Contents

1 Definizione di:

Piccola nota prima delle definizioni:

verso il 19xx ai matematici era partita una qualche ipocondria di assiomatizzare tutto l'assiomatizzabile, mista a un minimalismo da far sembrare tele bianche co' fossero capilettera minati. (vedere Principia Matematica (quello di Russel e Whitehead) per un esempio pratico, e vedersi il libro Goedel's Proof per il contesto storico)

Potete immaginare come gli enti definiti in questi tempi fossero di un astratto immane, a voler fare da denominatore comune a più o meno tutta la matematica mai fatta fino ad allora, i gruppi/anelli ET AL sono uno dei massimi esponenti di questo astrattismo da Mondrian, come a voler ridurre tutta l'algebra di tutto (lineare, reale, complessa, monomi, polinomii. . .), la teoria degli insiemi, magari la logica, e, perché no, il non toccare erba da anni, tutto a una qualche *res cogitans* comune, o cazzo si pippavano allora.

1.1 Anelli e gruppi et al

1.1.1 Anello

$$(R, +, 0_R; \circ; 1_R)$$

Un insieme di roba tale che

- 1_{R} e $0_{\mathrm{R}} \in \mathrm{R}$
- Possiamo definire un'addizione tale che
  - $Coso + 0_R = Coso$ quando $Coso \in R$
  - La somma gode delle classiche proprietà
    - **Commutativa**: $a + b = b + a$ (quando $a, b \in R$)
    - **Associativa**: $a+(b+c) = (a+b)+c$ (quando $a, b, c \in R$) (che si definisce in questo modo perché la somma è un operatore binario)
  - E di quelle meno classiche
    - **Di gruppo**: $\forall Coso \in R \to -Coso \in R$, dove $-Coso =$ quell'affare che $Coso + (-Coso) = 0_R$
- Possiamo definire un prodotto tale che

- $Coso \circ 1_R = Coso$ quando $Coso \in R$
- Il prodotto gode delle classiche proprietà
  * **Associativa** $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$

- La somma e il prodotto messi inseme godono delle classiche proprietà
  - **Distributiva** $a \circ (b + c) = (a \circ b) + (a \circ c)$

1.1.2 Anello Commutativo

Un anello per cui il prodotto ha anche proprietà commutativa, quindi

$$(R, +, 0_R; \circ; 1_R)$$

tale che (Ctrl-C sezione sopra, Ctrl-V qui)

- Il prodotto gode anche dell proprietà
  - $a \circ b = b \circ a$ (quando $a, b \in R$)

(lo definiamo come classe a parte perchè le matrici sono bambini speciali che non voglioni avere un prodotto commutativo e vogliamo che questa stra astrazione possa valere anche per quegli esseri)

1.1.3 Gruppo commutativo

Prendi l'anello e ignora l'esistenza del prodotto e dell'1_R, solo $+$ e 0_R

1.1.4 Monoide unitario

Prendi l'anello e ignora l'esistenza della somma e dello 0_R, solo $\circ$ e 1_R (da cui prende il nome, credo)

1.1.5 Morfismo di anello

Abbiamo due anelli a e b, e una relazione $\varphi : \mathrm{a} \to \mathrm{b}$[1] questa relazione si dice *morfismo di anello* se mantiene l'anellaggine di una relazione

[1]è abbstanza facile chiedersi a che cazzo serva una definzione del genere, da quanto si vedrà quando diamo la definizione un morfismo di anello è un qualcosa in cui posso prendere un teorema o un espressione in anellese-a valido, passare tutto quello che riguarda l'anellaggine in un morfismo $\varphi : \mathrm{a} \to \mathrm{b}$, e uscirne con un teorema o espressione in anellese-b, anch'esso valido, più in genrale è una relazione tra a e b che mantiene l'anellaggine, e ci interessa parecchio mantenere l'anellagine, almeno in questa materia

1.2 Equivalenza

1.2.1 Definizione tirata

Siano a e b due affari qualsiasi, facciamo due vettori. a e b possono essere uguali in qualche modo, o avere qualche caratteristica in comune, ad esempio possono avere entrabmi un primo membro $a_1 = b_1 =$ facciamo 7, se definiamo come relazione di equivalenza $a =_{\text{in questo caso}} b$ quando $a_1 = b_1$ allora la classe di equivalenza di a rispetto a questa relazione sarà l'insieme di tutti i vettori b tali che $a =_{\text{in questo caso}} b$.

Questo includerà (grazialcazzo) a visto che $a_1 = a_1$ e in generale *tutti i vettori che condividono quella certa caratteristica con a.* In pratica stiamo studiando l'apartheid di a_0.

2 Dimostrazione che

1. le calssi di equivalenza di due elementi qualsiasi $[\mathrm{x}]_{\mathrm{R}}$ e $[\mathrm{y}]_{\mathrm{R}}$