

Математическое моделирование

Лабораторная работа №7

Матюшкин Денис Владимирович (НПИбд-02-21)

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	8
4.1	Решение на Julia	8
4.2	Решение на OpenModelica	10
4.3	Результаты работы	11
5	Выводы	16
	Список литературы	17

Список иллюстраций

4.1	График для случая 1 (Julia)	12
4.2	График для случая 2 (Julia)	13
4.3	График для случая 3 (Julia)	14
4.4	График для случая 1 (OpenModelica)	14
4.5	График для случая 2 (OpenModelica)	15
4.6	График для случая 3 (OpenModelica)	15

1 Цель работы

Построение простейшей модели эффективности рекламы.

2 Задание

Вариант 50

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.00006n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000066 + 0.6n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.66t + 0.6tn(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 2010$, в начальный момент о товаре знает 29 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

3 Теоретическое введение

Julia - это высокопроизводительный язык программирования, который сочетает в себе скорость компилируемых языков с удобством использования скриптовых языков. Он предназначен для научных вычислений, анализа данных и создания высокопроизводительных приложений. Julia поддерживает многопоточность, имеет обширную экосистему библиотек и является проектом с открытым исходным кодом [1].

OpenModelica - это свободная и открытая среда для моделирования и анализа динамических систем. Она предоставляет инструменты для создания и симуляции моделей в различных областях, таких как инженерия, наука, экономика [2].

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о про-

дукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

- При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса.
- В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Решение на Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.66
b = 0.00006
N = 2010

tmax = 5
tspan = (0, tmax)
t = collect(LinRange(0, tmax, 500))
n = 29

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = (a+b*y[1])*(N-y[1])
end

prob = ODEProblem(syst, [n], tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

plot(sol)
```



```
savefig("01.png")
```

```
a = 0.000066
```

```
b = 0.6
```

```
N = 2010
```

```
tmax= 0.03
```

```
tspan = (0, tmax)
```

```
t = collect(LinRange(0, tmax, 500))
```

```
n = 29
```

```
function syst(dy, y, p, t)
```

```
    dy[1] = (a+b*y[1])*(N-y[1])
```

```
end
```

```
prob = ODEProblem(syst, [n], tspan)
```

```
sol = solve(prob, saveat=t)
```

```
plot(sol)
```

```
savefig("02.png")
```

```
a = 0.66
```

```
b = 0.6
```

```
N = 2010
```

```
tmax = 0.03
```

```
tspan = (0, tmax)
```

```

t = collect(LinRange(0, tmax, 500))
n = 29

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = (a*t+b*t*y[1])*(N-y[1])
end

prob = ODEProblem(syst, [n], tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

plot(sol)

savefig("03.png")

```

4.2 Решение на OpenModelica

Первый случай:

```

model lab7_1
parameter Real a = 0.66;
parameter Real b = 0.00006;
parameter Real N = 2010;

Real n(start=29);

equation
    der(n) = (a+b*n) * (N-n);

end lab7_1;

```

Второй случай:

```

model lab7_2
parameter Real a = 0.000066;
parameter Real b = 0.6;
parameter Real N = 2010;

Real n(start=29);

equation
  der(n) = (a+b*n) * (N-n);

end lab7_2;

```

Скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение при $t = 0$.

Третий случай:

```

model lab7_3
parameter Real a = 0.66;
parameter Real b = 0.6;
parameter Real N = 2010;

Real n(start=29);

equation
  der(n) = (a*time+b*time*n) * (N-n);

