

Математическое моделирование

Лабораторная работа №3

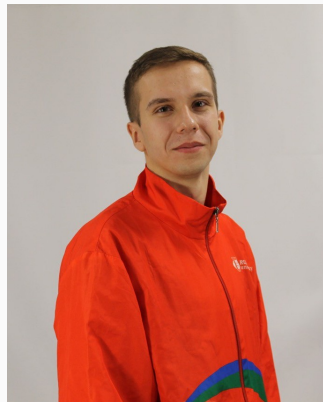
Матюшкин Д. В.

24 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Матюшкин Денис Владимирович
- студент 3-го курса
- группа НПИбд-02-21
- Российский университет дружбы народов
- 1032212279@pfur.ru
- <https://stifell.github.io/ru/>



Цель работы

- Рассмотрение простейшей модели боевых действий – модели Ланчестера.

Задание

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 61 100 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 45 400 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0,41x(t) - 0,89y(t) + \sin(t + 7) + 1 \\ \frac{dy}{dt} &= -0,52x(t) - 0,61y(t) + \cos(t + 6) + 1\end{aligned}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0,37x(t) - 0,675y(t) + |2\sin(t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,432x(t)y(t) - 0,42y(t) + \cos(t) + 2$$

Выполнение лабораторной работы

Рассмотрим три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками.
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.
3. Боевые действия между партизанскими отрядами.

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Эта модель соответствует первому заданию.

Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

Эта модель соответствует второму заданию.

2. Решение с помощью двух языков

Код для первого случая (Julia)

```
using Plots;
using DifferentialEquations;

function new_equations(du, u, p, t)
    du[1] = -0.41*u[1] - 0.89*u[2] + sin(t + 7) + 1
    du[2] = -0.52*u[1] - 0.61*u[2] + cos(t + 6) + 1
end

const initial_conditions = Float64[61100, 45400]
const parameters = [0.0, 3.0]

problem = ODEProblem(new_equations, initial_conditions, parameters)
solution = solve(problem, dtmax=0.1)
```

```
X_population = [u[1] for u in solution.u]
Y_population = [u[2] for u in solution.u]
time = [t for t in solution.t]

plot_solution = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plot_solution, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых
случай 1", legend=:outerbottom)
plot!(plot_solution, time, X_population, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plot_solution, time, Y_population, label="Численность армии Y", color =:green)

savefig(plot_solution, "case1.png")
```

Код для второго случая (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations

function new_equations(du, u, p, t)
    du[1] = -0.37*u[1] - 0.675*u[2] + abs(2*sin(t))
    du[2] = -0.432*u[1]*u[2] - 0.42*u[2] + cos(t) + 2
end

const initial_conditions = Float64[61100, 45400]
const parameters = [0.0, 0.0007]

problem = ODEProblem(new_equations, initial_conditions, parameters)
solution = solve(problem, dtmax=0.000001)
```



```
X_population = [u[1] for u in solution.u]
Y_population = [u[2] for u in solution.u]
time = [t for t in solution.t]

plot_solution = plot(dpi=1200, legend=true, bg=:white)
plot!(plot_solution, time, X_population, label="Численность армии X", color=:red)
plot!(plot_solution, time, Y_population, label="Численность армии Y", color=:green)
plot!(plot_solution, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых
случай 2", legend=:outerbottom)

savefig(plot_solution, "case2.png")
```

Код для первого случая (OpenModelica)

```
model lab3_1
  Real x;
  Real y;
  Real a = 0.41;
  Real b = 0.89;
  Real c = 0.52;
  Real d = 0.61;
  Real t = time;
initial equation
  x = 61100;
  y = 45400;
equation
  der(x) = -a*x - b*y + sin(t + 7) + 1;
  der(y) = -c*x - d*y + cos(t + 6) + 1;
```

Код для второго случая (OpenModelica)

