

Contents

1	Definizione	1
1.1	Teoremi et al	1
1.1.1	Quella dannata biezione	1
1.1.2	La retroimmagine di un ideale è un ideale	1
1.1.3	ogni ideale di \mathbb{Z} è un ideale principale	1

1 Definizione

Un ideale è un sottinsieme $I \subseteq R$ di un anello che

- include lo 0 ($0_R \in I$)
- È chiuso rispetto alla somma (se $a, b \in i$ allora $a +_r b \in i$)
- È assorbente rispetto al prodotto (se $a \in I$ allora $a \cdot_R b \in I \forall b \in R$)

Spesso e volentieri questo è solo un modo eccessivamente formale per dire che un ideale è l'insieme dei multipli di qualcosa, per non lasciarlo troppo all'aria verifichiamolo con l'insieme degli interi multipli di 5, multipli di 5 $\subseteq \mathbb{Z}$.

I multipli di 5

- Includono lo 0
- Sono chiusi rispetto alla somma ($5a +_{\mathbb{Z}} 5b = 5(a +_{\mathbb{Z}} b)$)
- Sono assorbenti rispetto al prodotto ($5a \cdot_{\mathbb{Z}} b = 5(a \cdot_{\mathbb{Z}} b)$)

Visto che scrivere *multipli di <cosa>* ogni volta per parlarne di insiemi del genere rompe il cazzo, si introduce la notazione

$$(n) = \text{insieme dei multipli di } n = \{y \in R \mid \exists r \in R : y = n \cdot_R r\}$$

(n) si dice anche *ideale principale generato da n*

1.1 Teoremi et al

1.1.1 Quella dannata biezione

1.1.2 La retroimmagine di un ideale è un ideale

1.1.3 ogni ideale di \mathbb{Z} è un ideale principale