

1η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

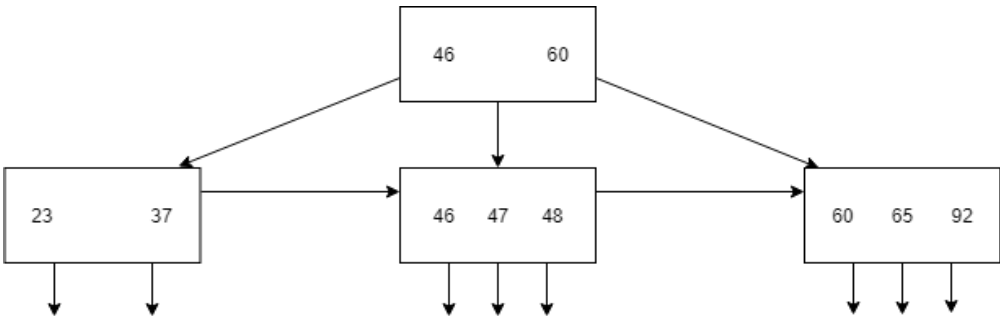
Άσκηση 1

Εφόσον κάθε εγγραφή έχει μήκος 240 byte και το μέγεθος κάθε block είναι $B = 2400$ byte τότε κάθε block περιλαμβάνει $2400 / 240 = 10$ εγγραφές. Επίσης, για την αποθήκευση ολόκληρου του αρχείου θα χρειαστούμε $100000 / 10 = 10000$ block.

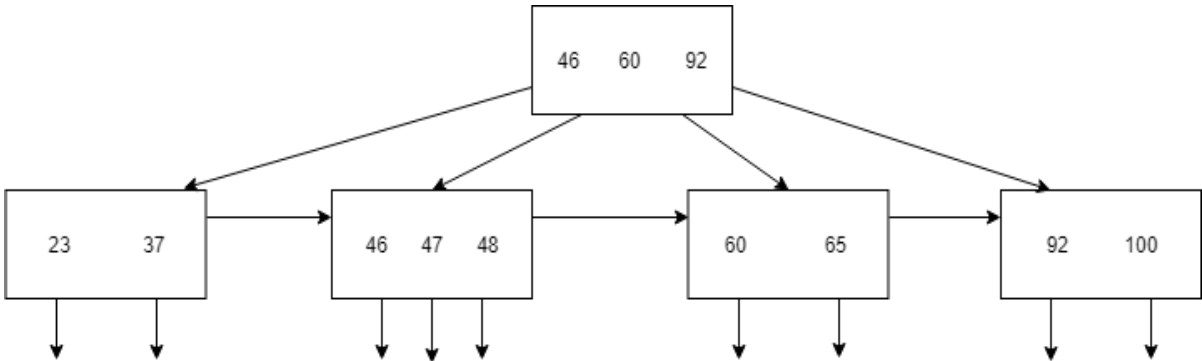
Με τυχαία προσπέλαση έχουμε : $10000 \text{ block} * (12\text{ms} + 8,3\text{ms} + 0,8\text{ms}) = 211000\text{ms}$. Οπότε για την τυχαία προσπέλαση Y block του αρχείου, δηλαδή $10X$ εγγραφών θα χρειαστούμε $10X * (12\text{ms} + 8,3\text{ms} + 0,8\text{ms}) = 211X\text{ms}$. Άρα, η τιμή του X για την οποία η ανάγνωση ολόκληρου του αρχείου είναι πιο αποδοτική από την ανάγνωση X τυχαίων εγγραφών είναι $211X > 211000 \Rightarrow X > 1000$.

