne spillet. Han vil derfor spille spillet 50 ganger, og teste sin mistanke ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

b) i. Sett opp nullhypotese og alternativ hypotese for Petters hypotesetest.
ii. Skriv ned en testobservator som er egnet hvis man vil bruke normaltilnærming til binomisk fordeling. Hvilken fordeling kan du anta at testobservatoren har når nullhypotesen er sann?
iii. Skriv ned forkastningsområdet for testen ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

c) Etter å ha spilt spillet 50 ganger har Petter vunnet 9 ganger. Hva blir utfallet av hypotesetesten? Begrunn svaret ved hjelp av foregående punkter.

Din fil ble lastet opp og lagret i besvarelsen din.

Last ned | Fjern | Erstatt

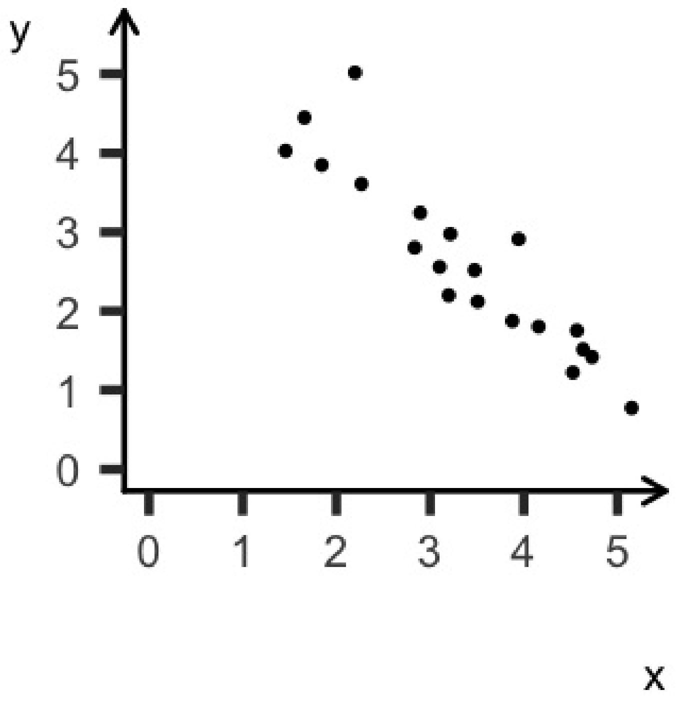
Filnavn:	10058oppgave3.pdf
Filtype:	application/pdf
Filstørrelse:	857.46 KB
Opplastingstidspunkt:	16.12.2020 10:59
Status:	**Lagret**

6

Oppgave 4 v1

Oppgave 4 [15%]

Instruksjoner: Oppgave 4 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspera.



Figuren viser n = 20 uavhengige parvise observasjoner $(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)$ av to stokastiske variabler X og Y.

For disse observasjonene er

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 67.24,$$
$$\sum_{i=1}^{n} y_i = 52.65,$$
$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = 22.73,$$
$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = 24.61 \text{ og}$$
$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \text{-}21.83$$

a) Regn ut den empiriske korrelasjonen, r, mellom de to variablene.

Velg ett alternativ:

- –0.489
- –0.710
- –0.923
- –0.541
- –0.667
- –0.841

b) Hva blir estimert regresjonslinje i en enkel lineær regresjonsmodell der Y er responsvariabel og X er forklaringsvariabel?

Velg ett alternativ

- $\hat{y} = 4.92 – 1.15\ x$
- $\hat{y} = 5.86 – 0.96\ x$
- $\hat{y} = 5.62 – 0.75\ x$
- $\hat{y} = 4.36 – 0.49\ x$
- $\hat{y} = 6.93 – 1.14\ x$
- $\hat{y} = 6.28 – 0.83\ x$

c) Regn ut et 90 %-konfidensintervall for stigningstallet i en enkel lineær regresjonsmodell der Y er responsvariabel og X er forklaringsvariabel.
Vink: Du kan finne et estimat av et standardavvik du trenger ved hjelp av formler for R^2, SS_E og SS_T.

