

Ecuaciones diferenciales

Transformada de Laplace. Parte III

Semana 13: Auditorio

Profesores del curso:

Hermes Pantoja Carhuavilca

Sergio Quispe Rodríguez

Patricia Reynoso Quispe

Cristina Navarro Flores

Orlando Galarza Gerónimo

César Barraza Bernaola

Daniel Camarena Pérez



Profesores: Utec-Ciencias

Índice

1 Propiedades operacionales



Objetivos

- 1 **Expresar** funciones continuas por tramos en términos de la función escalón unitario.

PROPIEDADES OPERACIONALES

1



Logros

- **Expresa** funciones continuas por tramos en términos de la función escalón unitario. (L.8.13.1.5)

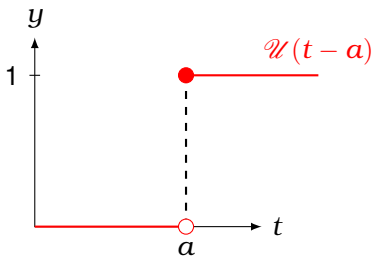
Función escalón unitario

Para enunciar el segundo teorema de translación (traslación en el eje t) es necesario conocer cómo expresar una función definida por tramos en términos de la función escalón unitario.

Definición: Función escalón unitario

La **función escalón unitario** $\mathcal{U}(t - a)$ se define como

$$\mathcal{U}(t - a) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$$



Reescribiendo funciones por tramos

Sea

$$f(t) = \begin{cases} g(t), & 0 \leq t < a \\ h(t), & t \geq a \end{cases}$$

entonces, f se puede escribir de la siguiente manera

$$f(t) = g(t) + (h(t) - g(t))\mathcal{U}(t - a)$$

De forma análoga, sea $0 < a < b$ y

$$f(t) = \begin{cases} g(t), & 0 \leq t < a \\ h(t), & a \leq t < b \\ r(t), & t \geq b \end{cases}$$

entonces

$$f(t) = g(t) + (h(t) - g(t))\mathcal{U}(t - a) + (r(t) - h(t))\mathcal{U}(t - b)$$

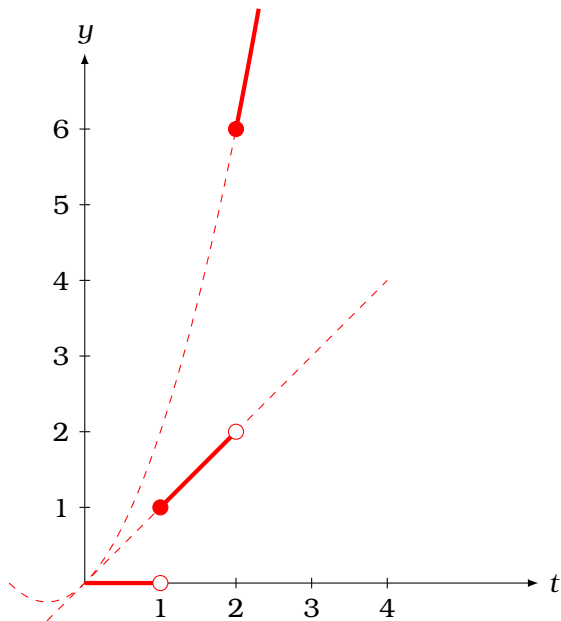
Ejemplo

- 1 Exprese la siguiente función en términos de la función escalón unitario y gráfíquelo

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t, & 1 \leq t < 2 \\ t^2 + t, & t \geq 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 + (t - 0)\mathcal{U}(t - 1) + (t^2 + t - t)\mathcal{U}(t - 2) \\ &= t\mathcal{U}(t - 1) + t^2\mathcal{U}(t - 2) \end{aligned}$$

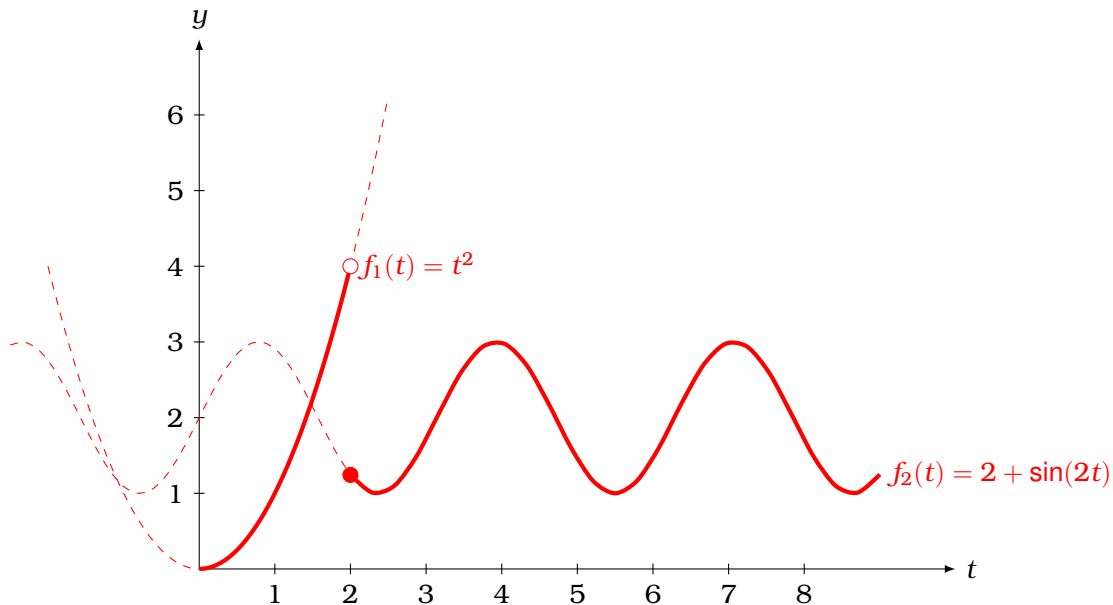


- 2 Exprese la siguiente función en términos de la función escalón unitario y gráfíquelo

$$f(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \leq t < 2 \\ 2 + \sin(2t), & t \geq 2 \end{cases}$$

Solución:

$$f(t) = t^2 + \left[2 + \sin(2t) - t^2 \right] \mathcal{U}(t - 2)$$



Conclusiones

- 1 Siempre es posible expresar cualquier función definida por partes en términos de la función escalón unitario.

Gracias

UTEC
UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA
Y TECNOLOGÍA

