Współczynnik Fishera

Współczynnik Fishera

- Do obliczenia współczynnika fishera potrzebujemy:
- Średnie wartości cech dla obu klas
- Odchylenie standardowe (jedna cecha / wymiar)
- Macierz kowariancji (więcej niż jedna cecha / wymiar)

Współczynnik Fishera – wzory

- $F^{1D} = \frac{|u_a - u_b|}{\sigma_a + \sigma_b}$ -> dla jednej cechy
- $F^{nD} = \frac{||u_a - u_b||}{\det(S_a) + \det(S_b)}$ -> dla wielu cech
- Gdzie:
- u – średnia wartość cechy dla danej klasy (1D) / wektor średnich wartości cech dla danej klasy (nD)
- σ – odchylenie standardowe wartości cechy dla danej klasy (1D)
- S – macierz kowariancji dla danej klasy (nD)

Współczynnik Fishera – przykład dla dwóch cech

- Wzór: $F = \frac{||u_a - u_b||}{\det(S_a)+\det(S_b)}$
- Dane:

Klasa A	Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Punkt 4
Cecha 1	1	1	2	1
Cecha 2	-1	0	-1	-1

Klasa B	Punkt 1	Punkt 2	Punkt 3	Punkt 4
Cecha 1	1	1	2	2
Cecha 2	1	1	2	1

Współczynnik Fishera – przykład dla dwóch cech cd.

- Obliczamy średnie oraz macierze kowariancji dla każdej z klas

Obliczamy macierz kowariancji dla klasy A

- Krok 1 – Oblicz wektor składający się ze średnich wartości każdej cechy
- $u = \frac{\sum_{i=0}^{n} u[i]}{n}$
- $u_{a1} = \frac{1+1+2+1}{4} = \frac{5}{4}$
- $u_{a2} = \frac{-1+0+(-1)+(-1)}{4} = -\frac{3}{4}$
- $u_a = [\frac{5}{4} \quad -\frac{3}{4}]$

Obliczamy macierz kowariancji dla klasy A

- Krok 2 – Oblicz macierz różnic wartości cechy i jej średniej
- $X_a - u_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & \frac{5}{4} & \frac{5}{4} & \frac{5}{4} \\ \frac{-3}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{-3}{4} & \frac{-3}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}$

Obliczamy macierz kowariancji dla klasy A

- Krok 3 – Oblicz macierz kowariancji
- $S_a = \frac{(X_a - u_a) * (X_a - u_a)^T}{n}$
- $S_a = \frac{1}{n} * \begin{bmatrix} \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{4} *$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} * \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) & \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) \\ \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) & \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} * \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} * \begin{bmatrix} \frac{1+1+9+1}{16} & \frac{1-3-3+1}{16} \\ \frac{1-3-3+1}{16} & \frac{1+9+1+1}{16} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} * \begin{bmatrix} \frac{12}{16} & \frac{-4}{16} \\ \frac{-4}{16} & \frac{12}{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{16} & \frac{-1}{16} \\ \frac{-1}{16} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$$

Obliczamy macierz kowariancji dla klasy B

- Krok 1 – Oblicz wektor składający się ze średnich wartości każdej cechy
- $u = \frac{\sum_{i=0}^{n} u[i]}{n}$
- $u_{b1} = \frac{1+1+2+2}{4} = \frac{6}{4}$
- $u_{b2} = \frac{1+1+2+1}{4} = \frac{5}{4}$
- $u_b = [\frac{6}{4} \quad \frac{5}{4}]$

Obliczamy macierz kowariancji dla klasy B

- Krok 2 – Oblicz macierz różnic wartości cechy i jej średniej

- $X_b - u_b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{6}{4} & \frac{6}{4} & \frac{6}{4} & \frac{6}{4} \\ \frac{5}{4} & \frac{5}{4} & \frac{5}{4} & \frac{5}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-2}{4} & \frac{-2}{4} & \frac{2}{4} & \frac{2}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}$

