Математическое моделирование

Лабораторная работа №4

Матюшкин Д. В.

1 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Матюшкин Денис Владимирович
- студент 3-го курса
- группа НПИбд-02-21
- Российский университет дружбы народов
- 1032212279@pfur.ru
- https://stifell.github.io/ru/

Цель работы

Цель работы

- Построение математической модели гармонических колебаний.

Задание

Вариант 50

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 3.5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 11\dot{x} + 11x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 12\dot{x} + x = 2\cos 0.5t$

На итнтервале $t \in [0; 51]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0, y_0 = -1.2$

Выполнение лабораторной работы

В системе отсутствуют потери энергии (колебания без затухания).

Получаем уравнение:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Переходим к двум дифференциальным уравнениям первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 0
y0 = -1.2
u0 = [x0, y0]
t0 = 0
tmax = 51
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))
tspan = (t0, tmax)

w = 3.5
```

Продолжение

```
function lorenz(dy, y, p, t)
    dy[1] = y[2]
    dy[2] = -w*y[1]
end

prob = ODEProblem(lorenz, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)
plot(sol)
savefig("../report/image/case1j.png")

plot(sol, idxs=(1,2))
savefig("../report/image/case1_fasj.png")
```

```
model case1

Real x(start=0);
Real y(start=-1.2);

parameter Real w = 3.5;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -w*x;

end case1;
```

Результаты работы

Решение первого случая на Julia (рис. 1 и 2).

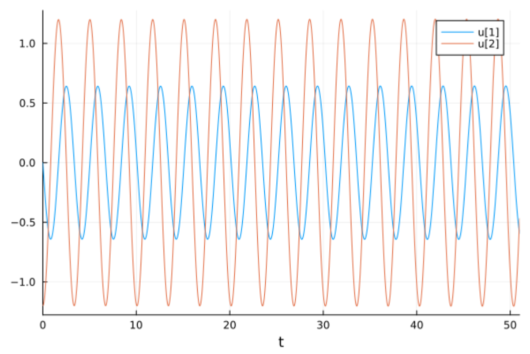

Рис. 1: Решение уравнения гармонического осциллятора в 1-ом случае (Julia)

Результаты работы

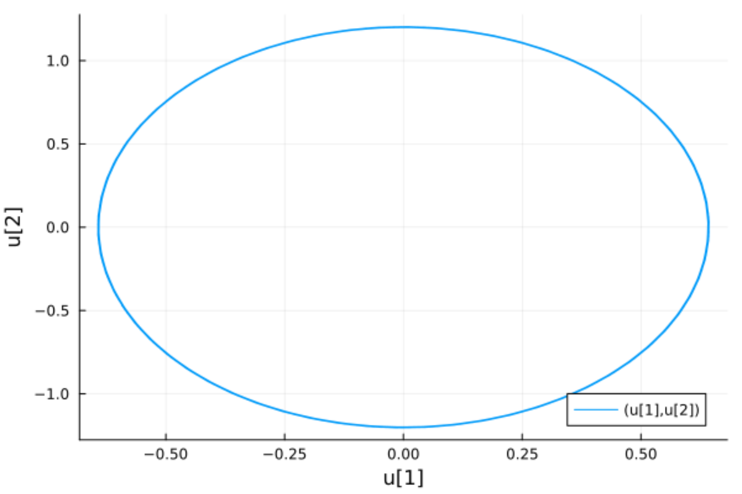

Рис. 2: Фазовый портрет гармонического осциллятора в 1-ом случае (Julia)

Решение первого случая на OpenModelica (рис. 3 и 4).

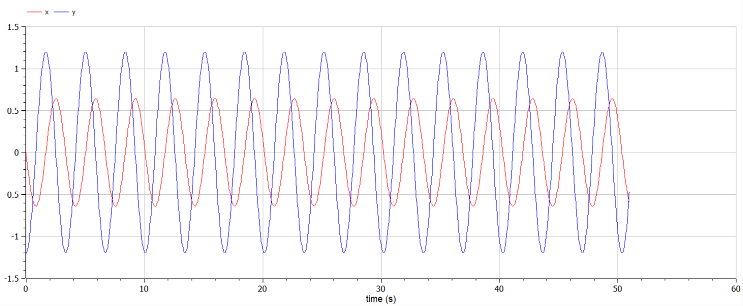

Рис. 3: Решение уравнения гармонического осциллятора в 1-ом случае (OpenModelica)

Результаты работы

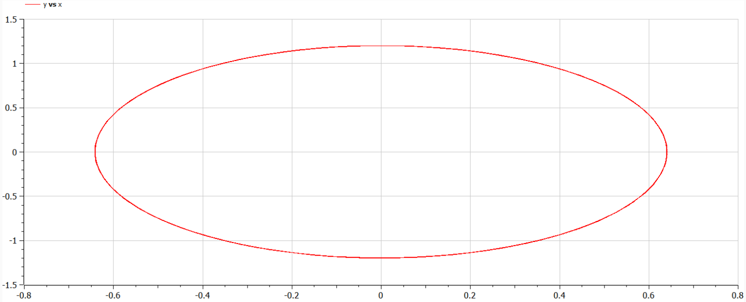

Рис. 4: Фазовый портрет гармонического осциллятора в 1-ом случае (OpenModelica)

Второй случай

В системе присутствуют потери энергии (колебания с затуханием).

Получаем уравнение:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Переходим к двум дифференциальным уравнениям первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2\gamma y - \omega_0^2 x \end{cases}$$

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 0
y0 = -1.2
u0 = [x0, y0]
t0 = 0
tmax = 51
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))
tspan = (t0, tmax)

w = 11
g = 11
```