end lab7_3;

```

4.3 Результаты работы

Результаты на Julia (рис. 4.1, 4.2 и 4.3).

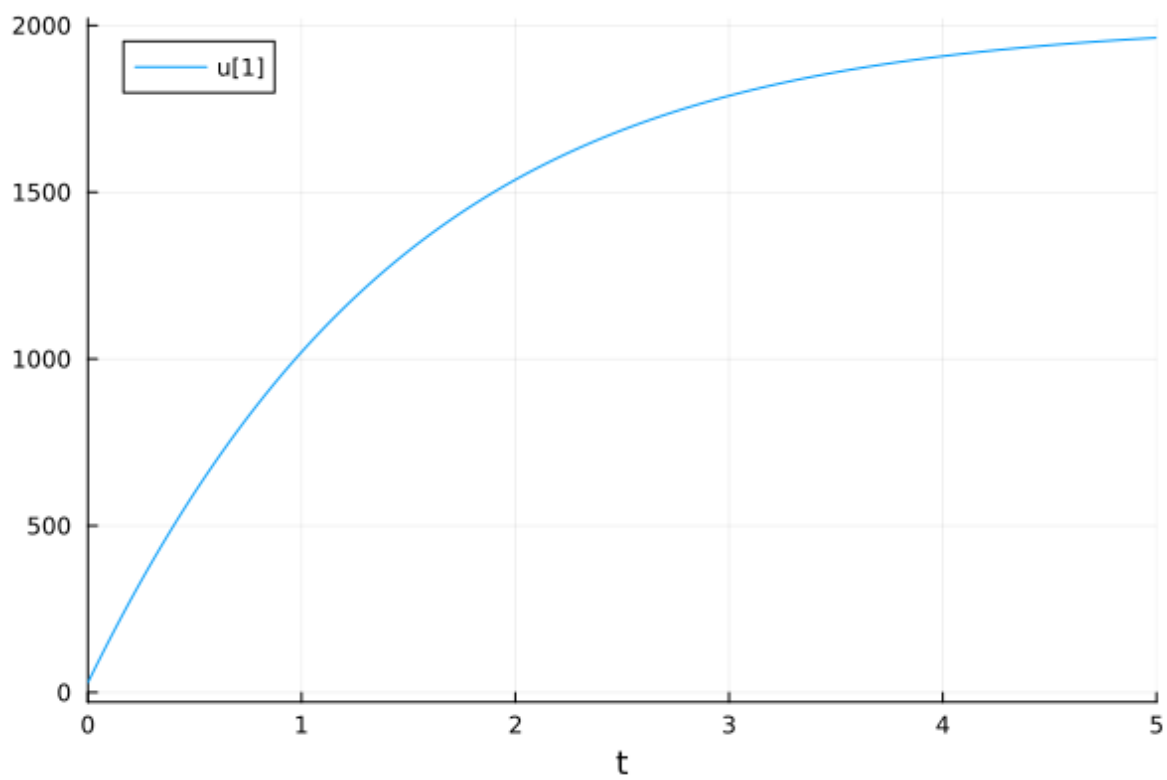


Рис. 4.1: График для случая 1 (Julia)

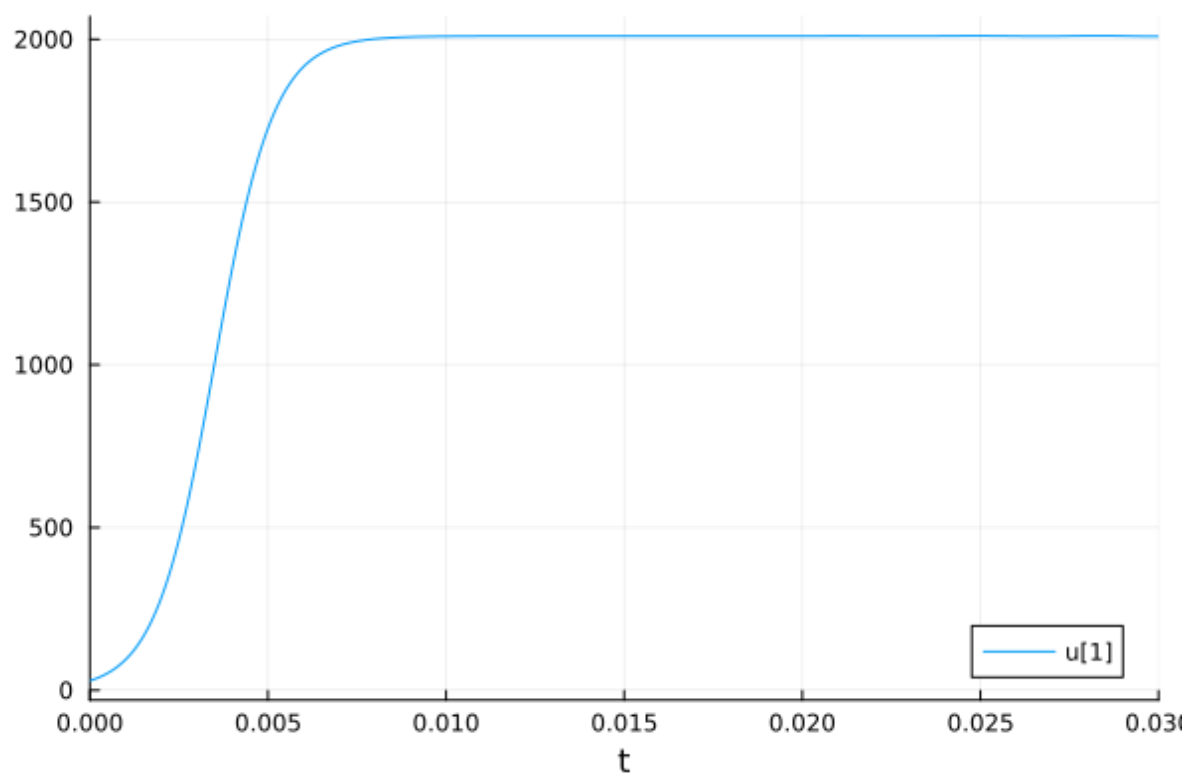


Рис. 4.2: График для случая 2 (Julia)

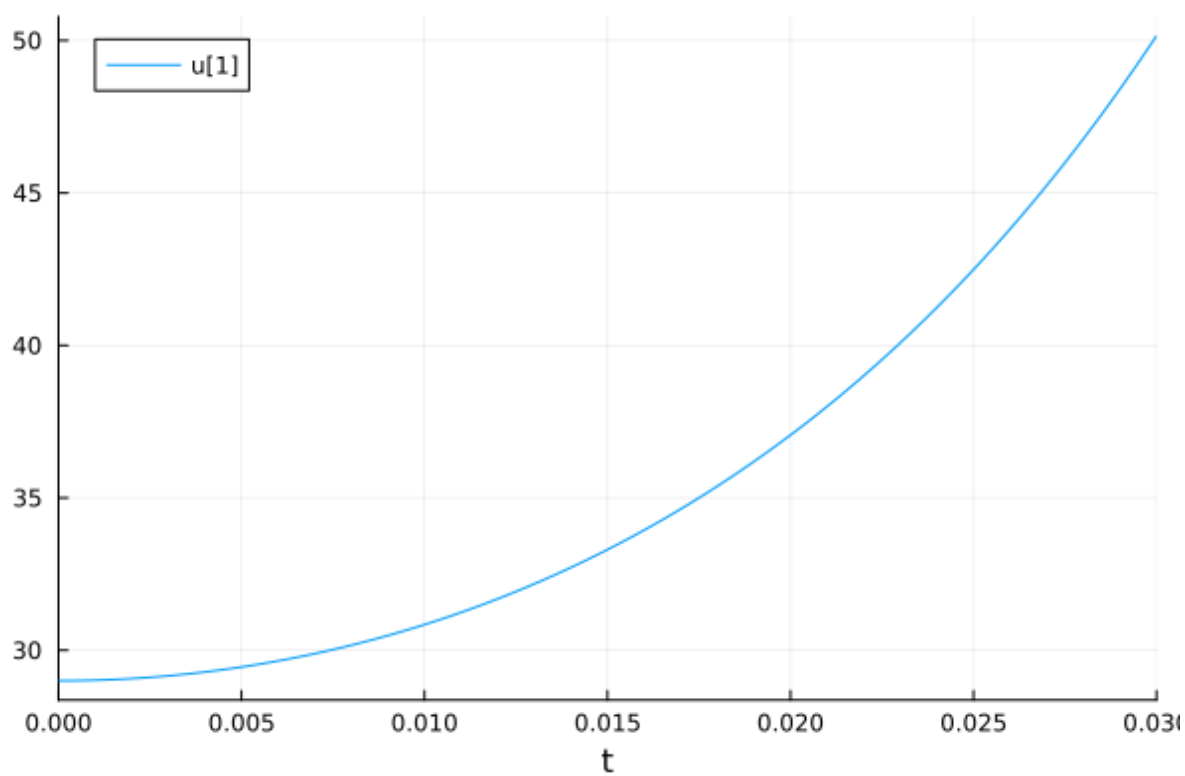


Рис. 4.3: График для случая 3 (Julia)

