

# Računarska statistika

Snježana Lubura Strunjak

Zagreb, 10. lipnja 2021.

# Monte Carlo integriranje - Importance sampling (uzorkovanje po važnosti)

Importance sampling je jedna od metoda koja se koristi za redukciju varijabiliteta, i koristi se zbog povećanja efikasnosti MC procjene (npr. MC procjene određenog integrala).

Efikasnost se definira kao kvocijent  $\frac{Var(\hat{\theta}_0)}{Var(\hat{\theta}_1)}$ , gdje su:

- $Var(\hat{\theta}_0)$  - varijanca nakon primjene tehnike za redukciju varijabiliteta
- $Var(\hat{\theta}_1)$  - varijanca direktne (osnovne) metode, bazirane na  $r$  replikacija.

# Importance sampling

Želimo procjeniti pomoću MC simulacija vrijednost određenog integrala.

Neka je dan integral  $\int_D f(x) dx$  i želimo taj integral zapisati na način da je funkcija  $f$  jednaka produktu dviju funkcija  $g$  i  $p$  pri čemu je  $p$  funkcija gustoće neke slučajne varijable koju znamo lako izgenerirati.

Izbor funkcija  $g$  i  $p$  će nam odrediti varijancu procjenitelja  $\hat{\theta}$ .

Intuitivno pravilo (Princip Importane sampling-a): Generiraj (uzorkuj) više kad su vrijednosti od  $|f|$  veće.

Osnovna ideja:

$$\theta = \int_D f(x) dx = \int_D \frac{f(x)}{\phi(x)} \phi(x) dx,$$

gdje je  $\phi(x)$  funkcija gustoće neke slučajne varijable  $X$ .

Funkcija  $\phi(x)$  se zove IS funkcija (Importance sampling function). Kako procjenjujemo integral  $\theta$ ?

Dva koraka za procjenu:

- 1 Generirajmo uzorak duljine  $m$  iz distribucije s funkcijom gustoće  $\phi$ . Označimo taj uzorak s  $X_1, \dots, X_m$ .
- 2 Izračunajmo nepristranu procjenu integrala

$$\hat{\theta} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{f(X_i)}{\phi(X_i)}.$$

# Kako izabrati IS funkciju

Poželjna svojstva:

- pogodna Monte Carlo svojstva (jednostavno generiranje slučajnih brojeva)
- Repovi IS funkcije  $\phi$  ne bi smjeli biti oštriji od repova podintegralne funkcije  $f$
- IS funkcija bi trebala dobro “oponašati” funkciju  $f$ .

Uobičajeno je

- odabrati parametarsku porodicu of funkcija gustoća  $\phi_\lambda$  i tada
- odabrati  $\lambda$  tako da je  $\phi_\lambda$  što sličnija  $f$  (po odabranim svojstvima).

U praksi biramo funkciju  $\phi$  na način da kvocijent  $\frac{|f|}{\phi}$  bude približno konstanta.

10. zadaća: rok za predaju 18.6.

Zadaća se nalazi u folderu Zadaće na MERLINU.

UPUTE: Svaki zadatak iz zadaće mora biti u svom .sas programu. Sve .sas programe nazovite na način *prezime\_ime\_zad1.sas*, ako je npr. 1.zadatak u pitanju, itd. Sve što radite u zadaćama mora biti u obliku koda (možete koristiti sve dostupne materijale da dobijete tražene rezultate, ali sve mora biti napisano u obliku koda).