Application of GLM Advancements to Non-Life Insurance Pricing

Leonardo Stincone

Università degli Studi di Trieste

18 Maggio 2021

Indice

1. Descrizione del problema
2. Dataset
3. Modelli
4. Risultati

Problema: **prevedere il numero di sinistri** (N_i) che causerà un assicurato (i) a partire dalle informazioni della sua polizza:

$$(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) \;\longmapsto\; F_{N_i},\, E(N_i),\, Var(N_i)$$

Soluzione: stimo un **modello** a partire dai **dati storici**.

Perché: prevedere il numero di sinistri è uno degli elementi per **determinare il prezzo** di una polizza assicurativa.

Origine del Dataset

Portafoglio RCA costituito da polizze di una provincia italiana nel periodo 2014-2019

Set	Esposizione (rischi anno)	Numero Sinistri	Frequenza Sinistri
Train	107 998.4	4 823	0.045
Test	26 806.3	1 131	0.042
Tot	134 804.7	5 954	0.044

Descrizione	**Numero di variabili per categoria**
Informazioni sul veicolo assicurato	12
Informazioni generiche sull'assicurato	14
Informazioni assicurative sull'assicurato	9
Opzioni della polizza assicurativa	11
Informazioni sull'assicurato in quanto cliente	2
Dati telematici	4
Totale	**52**

Ipotesi

1. $(Y_1, \ldots, Y_n)$ indipendenti con distribuzione appartenente alla medesima Famiglia Esponenziale Lineare
2. Predittore lineare

$$\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} = \boldsymbol{x}_i^t \boldsymbol{\beta}, \quad i \in \{1, 2, \ldots, n\}$$

3. Funzione legame

$$g(\mu_i) = \eta_i = \boldsymbol{x}_i^t \boldsymbol{\beta}, \quad i \in \{1, 2, \ldots, n\}$$

Stima dei parametri

Stima di massima verosimiglianza

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \underset{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{p+1}}{\arg\max}\, L\left(\boldsymbol{\beta}, \phi; \boldsymbol{y}\right) = \underset{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{p+1}}{\arg\min}\, D(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{y})$$

Selezione delle variabili

Algoritmo stepwise basato su un criterio di informazione (AIC)

Elastic Net

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \underset{\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^{p+1}}{\arg\min} \left\{ D(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{y}) + \lambda \sum_{j=1}^{p} \left(\alpha |\beta_j| + (1-\alpha)|\beta_j|^2 \right) \right\}$$

- $\lambda \geq 0$ iperparametro di penalizzazione
- $\alpha \in [0, 1]$ iperparametro che determina il peso della penalizzazione LASSO
  - $\alpha = 0 \implies$ Regressione Ridge
  - $\alpha = 1 \implies$ Regressione LASSO

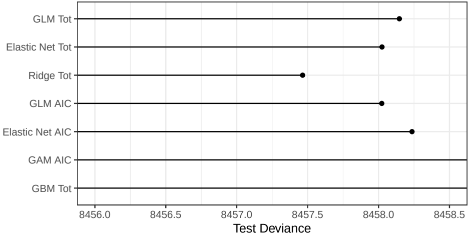
Modelli Additivi Generalizzati (GAM)

Predittore lineare

$$\eta_i = \boldsymbol{x}_i^t \boldsymbol{\beta} + \sum_{l=1}^{q} f_l(z_{i,l}), \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

$$\hat{\boldsymbol{f}} = \arg\min_{\boldsymbol{f}} \left\{ D(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{y}) + \sum_{l=1}^{q} \lambda_l \int_{a_l}^{b_l} \left(f_l''(x_l) \right)^2 dx \right\}$$

con $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$ iperparametri di smoothing.



Id	Model	Test Deviance	Time	α	λ
Mod1	GLM Tot	8 458.147	2.7s	0	0
Mod2	Elastic Net Tot	8 458.024	1h 30m	0.06	2.01e-04
Mod3	**Ridge Tot**	**8 457.465**	1h 30m	0	4.64e-04
Mod4	GLM AIC	8 458.023	7h 27m	0	0
Mod5	Elastic Net AIC	8 458.236	8h 54m	0	1.63e-05
Mod6	GAM AIC	9 728.570	7h 45m	0	0
Mod7	GBM Tot	8 504.178	2h 30m		

Grazie per l'attenzione