Obliczamy macierz kowariancji dla klasy B

- Krok 3 – Oblicz macierz kowariancji
- $S_b = \frac{(X_b - u_b) * (X_b - u_b)^T}{n}$
- $S_b = \frac{1}{n} * \begin{bmatrix} \frac{-2}{4} & \frac{-2}{4} & \frac{2}{4} & \frac{2}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{-2}{4} & \frac{-2}{4} & \frac{2}{4} & \frac{2}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}^T = \frac{1}{4} *$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{-2}{4} * \frac{-2}{4}\right) + \left(\frac{-2}{4} * \frac{-2}{4}\right) + \left(\frac{2}{4} * \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{2}{4} * \frac{2}{4}\right) & \left(\frac{-2}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-2}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{2}{4} * \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{2}{4} * \frac{-1}{4}\right) \\ \left(\frac{-1}{4} * \frac{-2}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-2}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} * \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{2}{4}\right) & \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} * \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{-1}{4} * \frac{-1}{4}\right) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} * \begin{bmatrix} \frac{4+4+4+4}{16} & \frac{2+2+6-2}{16} \\ \frac{2+2+6-2}{16} & \frac{1+1+9+1}{16} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} * \begin{bmatrix} \frac{16}{16} & \frac{8}{16} \\ \frac{8}{16} & \frac{12}{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{16} & \frac{2}{16} \\ \frac{2}{16} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$$

Współczynnik Fishera – przykład dla dwóch cech cd.

- Oblicz współczynnik Fishera ze wzoru: $F = \frac{||u_a - u_b||}{\det(S_a)+\det(S_b)}$
- $\det(S_a) = \left(\frac{3}{16} * \frac{3}{16}\right) - \left(\frac{-1}{16} * \frac{-1}{16}\right) = \frac{9}{256} - \frac{1}{256} = \frac{8}{256} = \frac{1}{32}$
- $\det(S_b) = \left(\frac{4}{16} * \frac{3}{16}\right) - \left(\frac{2}{16} * \frac{2}{16}\right) = \frac{12}{256} - \frac{4}{256} = \frac{8}{256} = \frac{1}{32}$
- $||u_a - u_b|| = \left|\left|\begin{bmatrix} 1{,}25 - 1{,}5 \\ -0{,}75 - 1{,}25 \end{bmatrix}\right|\right| = \left|\left|\begin{bmatrix} -0{,}25 \\ -2 \end{bmatrix}\right|\right| =$
  $\sqrt{(-0{,}25)^2 + (-2)^2} = \sqrt{\frac{65}{16}} = 2{,}016$

Współczynnik Fishera – przykład dla jednej cechy

- Wzór: $F = \frac{|u_a - u_b|}{\sigma_a + \sigma_b}$
- Dane z poprzedniego przykładu, policzymy dla każdej z cech osobno
- $u_{a1} = \frac{5}{4}$
- $u_{b1} = \frac{6}{4}$
- $u_{a2} = -\frac{3}{4}$
- $u_{b2} = \frac{5}{4}$

Współczynnik Fishera – przykład dla jednej cechy cd.

- Potrzebujemy jeszcze odchylenie standardowe, które można otrzymać na dwa sposoby.
- 1.) Obliczyć ręcznie wariancję i pierwiastek z niej
- 2.) Skorzystać z macierzy kowariancji

Odchylenie standardowe - obliczanie

- Wzór: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n}}$
- $\sigma_{a1} = \sqrt{\frac{(-0,25)^2+(-0,25)^2+(0,75)^2+(-0,25)^2}{4}} = \sqrt{\frac{0,75}{4}} = \sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1,73}{4}$
- $\sigma_{a2} = \sqrt{\frac{(-0,25)^2+(0,75)^2+(-0,25)^2+(-0,25)^2}{4}} = \sqrt{\frac{0,75}{4}} = \sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1,73}{4}$

Odchylenie standardowe – odczyt z macierzy kowariancji

- $S_b = \begin{bmatrix} \frac{4}{16} & \frac{2}{16} \\ \frac{2}{16} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$
- Macierz kowariancji na głównej przekątnej posiada wartości wariancji dla każdej cechy, np. na pozycji (1,1) znajduje się wariancja dla pierwszej cechy, na pozycji (2,2) znajduje się wariancja dla drugiej cechy. Korzystając z tej informacji możemy obliczyć odchylenie standardowe, które jest pierwiastkiem z wariancji.
- $\sigma_{b1} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \frac{1}{2}$
- $\sigma_{b2} = \sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1{,}73}{4}$

Współczynnik Fishera – przykład dla jednej cechy cd.