Продолжение

```
function lorenz(dy, y, p, t)
    dy[1] = y[2]
    dy[2] = -g*y[2] - w*y[1]
end

prob = ODEProblem(lorenz, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)
plot(sol)
savefig("../report/image/case2j.png")

plot(sol, idxs=(1,2))
savefig("../report/image/case2_fasj.png")
```

Решение на OpenModelica

```
model case2

Real x(start=0);
Real y(start=-1.2);

parameter Real w = 11;
parameter Real g = 11;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g*y-w*x;

end case2;
```

Решение второго случая на Julia (рис. 5 и 6).

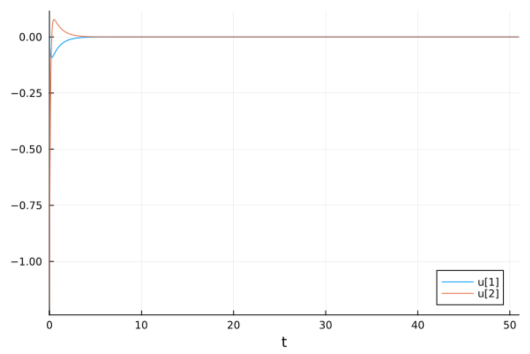

Рис. 5: Решение уравнения гармонического осциллятора во 2-ом случае (Julia)

Результаты работы

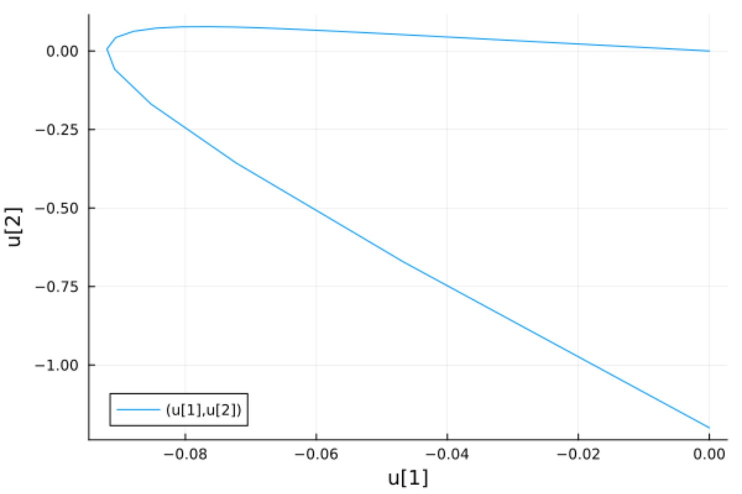

Рис. 6: Фазовый портрет гармонического осциллятора во 2-ом случае (Julia)

Решение второго случая на OpenModelica (рис. 7 и 8).

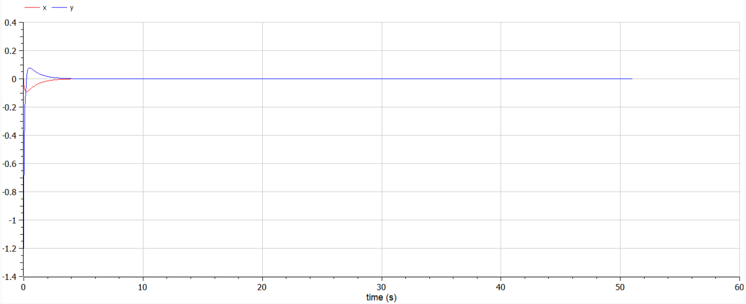

Рис. 7: Решение уравнения гармонического осциллятора во 2-ом случае (OpenModelica)

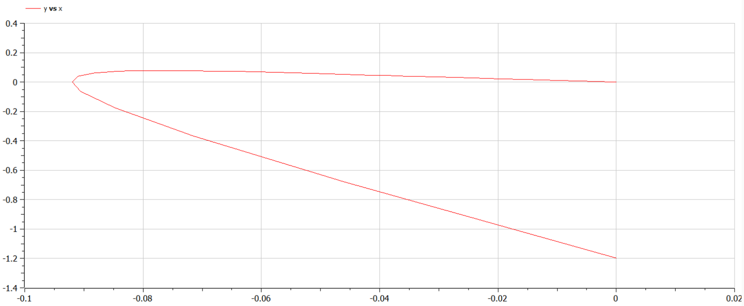

Рис. 8: Фазовый портрет гармонического осциллятора во 2-ом случае (OpenModelica)

Третий случай

На систему действует внешняя сила.