Άσκηση 2

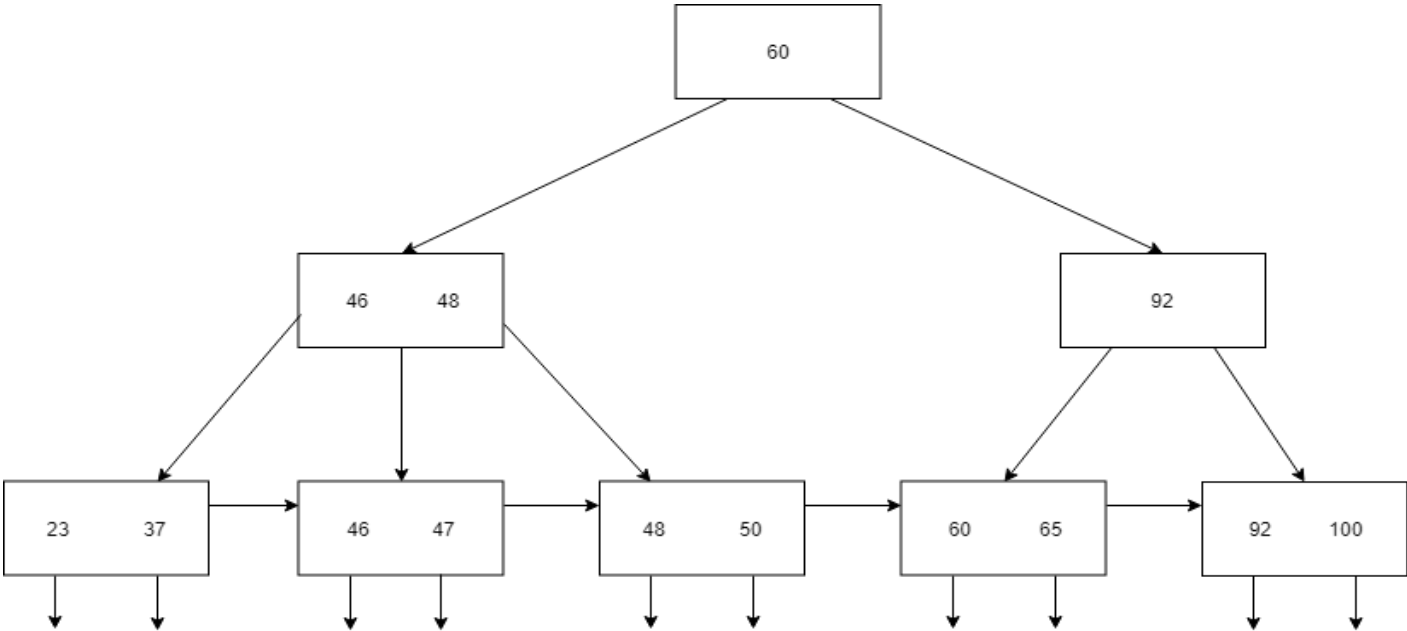
α) Insertion of 47 : Ισχύει ότι $46 \leq 47 \leq 60$, οπότε ελέγχουμε το μεσαίο φύλλο. Παρατηρούμε ότι το πλήθος των κλειδιών στο μεσαίο φύλλο είναι $\leq n$. Άρα, το κλειδί 47 θα εισαχθεί στο μεσαίο φύλλο. Το δέντρο διαμορφώνεται ως εξής :



β) Insertion of 100 : Ισχύει ότι $60 \leq 100$, οπότε ελέγχουμε το φύλλο δεξιά της ρίζας. Όμως, σε αυτό το φύλλο υπάρχει ήδη ο μέγιστος αριθμός κλειδιών. Οπότε ένα από τα 65, 92 θα "ανέβει" ένα επίπεδο, αφού $60 \leq 65 \leq 92 \leq 100$. Άρα, το νέο δέντρο διαμορφώνεται ως εξής :



γ) Insertion of 50 : Ισχύει ότι $46 \leq 50 \leq 60$. Οπότε ελέγχουμε το δεύτερο φύλλο του δέντρου. Παρατηρούμε, όμως, ότι το φύλλο αυτό έχει αριθμό κλειδιών ίσο με n . Οπότε, επιλέγουμε ένα από τα μεσαία κλειδιά της σχέσης $46 \leq 47 \leq 48 \leq 50$, το οποίο και θα "ανέβει" κατά ένα επίπεδο. Στη συνέχεια, παρατηρούμε ότι και ο κόμβος της ρίζας έχει πλήθος κλειδιών ίσο με n . Επομένως, επιλέγουμε από τη σχέση $46 \leq 48 \leq 60 \leq 92$, ένα κλειδί εκ των 48, 60 το οποίο θα αποτελέσει τη νέα ρίζα του δέντρου. Το νέο δέντρο διαμορφώνεται ως εξής :



Άσκηση 3

α) Κάθε εσωτερικός κόμβος ενός B+ - δέντρου μπορεί να έχει μέχρι p δείκτες δέντρου και p-1 τιμές πεδίου αναζήτησης.Όλα αυτά πρέπει να χωρούν σε ένα μπλοκ.Επομένως, για την τάξη των ενδιάμεσων κόμβων του δέντρου πρέπει να ισχύει:

$$(p \cdot P) + ((p-1) \cdot M) \leq B \text{ δηλαδή } 20p \leq 1038. \text{Άρα, } p = 51.$$