- $F_1 = \frac{|\frac{5}{4} - \frac{6}{4}|}{\frac{1,73}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3,73}{4}} = \frac{1}{3,73} = 0,268$
- $F_2 = \frac{|\frac{-3}{4} - \frac{5}{4}|}{\frac{1,73}{4} + \frac{1,73}{4}} = \frac{2}{\frac{3,46}{4}} = \frac{8}{3,46} = 2,312$

Współczynnik Fishera – przykład dla jednej cechy

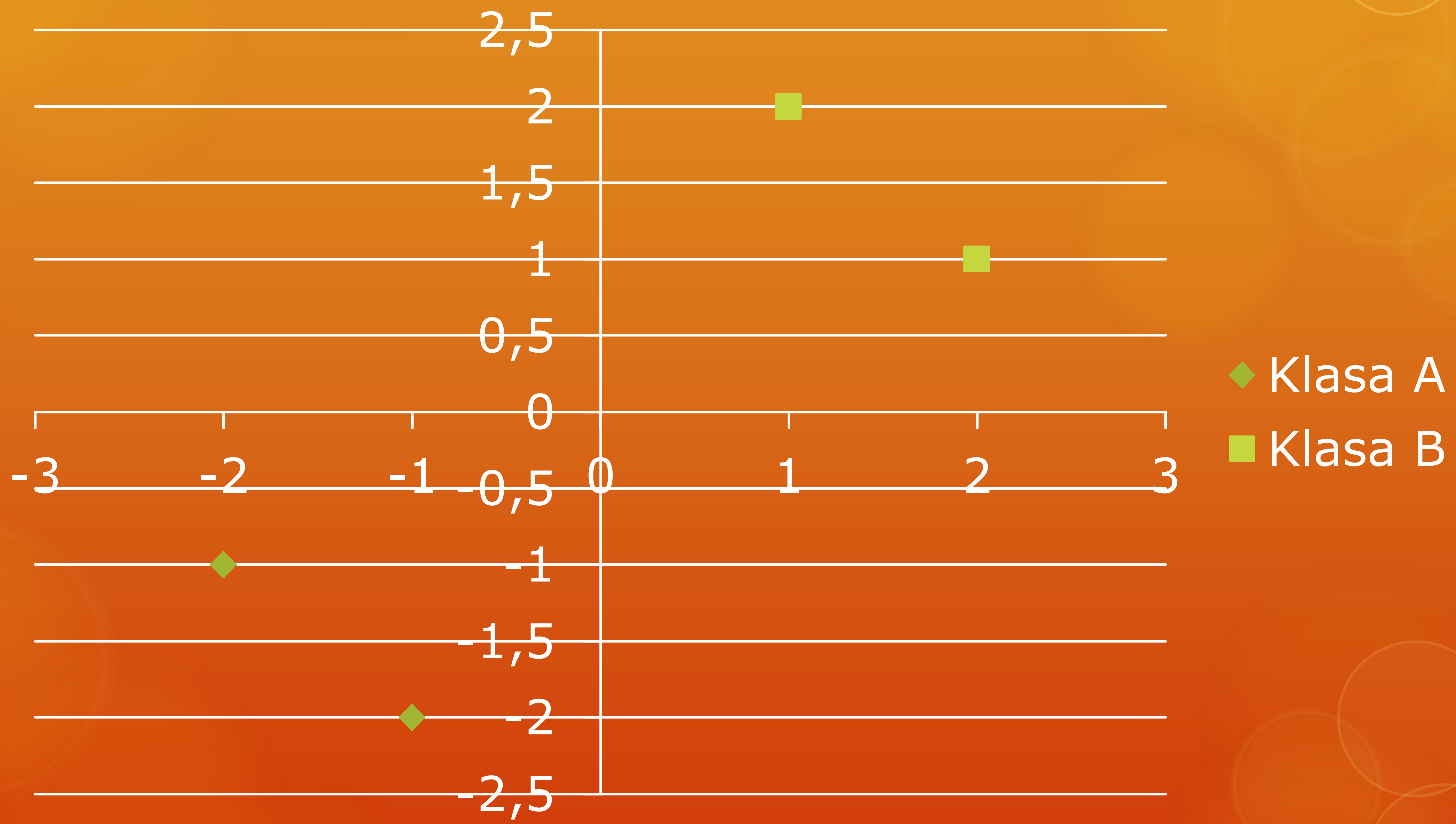
- Gdy musimy wybrać lepszą cechę z punktu widzenia klasyfikacji, to wybieramy cechę, dla której współczynnik Fishera jest większy, czyli w tym przypadku wybralibyśmy cechę 2