```
model lab3_2
  Real x;
  Real y;
  Real a = 0.37;
  Real b = 0.675;
  Real c = 0.432;
  Real d = 0.42;
  Real t = time;
initial equation
  x = 61100;
  y = 45400;
equation
  der(x) = -a*x - b*y + 2*abs(sin(t));
  der(y) = -c*x*y - d*y + cos(t) + 2;
```

Результаты сохраняются в виде графика (рис. 1 и 2).

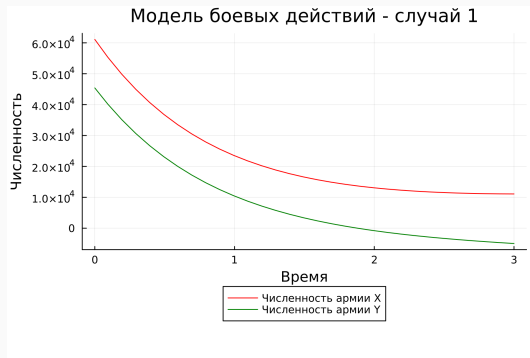


Рис. 1: Боевые действия между регулярными войсками

Модель боевых действий - случай 2

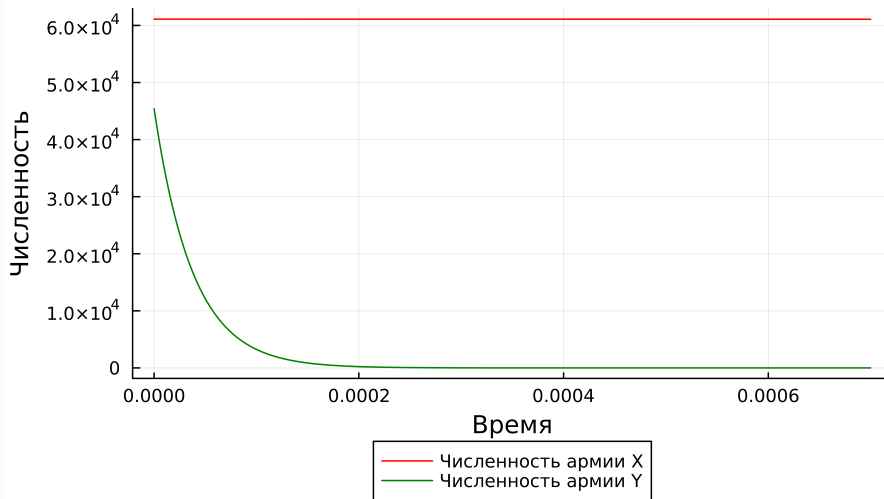


Рис. 2: Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Сделали скрин для случая с OMEdit (рис. 3 и 4)

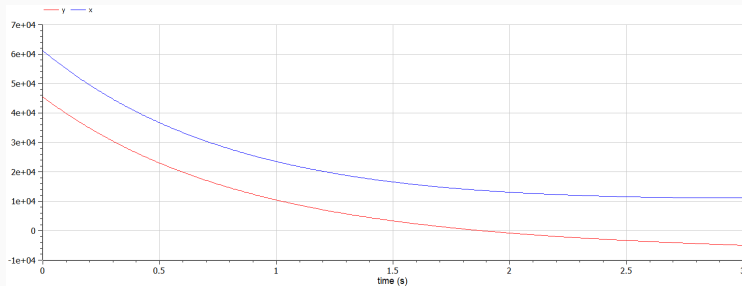


Рис. 3: Боевые действия между регулярными войсками

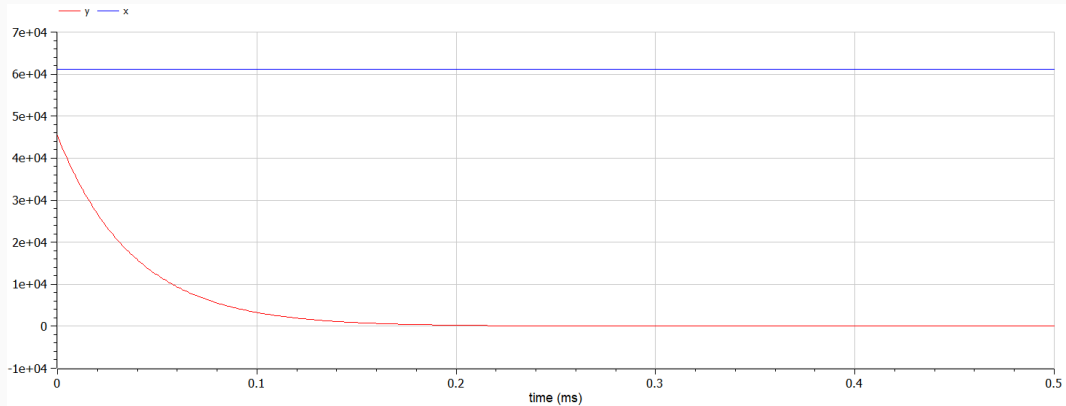


Рис. 4: Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Заключение

В ходе этой лабораторной работы мы построили математическую модель простейшей модели боевых действий – модели Ланчестера.

Спасибо за внимание!