Результаты на OpenModelica (рис. 4.4, 4.5 и 4.6).

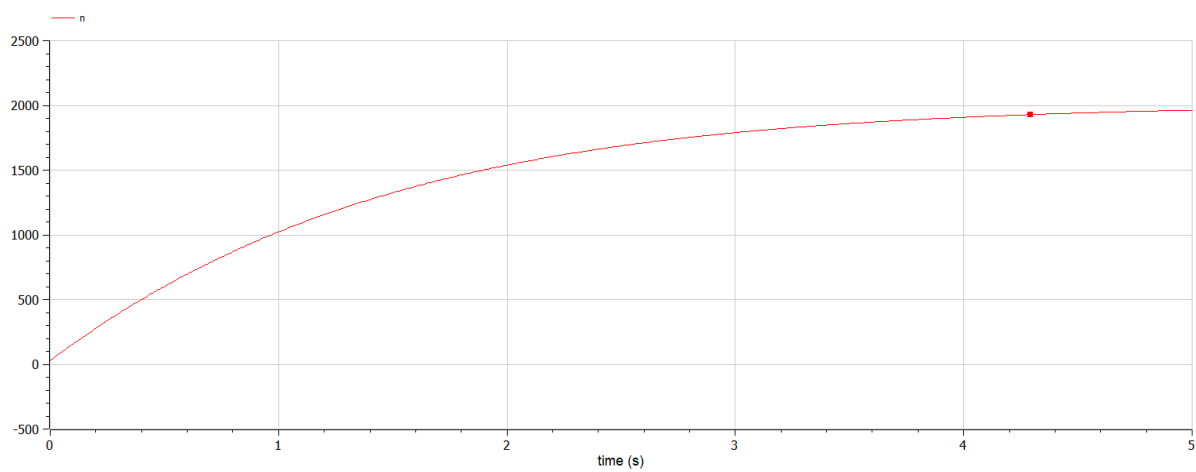


Рис. 4.4: График для случая 1 (OpenModelica)

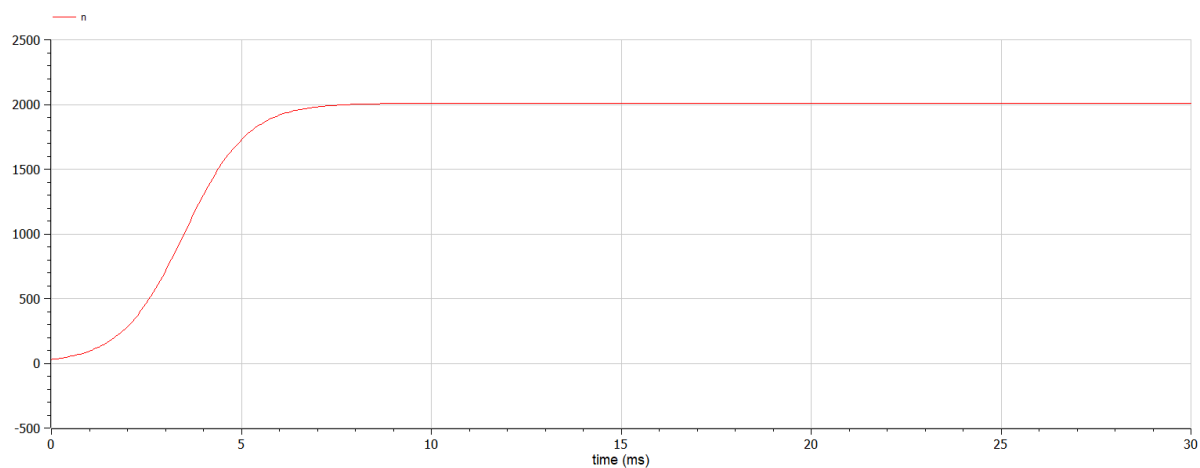


Рис. 4.5: График для случая 2 (OpenModelica)

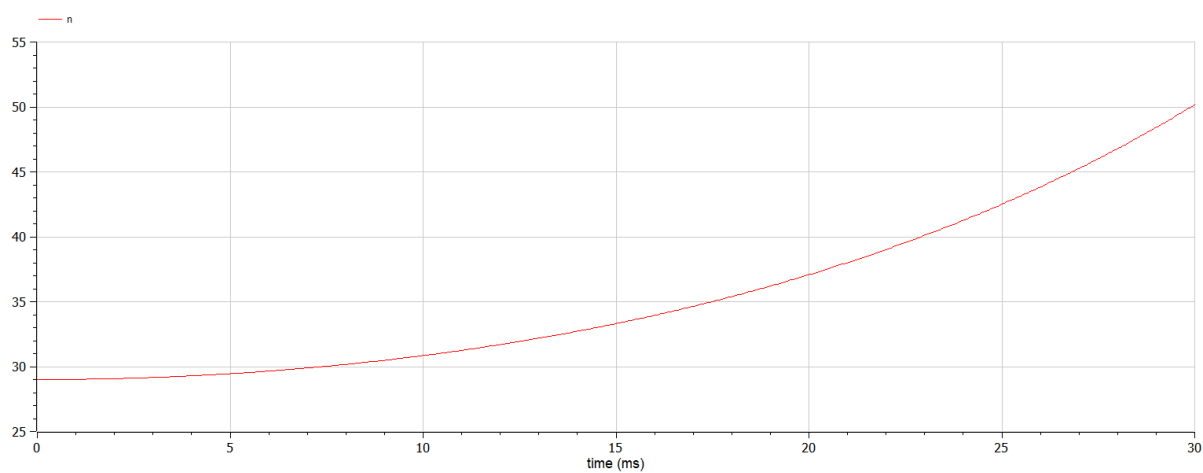


Рис. 4.6: График для случая 3 (OpenModelica)

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы мы построили простейшую модель эффективности рекламы.

Список литературы

1. Julia 1.10 Documentation [Электронный ресурс]. Matrix Laboratory, 2023. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/>.
2. User Documentation [Электронный ресурс]. Open Source Modelica Consortium, 2013. URL: <https://openmodelica.org/useresources/userdocumentation/>.