Tworzenie nowych cech

Tworzenie nowych cech

- Zarys teoretyczny: Chcemy zmniejszyć ilość cech, ale z zachowaniem własności wszystkich cech aby uprościć obliczenia i być może utworzyć cechy lepsze pod względem klasyfikacji. Można to zrobić poprzez utworzenie nowych cech w postaci funkcji: nowa cecha = funkcja (stare cechy 1-n)
- Przykład pokazany niżej pokazuje redukcję z dwóch cech do jednej, aby przy pomocy mniejszej ilości cech wciąż dobrze rozróżniać klasy

Tworzenie nowych cech



Tworzenie nowych cech

	Punkt 1 (A)	Punkt 2 (A)	Punkt 3 (B)	Punkt 4 (B)
Cecha 1	-2	-1	1	2
Cecha 2	-1	-2	2	1

Tworzenie nowych cech – Krok 1

- Przygotowujemy wszystkie potrzebne dane o punktach
- $\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ -> średnia
- $C = \begin{bmatrix} 2,5 & 2 \\ 2 & 2,5 \end{bmatrix}$ -> macierz kowariancji (wyliczona metodą pokazaną wcześniej)
- $w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$ -> wektor własny (służy do rzutowania do nowej cechy)
- λ -> wartość własna nowej przestrzeni, ponieważ jest to jedna liczba, to do obliczeń będzie używana macierz powstała z mnożenia każdego elementu macierzy jednostkowej przez tą wartość: $\Delta = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$
- $C * w = \lambda * w \Rightarrow C * w - \lambda * w = 0 \Rightarrow (C - \Delta) * w = 0$