Получаем уравнение:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = F(t)$$

Переходим к двум дифференциальным уравнениям первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = F(t) - 2\gamma y - \omega_0^2 x \end{cases}$$

Решение на Julia

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 0
y0 = -1.2
u0 = [x0, y0]
t0 = 0
tmax = 51
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))
tspan = (t0, tmax)

w = 1
g = 12
```

Продолжение

```
function F(t)
    return 2*cos(0.5*t)
end

function lorenz(dy, y, p, t)
    dy[1] = y[2]
    dy[2] = -g*y[2] - w*y[1] + F(t)
end

prob = ODEProblem(lorenz, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)
plot(sol)
savefig("../report/image/case3j.png")
```

```
model case3

Real x(start=0);
Real y(start=-1.2);

parameter Real w = 1;
parameter Real g = 12;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g*y-w*x + 2*cos(0.5*time);

end case3;
```

Результаты работы

Решение третьего случая на Julia (рис. 9 и 10).

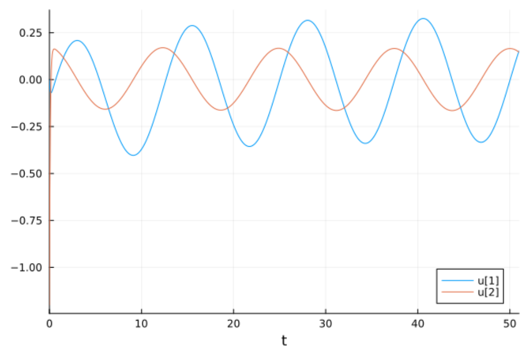

Рис. 9: Решение уравнения гармонического осциллятора в 3-ем случае (Julia)

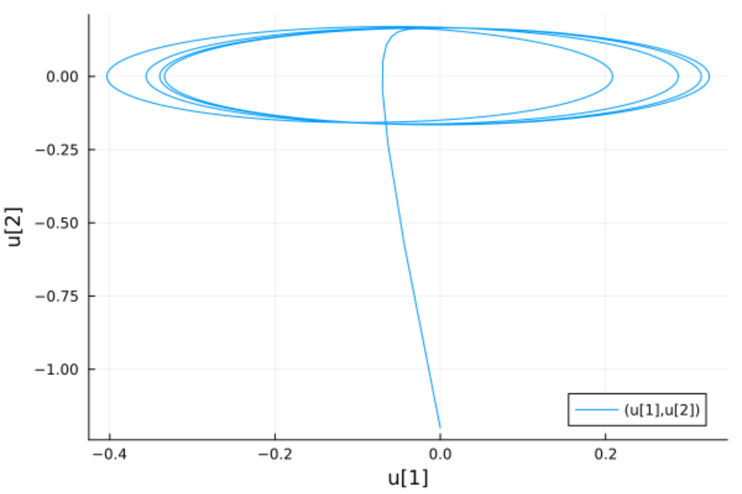

Рис. 10: Фазовый портрет гармонического осциллятора в 3-ем случае (Julia)

Решение третьего случая на OpenModelica (рис. 11 и 12).

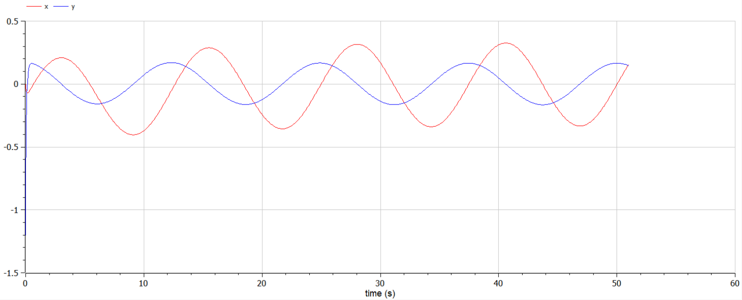

Рис. 11: Решение уравнения гармонического осциллятора в 3-ем случае (OpenModelica)

Результаты работы

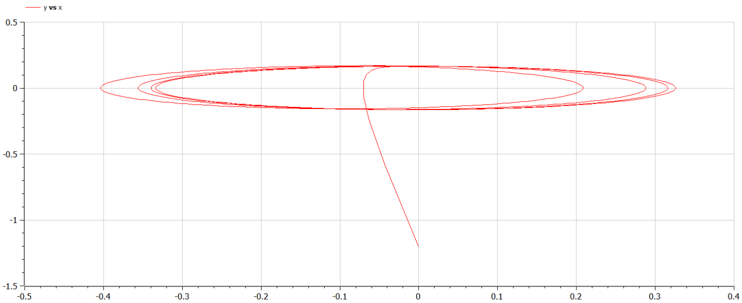

Рис. 12: Фазовый портрет гармонического осциллятора в 3-ем случае (OpenModelica)

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы мы построили математической модели гармонических колебаний.