

Математическое моделирование

Лабораторная работа №2

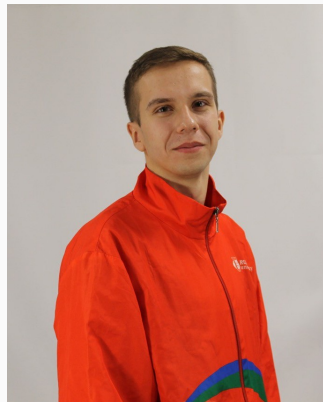
Матюшкин Д. В.

17 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Матюшкин Денис Владимирович
- студент 3-го курса
- группа НПИбд-02-21
- Российский университет дружбы народов
- 1032212279@pfur.ru
- <https://stifell.github.io/ru/>



Цель работы

- Построение математической модели для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

Выполнение лабораторной работы

1. Математическая модель

1. Принимает за $t_0 = 0$, $x = 0$ место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения и $x = 16,9$.
2. Введем полярные координаты: $x = \theta = 0$, r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
3. Для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x , необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $16,9 - x$ (или $16,9 + x$). Незвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

- в пером случае

$$\frac{x_1}{v} = \frac{16,9 - x_1}{4,7v}$$

- во втором случае

$$\frac{x_2}{v} = \frac{16,9 + x_2}{4,7v}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{169}{57}$ и $x_2 = \frac{169}{37}$.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость.

- $v_r = \frac{dr}{dt} = v$
- $v_\tau = \frac{rd\theta}{dt}$

$$v_\tau = \sqrt{22,09v^2 - v^2} \text{ (учитывая, что радиальная скорость равна } v\text{). Тогда получаем}$$
$$\frac{rd\theta}{dt} = \sqrt{21,09}v.$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{rd\theta}{dt} = \sqrt{21,09}v \end{cases} \quad \text{с начальными условиями} \quad \begin{cases} \theta = 0 \\ r = x_1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \theta = -\pi \\ r = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dt}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{21,09}}$$

2. Используем язык Julia для решения этой задачи.

- Код программы для первого случая:

```
using DifferentialEquations
using Plots
const n = 16.9
const v = 4.7
const r = n / (v + 1)
const t1 = (0, 2pi)
function F(u, p, t)
    return u / sqrt(v*v - 1)
end
setup = ODEProblem(F, r, t1)
result = solve(setup, abstol=1e-8, reltol=1e-8)
index = rand(1:size(result.t)[1])
```

```
rAngles = [result.t[index] for i in 1:size(result.t)[1]]  
plt = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, dpi = 1000, legend=true, bg=:white)  
plot!(plt, [rAngles[1], rAngles[2]], [0.0, result.u[size(result.u)[1]]], label=  
scatter!(plt, rAngles, result.u, label="", mc=:red, ms=0.0005)  
plot!(plt, result.t, result.u, xlabel="theta", ylabel="r(t)", label="Путь катер  
scatter!(plt, result.t, result.u, label="", mc=:green, ms=0.0005)  
savefig(plt, "case1.png")
```

- Код программы для второго случая:

```
using DifferentialEquations
using Plots
const n = 16.9
const v = 4.7
const r = n / (v - 1)
const t1 = (-pi, pi)
function F(u, p, t)
    return u / sqrt(v*v - 1)
end
setup = ODEProblem(F, r, t1)
result = solve(setup, abstol=1e-8, reltol=1e-8)
index = rand(1:size(result.t)[1])
rAngles = [result.t[index] for i in 1:size(result.t)[1]]
```

```
plt = plot(proj=:polar, aspect_ratio=:equal, dpi = 1000, legend=true, bg=:white)
plot!(plt, [rAngles[1], rAngles[2]], [0.0, result.u[size(result.u)[1]]], label=
scatter!(plt, rAngles, result.u, label="", mc=:red, ms=0.0005)
plot!(plt, result.t, result.u, xlabel="theta", ylabel="r(t)", label="Путь катер
scatter!(plt, result.t, result.u, label="", mc=:green, ms=0.0005)
savefig(plt, "case2.png")
```


Результаты сохраняются в виде картинки с расширением png (рис. 1 и 2).

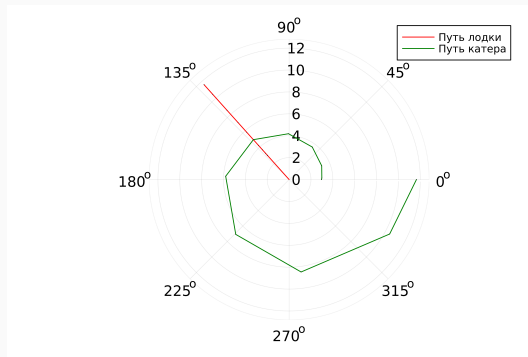


Рис. 1: Траекторию движения катера и лодки для первого случая

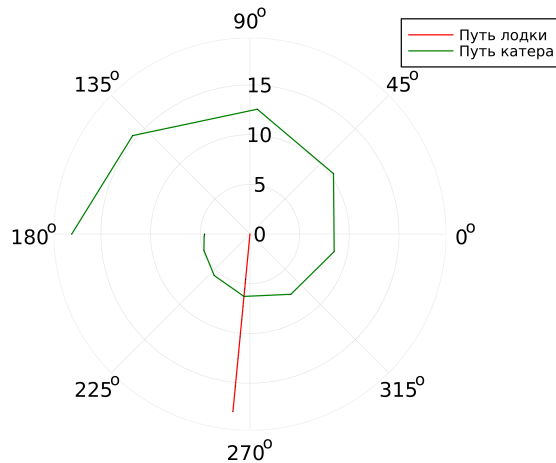


Рис. 2: Траекторию движения катера и лодки для второго случая

Заключение

В ходе этой лабораторной работы ознакомились с языками программирования Julia и OpenModelica. Построили математическую модель для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Спасибо за внимание!