Velg ett alternativ

- [–0.69, –0.30]
- [–1.12, –0.80]
- [–0.84, –0.14]
- [–1.32, –0.18]
- [–1.41, –0.51]
- [–1.20, –0.31]

10058

Oppg 1)

$P(A)$ Pål flere enn 50 henvendelser
$P(B)$ Ria flere enn 50 henvendelser
$P(A \cup B)$
$P(C)$ Spiser på restaurant
$P(C) = P(A \cap B)$

$P(A) = 0,80$ $P(B) = 0,45$ $P(A \cup B) = 0,89$

a) i) Addisjonsregelen $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow$ $P(A \cap B) = -P(A \cup B) + P(A) + P(B)$
$P(A \cap B) = -0,89 + 0,80 + 0,45$
$\underline{P(A \cap B) = P(C) = 0,36}$

ii) $P(A) + P(B) = 1,25 \neq P(A \cup B) = 0,89$
$\Rightarrow$ Ikke disjunkte

$P(A) \cdot P(B) = 0.36 = P(A \cap B) = 0,36$
$\Rightarrow$ hendelsene e uavhengig

10058

b) Vi bruker Bayes $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$

I vårt tilfelle

$P(\bar{C}|A) = 1 - P(C|A)$

$P(C|A) = \frac{P(A|C)P(C)}{P(A)}$

$P(A|C)$ må nødvendigvis være 1, fordi $P(C) = P(A \cap B)$

Dette gir oss

$P(C|A) = \frac{1 \cdot 0{,}36}{0{,}80} = 0.45$

$1 - P(C|A) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$

$\underline{\underline{P(\bar{C}|A) = 0{,}55}}$ altså sans for å ikke dra ut å spise selvom Påd for > 50 henvendelse

KOMMENTAR:

I oppgave a) ii) svarte jeg at A og B er uavhengige, dette gjør problemet mye enklere, og Bayes er strengt tatt ikke nødvendig.

$P(C|A)$ må nødvendigvis være 0,45, fordi

$P(B) = 0{,}45$ og $P(C) = P(A \cap B)$

$P(\bar{C}|A) = 1 - P(B) = 0{,}55$

10058

c) i) $\lambda = \frac{1}{8}$ per min $t = 15$ min

$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$

$1 - e^{-\frac{1}{8} \cdot 15} = 0,8466$

$P(T \leq 15) = 0,8466$

ii) $P(T \leq 15)$ $\lambda = \frac{1}{9}$ per min $t = 15$

$1 - e^{-\frac{1}{9} \cdot 15} = \underline{0,8111}$

$P(A \cap B) = 0,8466 \cdot 0,8111 \approx \underline{0,6867}$

Oppg 3) Mitt kandidatnr 10058

Derfor: $a = 5$

$b = 8$

$P = 1/(5+8+2) = \frac{1}{15} = 0{,}0667$

a) i: Vinner dersom man spiller 1 gang $= P = \frac{1}{15}$

(ii) Dette er en binomisk fordeling fordi:

Vi har to mulige utfall, SEIER / TAP

Formelen blir som følgende:

$X \sim \text{Binom}(5, \frac{1}{15})$

finner punktsans fordi vi skal finne når X er akkurat 2

$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

$P(X = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{15}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{15}\right)^{5-2}$

$P(x=2) = \frac{5!}{2!(3!)} \cdot \frac{1}{15^2} \cdot \left(\frac{14}{15}\right)^3 = \cancel{0{,}08226}\ \underline{\underline{0{,}0361}}$

$\underline{\underline{P(X=2) = \cancel{0{,}0823}\ 0{,}0361}}$

10058

b) $P = \frac{1}{8} = 0,125$

i) Siden forsøkene er uavhengige i den binomiska fordelingen

$H_0 : P = 0,125 \quad H_1 : P > 0,125$

ii) Testobservator for H_0 $P = P_0$ (z-test):

$$Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \overset{H_0}{\approx} N(0,1)$$

Denne testobservatoren gir oss en tilnærmet normalfordeling her er $E(x) = 0$ og $SD(x) = 1$

iii) $Z_{\alpha/2} = Z_{0,025} = 1.960$

$\cancel{\hat{P} \quad 6.2}$ $\frac{\hat{P} - 0,125}{\sqrt{\frac{0,125(1-0,125)}{50}}} = \frac{\hat{P} - 0,125}{0,04677}$

$1.960 \cdot 0,04677 + 0,125 < \hat{P}$ $\quad \cancel{1.960 \cdot 0,0477 > \hat{P}}$

$0,09167 + 0,125 < \hat{P}$

$0,21667 < \hat{P}$

Vi forkaster H_0 dersom $\hat{P} > 0,21667$. (Vi tester bare om vi har større enn forventet verdi)

c) $\frac{9}{50} = 0,18$ $\quad 0.21667 > 0,18$, vi har dermed ikke grunnlag til å forkaste H_0