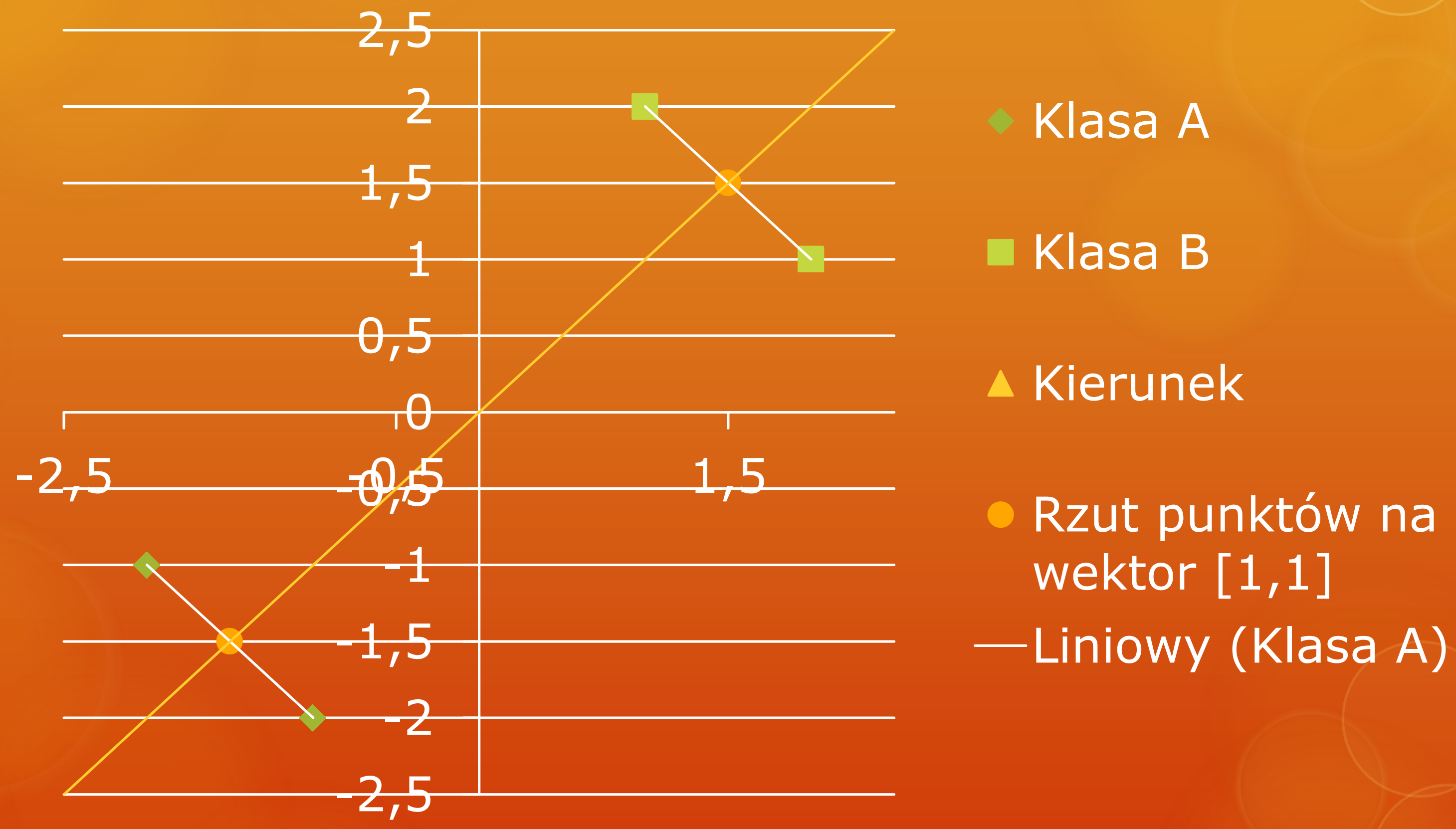
Tworzenie nowych cech – Krok 2

- $(C - \Delta) * w = 0$ => równanie jest prawdziwe, gdy $\det(C - \Delta) = 0$
- $\det\left(\begin{bmatrix} 2{,}5 - \lambda & 2 - 0 \\ 2 - 0 & 2{,}5 - \lambda \end{bmatrix}\right) = 0 \Rightarrow (2{,}5 - \lambda) * (2{,}5 - \lambda) - 2 * 2 = 0 \Rightarrow 6{,}25 - 5\lambda + \lambda^2 - 4 = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 5\lambda + 2{,}25 = 0$
- Rozwiązujemy równanie kwadratowe, czyli stara dobra delta ☺
- $d = (-5)^2 - 4 * 1 * 2{,}25 = 25 - 9 = 16$
- $\lambda_1 = \frac{-b-\sqrt{d}}{2a} = \frac{5-4}{2} = 0{,}5$
- $\lambda_2 = \frac{-b+\sqrt{d}}{2a} = \frac{5+4}{2} = 4{,}5$
- Do dalszych obliczeń wybieramy największą wartość λ, czyli w tym wypadku będzie to 4,5 – to nam zapewnia najlepsze dopasowanie (ciekawostka – najmniejsza wartość da najgorsze dopasowanie, jeśli będziemy tworzyć nową cechę z 3 starych, to będziemy mieli 3 wartości własne itd.)

Tworzenie nowych cech – Krok 3

- Teraz znając wartość własną, możemy obliczyć wektor własny odpowiadający tej wartości korzystając z równania: $C * w = \lambda * w$
- $\begin{bmatrix} 2{,}5 & 2 \\ 2 & 2{,}5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = 4{,}5 * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 2{,}5 * w_1 + 2 * w_2 \\ 2 * w_1 + 2{,}5 * w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}5 * w_1 \\ 4{,}5 * w_2 \end{bmatrix}$ -> aby wektory były równe, to składowe muszą się zgadzać, czyli:
- $2{,}5 * w_1 + 2 * w_2 = 4{,}5 * w_1 \Rightarrow 2 * w_2 = 2 * w_1$
- $2 * w_1 + 2{,}5 * w_2 = 4{,}5 * w_2 \Rightarrow 2 * w_1 = 2 * w_2$
- Czyli interesują nas wszystkie wektory, których $w_1 = w_2$, np. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}$
- Ze wszystkich opcji wybieramy dowolny, aczkolwiek warto wiedzieć, że a – nie utrudniajmy sobie specjalnie obliczeń, b – najbardziej poprawnym wektorem byłby wektor spełniający założenie ustalone przed przekształceniami -> $||w|| = 1$, na potrzeby przykładu wybrałem: $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Tworzenie nowych cech – wizualizacja rzutowania