Αντίθετα, οι κόμβοι-φύλλα θα έχουν το ίδιο πλήθος τιμών και δεικτών, αφού οι δείκτες των κόμβων-φύλλων είναι δείκτες εγγραφών.Επομένως, για την τάξη pleaf των κόμβων-φύλλων του δέντρου πρέπει να ισχύει :

$$(pleaf \cdot (PR + M)) + P \leq B \text{ δηλαδή } 21pleaf \leq 1018. \text{Άρα, } pleaf = 48.$$

β,γ) Κάθε εσωτερικός κόμβος, κατά μέσο όρο, θα έχει $p \cdot 0,69 = 51 \cdot 0,69$ ή περίπου 36 (λόγω της στρογγυλοποίησης προς τα πάνω) δείκτες και επομένως 35 τιμές.Ενώ, κάθε κόμβος-φύλλο, κατά μέσο όρο, θα έχει $pleaf \cdot 0,69 = 48 \cdot 0,69$ ή περίπου 34 (λόγω της στρογγυλοποίησης προς τα πάνω) δείκτες εγγραφών.

ρίζα	1 κόμβος	35 καταχωρήσεις	36 δείκτες
επίπεδο 1	36 κόμβοι	1.260 καταχωρήσεις	1.296 δείκτες
επίπεδο 2	1.296 κόμβοι	45.360 καταχωρήσεις	46.656 δείκτες
επίπεδο φύλλων	46.656 κόμβοι	1.586.304 δείκτες εγγραφών	

Άρα, το πλήθος των μπλοκ που απαιτούνται για τους κόμβους-φύλλα είναι 46.656 και ο αριθμός των επιπέδων είναι 4, καθώς έχουμε το επίπεδο της ρίζας, 2 επίπεδα για τους ενδιάμεσους κόμβους και τέλος το επίπεδο των κόμβων-φύλλων.

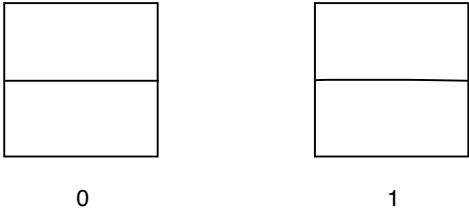
δ) Το συνολικό πλήθος των μπλοκ που απαιτούνται για το B+ - δέντρο ισούται με το άθροισμα των μπλοκ που απαιτούνται για κάθε ένα από τα παραπάνω 4 επίπεδα.Δηλαδή, $1 + 36 + 1.296 + 46.656 = 47.989$.

ε) Το πλήθος των προσπελάσεων για την αναζήτηση και την ανάκτηση μιας εγγραφής από το αρχείο ισούται με : $\lceil \log(47.989) \rceil + 1 = 16 + 1 = 17$, όπου 16 είναι το κόστος αναζήτησης και 1 για την ανάκτηση.

Άσκηση 4

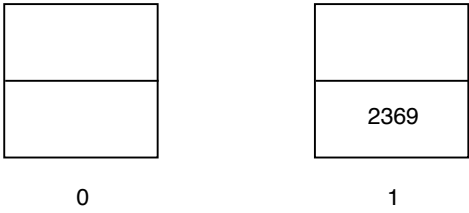
Αρχική κατάσταση

m = 1
i = 1
Utilization = 0%



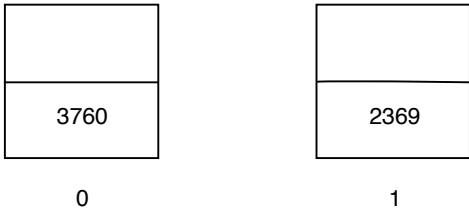
Εισαγωγή κλειδιού 2369
h(2369) = 2369 mod 8 = 1 (=0001)

m = 1
i = 1
Utilization = 25%



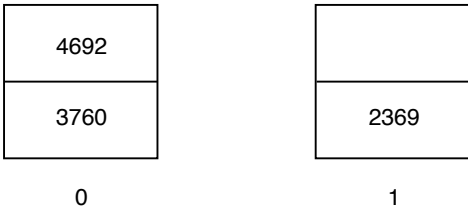
Εισαγωγή κλειδιού 3760
h(3760) = 3760 mod 8 = 0 (=0000)

