

# Tarea CS1022

JMR

## 1 Dominó doble $n$

El juego de dominó consiste de piezas rectangulares formadas por dos cuadrados pegados por un lado común. En cada cuadrado se coloca un número entero entre 0 y  $n$  inclusive.

Las piezas son de dos tipos claramente distinguibles, una pieza puede ser

- **doble**: ambos números en la pieza son iguales.
- **regular**: los números en la pieza son diferentes.

Todas las piezas posibles deben estar en el juego y no puede haber piezas iguales.

Deben considerar que las piezas se pueden rotar sobre la mesa por lo que deben considerar cuidadosamente la forma de contar las mismas. Por razones estéticas, en los casos donde  $n$  es pequeño se trabaja con patrones de puntos como en los dados.

Las piezas se pueden describir de manera incompleta de acuerdo a cualquiera de sus números o mencionando si se trata de un doble o no.

Por ejemplo podemos decir que una pieza es un 2 si alguno de sus números es un 2. Si una pieza es un 2 y un 0, sabemos que se trata de la única pieza que tiene al 2 en un extremo y al 0 en el otro. Claramente esa pieza solo puede existir en un dominó doble  $n$  con  $n \geq 2$ . El doble 1 es la única pieza que tiene al 1 en ambos extremos.

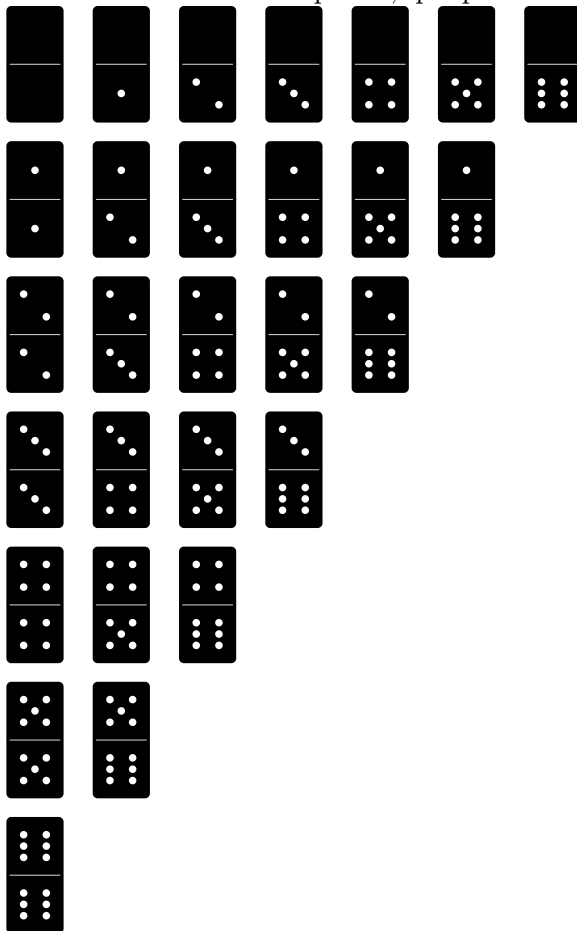
En el juego solitario, que es el que vamos a analizar, el objetivo es colocar las piezas, una a la vez, en una cadena, hasta que ya no sea posible extender esa cadena.

El valor de una pieza es la suma de sus números. El valor de un juego es la cantidad de piezas sin colocar más la suma de los valores de las mismas menos uno si la cadena es cerrada.

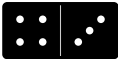
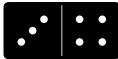
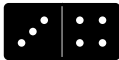
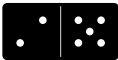

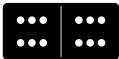
El objetivo del solitario es lograr el puntaje más bajo posible. Debería ser obvio que el menor valor teórico alcanzable es  $-1$  para el dominó doble  $n$  con  $n \in \mathbb{N}^*$ .

## Ejemplo con el dominó doble 6

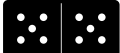
El dominó doble 6 tiene 28 piezas, que pueden ver a continuación:



## Sobre las piezas

- Es importante notar que  y  son la misma pieza, rotada 180°.
- La pieza  vale 7 puntos al igual que la pieza .
- La pieza  vale 0 puntos y la pieza  vale 12 puntos.
- El uso de “puntos” en vez de números en las piezas es una cuestión estética.

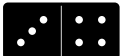
- Las piezas tienen nombres obvios:

\*  es el *dobles cinco*.

\*  es el *tres cuatro*.

- Las piezas tienen nombres incompletos:

\*  es un cinco.

\*  es un cuatro y también es un tres.


### Solitario de dominó $n$

A la hora de jugar dominó las piezas se colocan de manera que piezas diferentes se tocan a través de cuadrados con los mismos números.