Tworzenie nowych cech – Krok 4

- Teraz możemy zrzutować nasze punkty na wybrany wektor $\mathrm{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow y = w^T * x$
- $y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = -2 - 1 = -3$
- $y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = -1 - 2 = -3$
- $y_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 1 + 2 = 3$
- $y_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2 + 1 = 3$

	Punkt 1 (A)	**Punkt 2 (A)**	**Punkt 3 (B)**	**Punkt 4 (B)**
Nowa cecha	-3	-3	3	3

Tworzenie nowych cech – wizualizacja nowej cechy

Punkty się nakładają, dlatego widać 2 zamiast 4 ☺
Teraz zamiast dwóch cech (wymiarów) mamy jedną, dlatego zamiast układu współrzędnych jest tylko oś.
Widać, że pomimo zmniejszenia ilości cech wciąż jesteśmy w stanie rozróżnić obiekty danych klas między sobą, a im mniej cech, tym szybsze obliczenia (ad. Fisher z laborek ☺)

Tworzenie nowych cech

- Dla tych co dotarli aż tutaj – metoda nazywa się analizą PCA (analiza głównych składniowych)
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Analiza_g%C5%82%C3%B3wnych_sk%C5%82adowych

Tworzenie nowych cech – wybór jednej z 3 cech (i 4, 5, …, n)

- Przygotowujemy wszystkie potrzebne dane o punktach
- $\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ -> średnia
- $C = \begin{bmatrix} 2,5 & 2 & 1 \\ 2 & 2,5 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ -> macierz kowariancji
- $w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$ -> wektor własny
- λ -> wartość własna nowej przestrzeni, ponieważ jest to jedna liczba, to do obliczeń będzie używana macierz powstała z mnożenia każdego elementu macierzy jednostkowej przez tą wartość:
  $\Delta = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$
- Wyznacznik macierzy 3x3 będzie równy 3, przez co dostaniemy wielomian 3 stopnia i w konsekwencji 3 wartości i wektory własne

Tworzenie nowych cech – wybór 2 (i 3, 4, …, m) z n cech

- Tworząc np. 2 nowe cechy z 4 cech, wybieramy 2 największe wartości własne i dla nich obliczamy wektory składając je potem w macierz $w = \begin{bmatrix} w_{1_1} & w_{2_1} \\ w_{1_2} & w_{2_2} \end{bmatrix}$
- Wtedy przy mnożeniu $y = w^T * x$ w wyniku otrzymamy wektor dwuelementowy, czyli wartości danego punktu dla obu cech

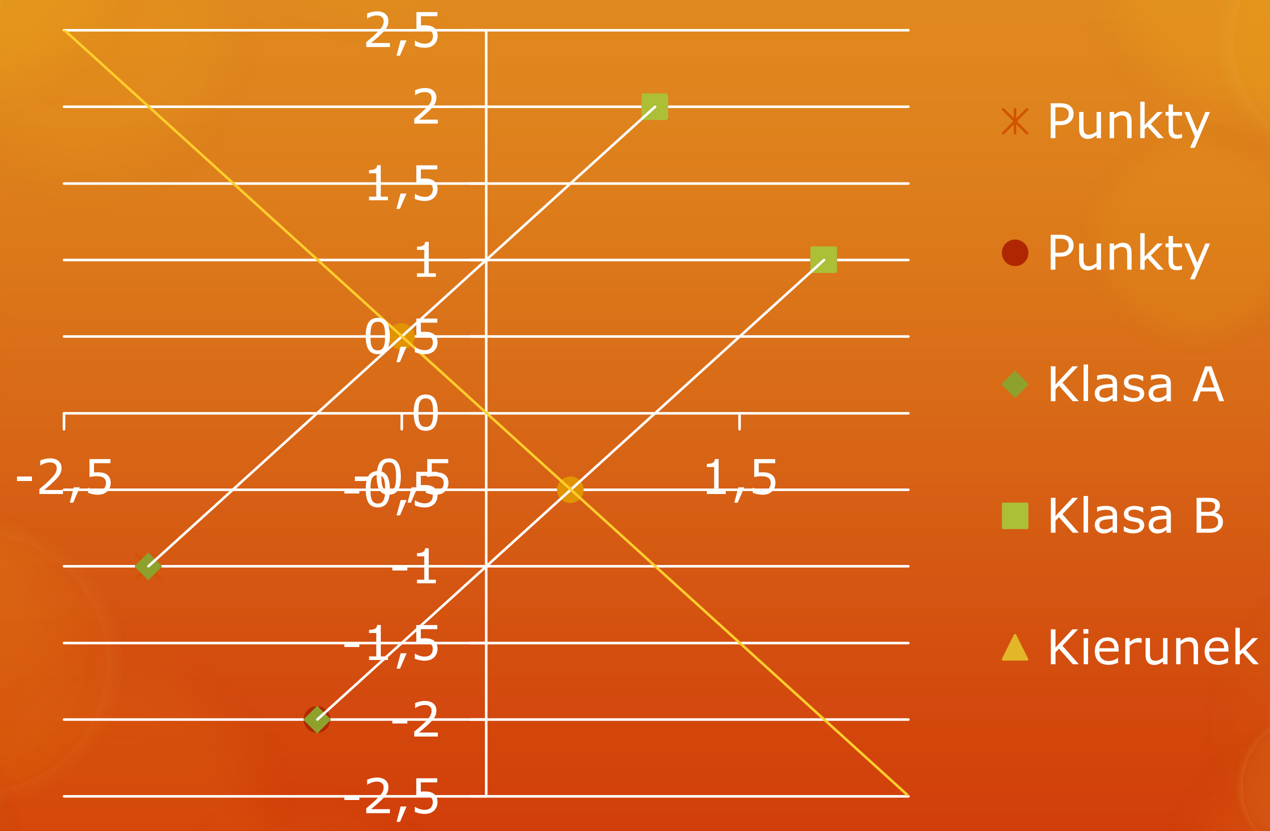
Tworzenie nowych cech – błędny wybór wartości własnej