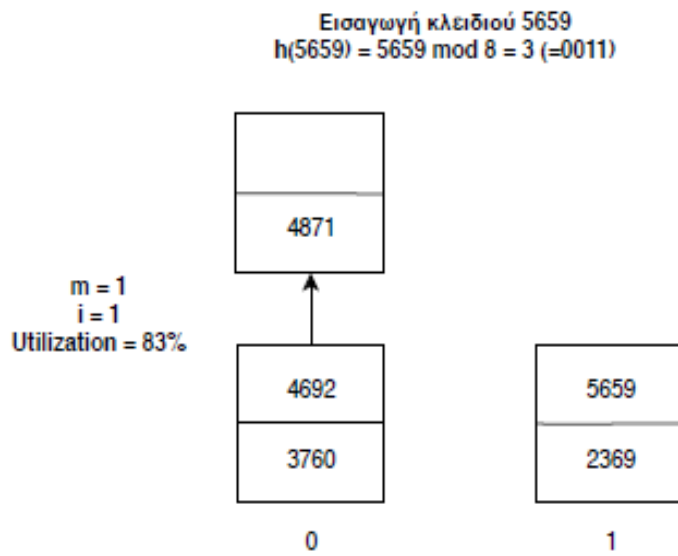
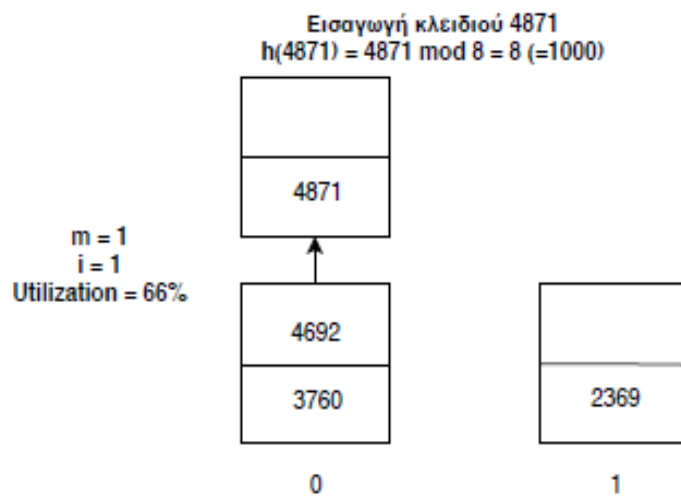
m = 1
i = 1
Utilization = 50%



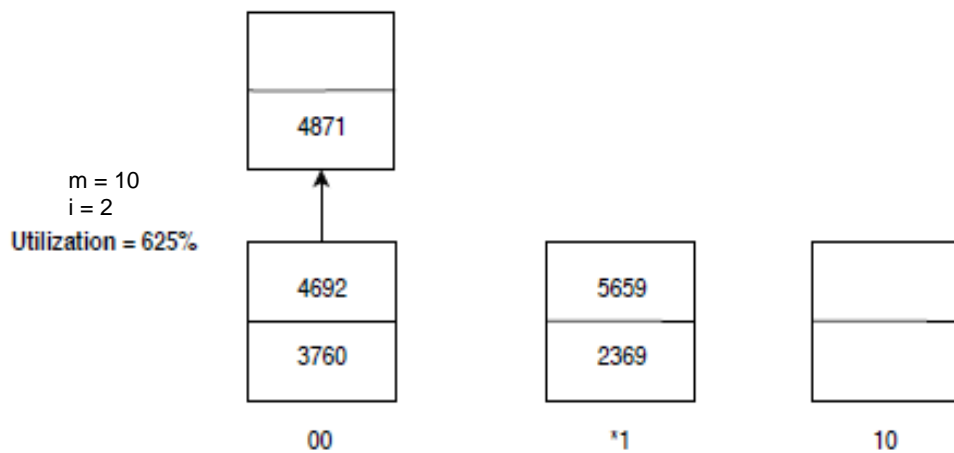
Εισαγωγή κλειδιού 4692
h(4692) = 4692 mod 8 = 4 (=0100)