Colocar las piezas de esta manera permite formar una *cadena* de dominós que tiene dos extremos activos y en los cuales se puede colocar una pieza con un número apropiado, usualmente los dobles se colocan de manera perpendicular a la cadena pero para el solitario los colocaremos igual que las otras piezas, de manera no estándar. Una cadena típicamente se puede extender por cualquiera de sus extremos libres y solo por sus extremos libres.

Diremos que una cadena está *trancada* si no se puede extender con ninguna pieza.

Una *cadena cerrada* es una cadena sin extremos libres. Para poder cerrar una cadena es necesario que ambos extremos tengan números que coincidan. Si se forma una cadena cerrada el juego se termina y se debe totalizar su valor. Una cadena que no es cerrada es *abierta* y tiene dos extremos libres que podrían permitir que la cadena se extienda.

En este documento denotaremos las cadenas cerradas con el símbolo .

La estrella no representa una pieza de dominó, simplemente representa que las piezas se han colocado de manera que no queden extremos libres para extender la cadena.

Una cadena puede estar trancada sin que necesariamente sea una cadena cerrada pero todas las cadenas cerradas están trancadas.

Si el jugador coloca todas las piezas en una cadena, esta cadena es naturalmente cerrada, pues no quedan piezas que se puedan usar para extenderla.

En el solitario, el jugador coloca piezas formando una cadena hasta obtener una cadena trancada, en ese momento se termina el juego y se debe totalizar el puntaje sumando todos los valores de las piezas no colocadas más la cantidad de piezas no colocadas menos uno si la cadena es cerrada.

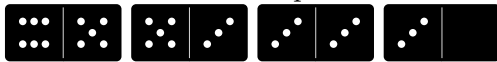
**Ejemplos:** Si estamos usando un dominó doble 6 podemos afirmar que cualquier juego tendrá un puntaje menor o igual a 196.

- Una cadena de dos piezas



Se puede extender con un 6 del lado izquierdo o con un 3 del lado derecho.  
La cadena vale actualmente  $196 - 19 - 2 = 175$ .

- Una cadena de cuatro piezas



El doble 3 está colocado de manera no estándar.  
Se puede extender con un 6 del lado izquierdo o con un 0 del lado derecho.  
La cadena vale actualmente  $196 - 28 - 4 = 164$ .

- Una cadena de cinco piezas



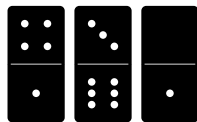
El doble 3 está colocado de manera no estándar.  
Se puede extender con un 6 por cualquier lado.  
La cadena vale actualmente  $196 - 34 - 5 = 157$ .

- Una cadena cerrada de cinco piezas



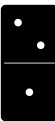
El doble 3 está colocado de manera no estándar.  
No se puede extender.  
La cadena vale  $196 - 34 - 5 - 1 = 156$ .

- Si quedaron sin colocar las piezas



Un juego con cadena trancada vale 17 si la cadena es cerrada, 18 si no lo es.

- Si solo quedó sin colocar la pieza



El juego vale 3 si la cadena trancada es cerrada, 4 si no lo es.

- Si solo quedó sin colocar la pieza



El juego vale 0 si la cadena trancada es cerrada, 1 si no lo es.  
El jugador hizo al menos un movimiento estúpido.

- Si se colocaron todas las piezas.  
El juego vale  $-1$  si la cadena es cerrada,  $0$  si no lo es.
- Un juego es perfecto si al colocar la última pieza disponible, esta coincide con ambos extremos libres de la cadena, cerrando la misma.

## 2 Preguntas

Responda cuidadosamente las preguntas planteadas.

1. ¿Cuántas piezas tiene un dominó doble  $n$ ?  
*Sugerencia:* cuente las piezas según su tipo.
2. ¿Cuántas veces aparece el número  $x$  en el dominó doble  $n$ ?
3. ¿Cuánto vale la cadena vacía en un solitario de dominó doble  $n$ ?
4. Los dobles no son un problema en el solitario de dominó doble  $n$ .  
Argumente que pueden ser eliminados sin problema asumiendo que el jugador no hace movimientos estúpidos.
5. Considere el grafo con  $n + 1$  vértices que contiene una arista entre los vértices  $x$  y  $y$  si la pieza  $x y$  existe en el dominó doble  $n$ .  
¿Qué tipo de grafo es?
6. ¿Para qué valores de  $n$  es posible lograr un juego perfecto que valga  $-1$ ?
7. ¿Para qué valores de  $n$  es posible lograr un juego que valga  $0$ ?
8. ¿Cuántas piezas tiene la cadena abierta trancada más corta?
9. ¿Cuántas piezas tiene la cadena cerrada trancada más corta?
10. ¿Cuál es el menor valor de un juego de solitario de dominó doble  $n$ ?