- Dalej pokazany będzie przypadek, gdybyśmy wybrali tą drugą wartość własną, nie będzie to wymagane na kolokwium, dodaję w celach wizualizacyjnych ☺

Tworzenie nowych cech – Krok 3

- Teraz znając wartość własną, możemy obliczyć wektor własny odpowiadający tej wartości korzystając z równania: $C * w = \lambda * w$
- $\begin{bmatrix} 2{,}5 & 2 \\ 2 & 2{,}5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = 0{,}5 * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$
- $\begin{bmatrix} 2{,}5 * w_1 + 2 * w_2 \\ 2 * w_1 + 2{,}5 * w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 * w_1 \\ 0{,}5 * w_2 \end{bmatrix}$ -> aby wektory były równe, to składowe muszą się zgadzać, czyli:
- $2{,}5 * w_1 + 2 * w_2 = 0{,}5 * w_1 \Rightarrow 2 * w_2 = -2 * w_1$
- $2 * w_1 + 2{,}5 * w_2 = 0{,}5 * w_2 \Rightarrow 2 * w_1 = -2 * w_2$
- Czyli interesują nas wszystkie wektory, których $w_1 = -w_2$, np. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -5 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 100 \\ -100 \end{bmatrix}$
- Ze wszystkich opcji wybieramy dowolny, aczkolwiek warto wiedzieć, że a – nie utrudniajmy sobie specjalnie obliczeń, b – najbardziej poprawnym wektorem byłby wektor spełniający założenie ustalone przed przekształceniami -> $||w|| = 1$, na potrzeby przykładu wybrałem: $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Tworzenie nowych cech – wizualizacja rzutowania



Tworzenie nowych cech – Krok 4

- Teraz możemy zrzutować nasze punkty na wybrany wektor $\mathrm{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow y = w^T * x$
- $y_1 = [1 \quad -1] * \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = -2 + 1 = -1$
- $y_2 = [1 \quad -1] * \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = -1 + 2 = 1$
- $y_3 = [1 \quad -1] * \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 1 - 2 = -1$
- $y_4 = [1 \quad -1] * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 2 - 1 = 1$

	Punkt 1 (A)	Punkt 2 (A)	Punkt 3 (B)	Punkt 4 (B)
Nowa cecha	-1	1	-1	1

Tworzenie nowych cech – wizualizacja nowej cechy

Punkty się nakładają, dlatego widać 2 zamiast 4 ☺
Teraz zamiast dwóch cech (wymiarów) mamy jedną, dlatego zamiast układu współrzędnych jest tylko oś.
Widać, że zmniejszając ilość cech przy użyciu złego wektora nie jesteśmy już w stanie rozróżnić obiektów danych klas między sobą