m = 1
i = 1
Utilization = 75%



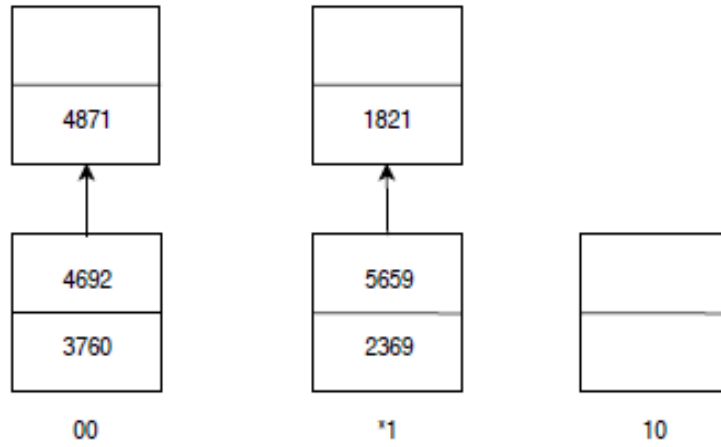


Utilization $\geq 80\%$. Άρα, το m αυξάνεται σε $m = 10$ και το i σε $i = 2$



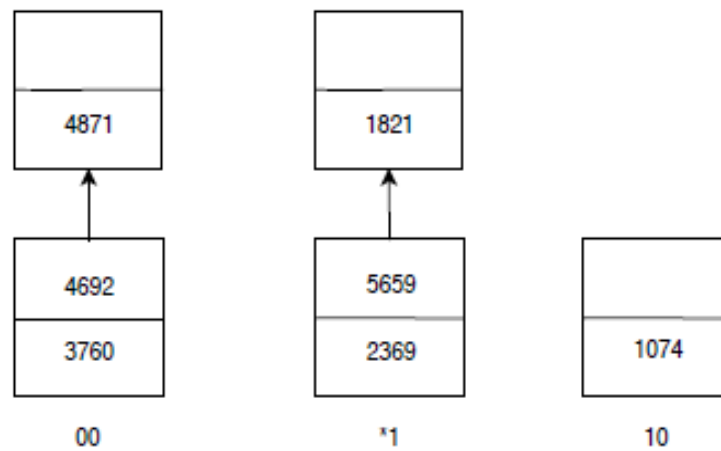
Εισαγωγή κλειδιού 1821
 $h(1821) = 1821 \bmod 8 = 5 (=0101)$

$m = 10$
 $i = 2$
 Utilization = 60%

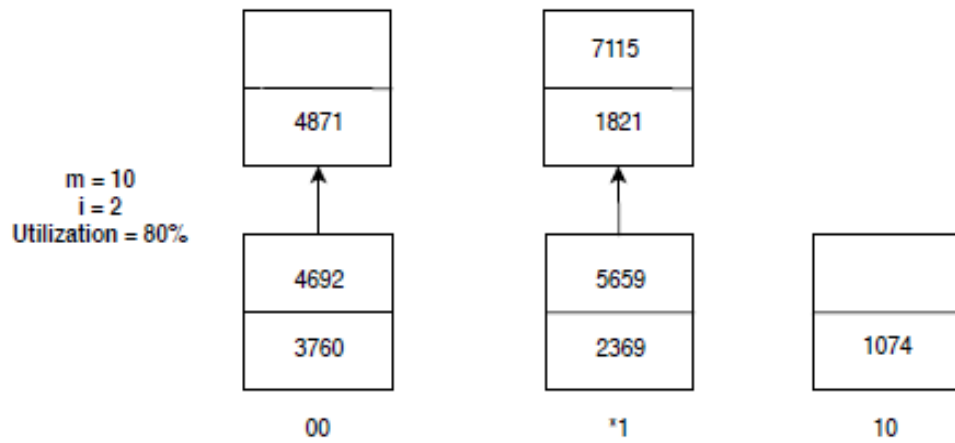


Εισαγωγή κλειδιού 1074
 $h(1074) = 1074 \bmod 8 = 2 (=0010)$

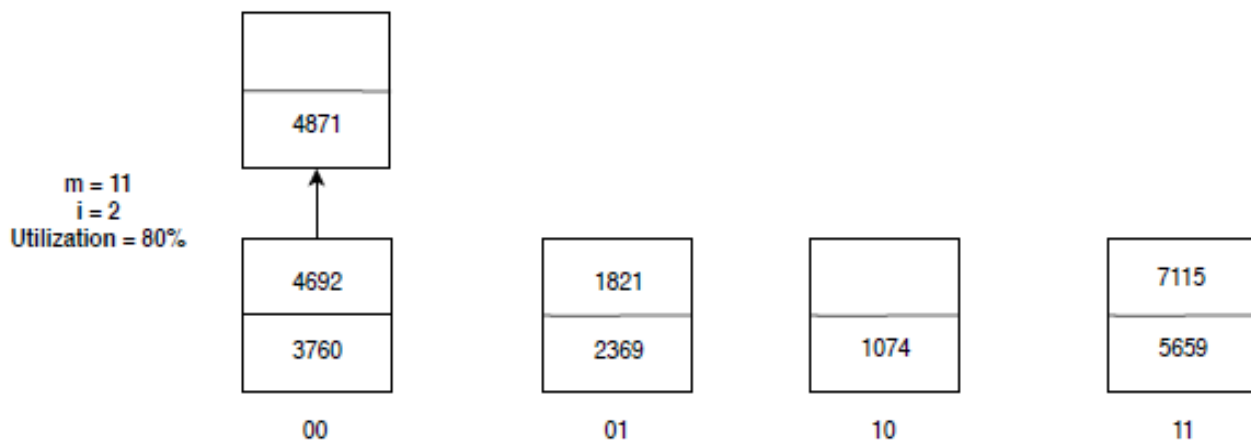
$m = 10$
 $i = 2$
 Utilization = 70%



Εισαγωγή κλειδιού 7115
 $h(7115) = 7115 \bmod 8 = 3 (=0011)$



Utilization $\geq 80\%$. Άρα το m αυξάνεται σε $m = 11$



Παρατηρούμε ότι το Utilization παραμένει ίσο με 80%. Άρα το m αυξάνεται εκ νέου και μαζί του αυξάνεται και το i . Έχουμε, $m = 100$ και $i = 3$.

m = 100
i = 3
Utilization = 80%

4871
3760
000

1821
2369
01

1074
010

7115
5659
011

4692
100

Παρατηρούμε ότι το Utilization παραμένει ίσο με 80%.
Άρα το m αυξάνεται ξανά. Έχουμε, m = 101.

m = 101
i = 3
Utilization = 66%

4871
3760
000

2369
001

1074
010

7115
5659
011

4692
100

1821
101

Εισαγωγή κλειδιού 1620
 $h(1620) = 1620 \bmod 8 = 4 (=0100)$

m = 101
i = 3
Utilization = 75%

4871
3760
000

2369
001

1074
010

7115
5659
011

1620
4692
100

1821
101

Εισαγωγή κλειδιού 2428
 $h(2428) = 2428 \bmod 8 = 8 (=1000)$

m = 101
i = 3
Utilization = 71%

2428
4871
3760
000

2369
001

1074
010

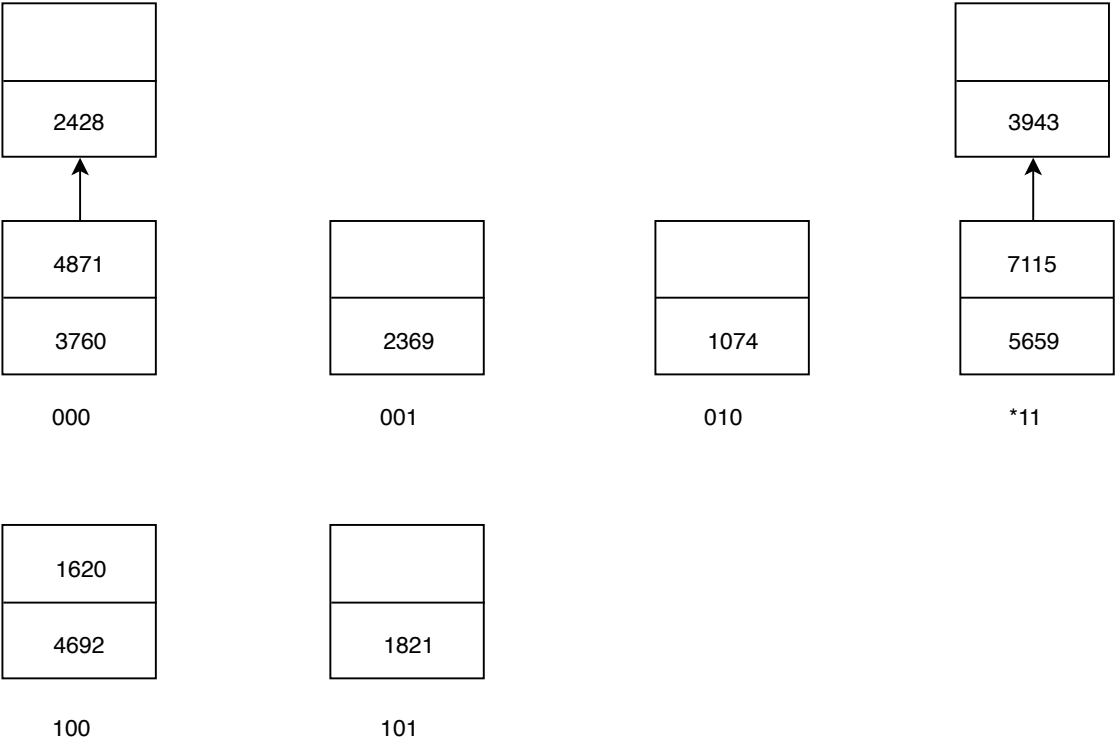
7115
5659
011

1620
4692
100

1821
101

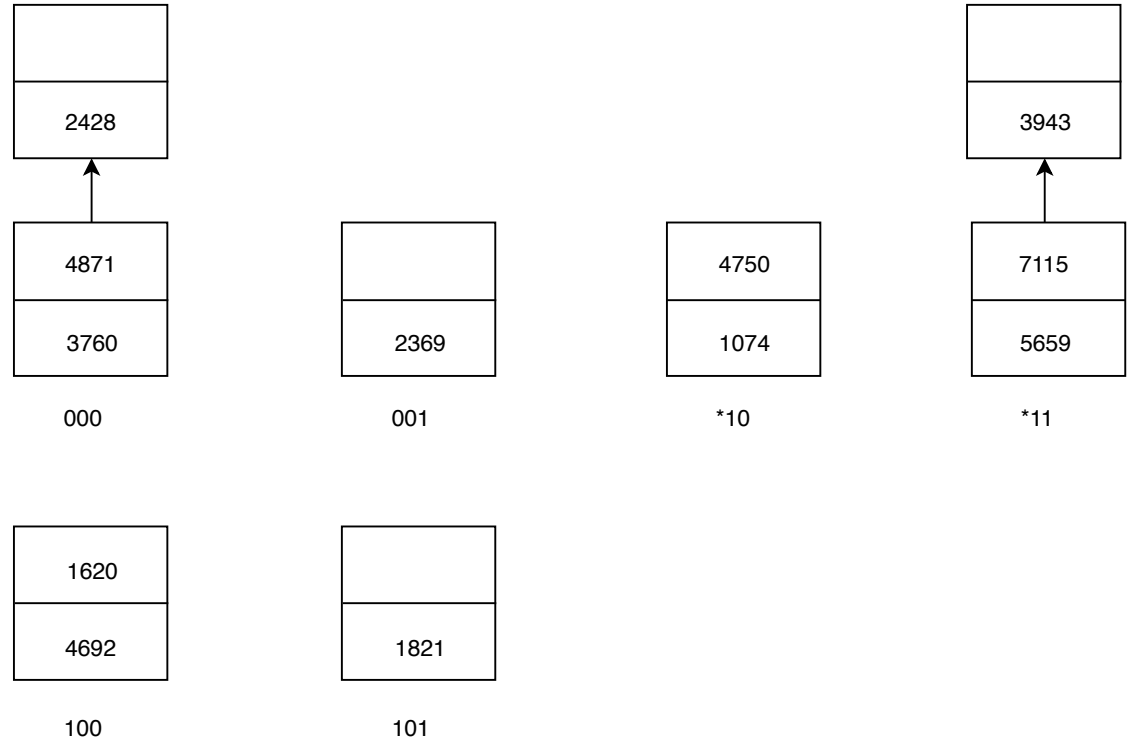
Εισαγωγή κλειδιού 3943
 $h(3943) = 3943 \bmod 8 = 7 (=0111)$

m = 101
i = 3
Utilization = 69%



Εισαγωγή κλειδιού 4750
 $h(4750) = 4750 \bmod 8 = 6 (=0110)$

m = 101
i = 3
Utilization = 75%



$$h(6975) = 6975 \bmod 8 = 7 (=0111)$$

Utilization = 81%



Utilization $\geq 80\%$. Άρα, το m αυξάνεται σε $m = 110$

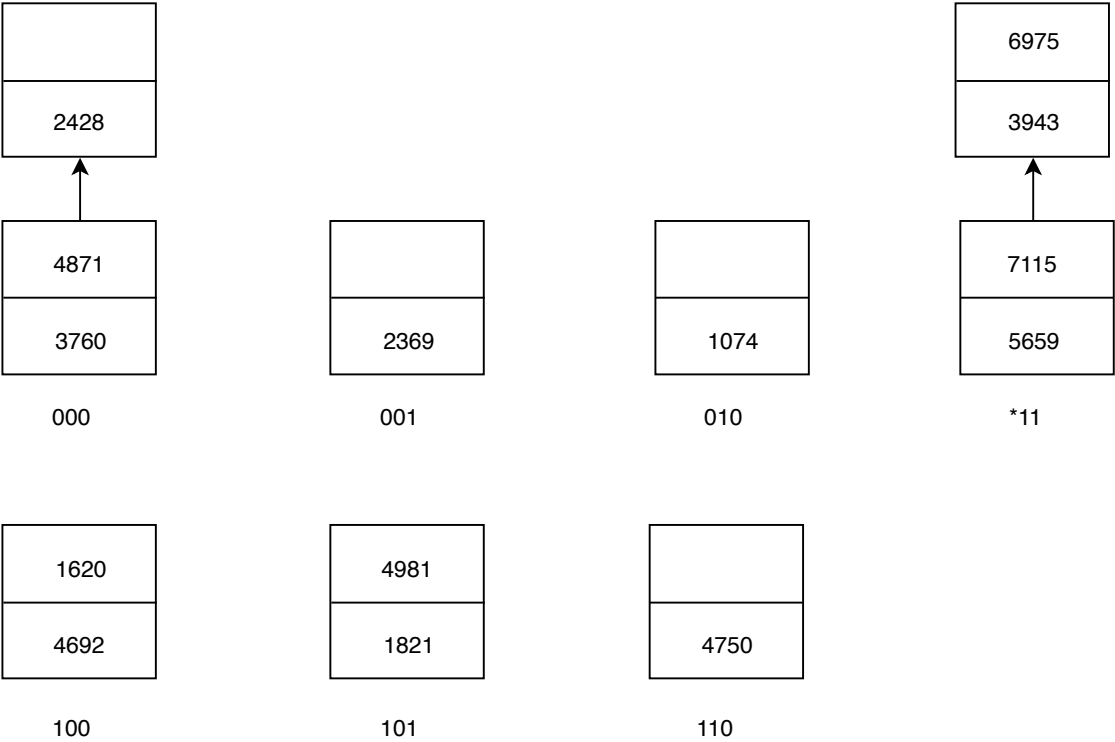
Utilization = 72%



110

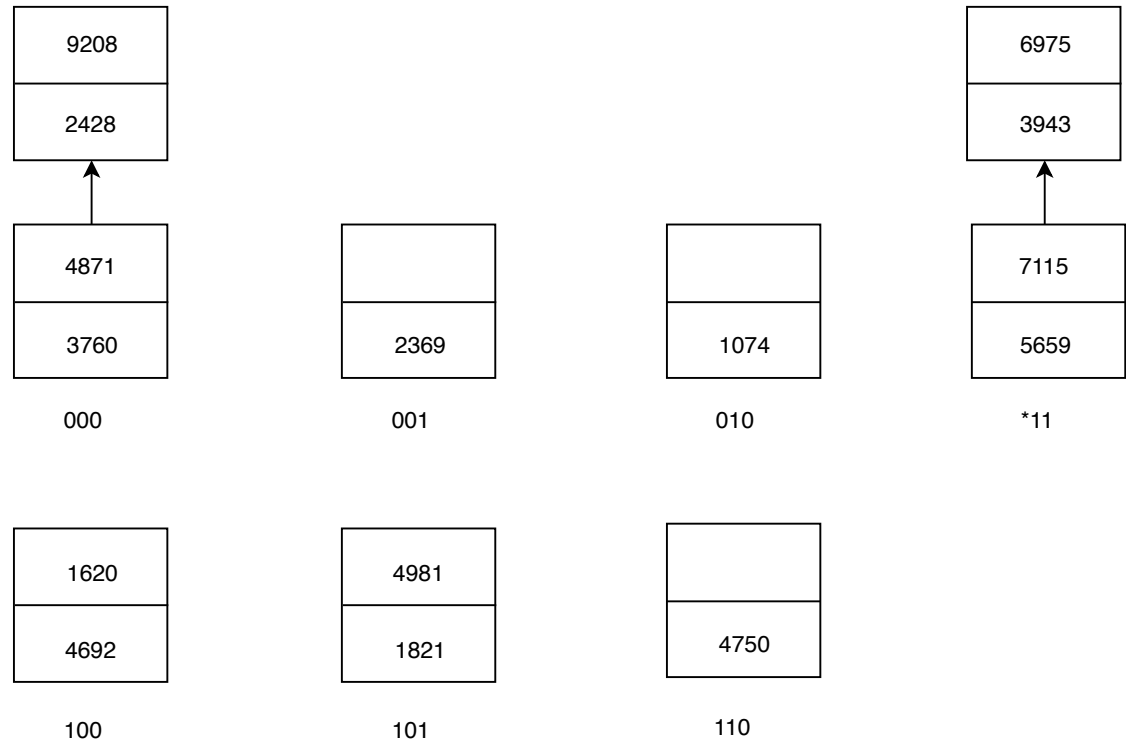
Εισαγωγή κλειδιού 4981
 $h(4981) = 4981 \bmod 8 = 5 (=0101)$

$m = 110$
 $i = 3$
Utilization = 78%



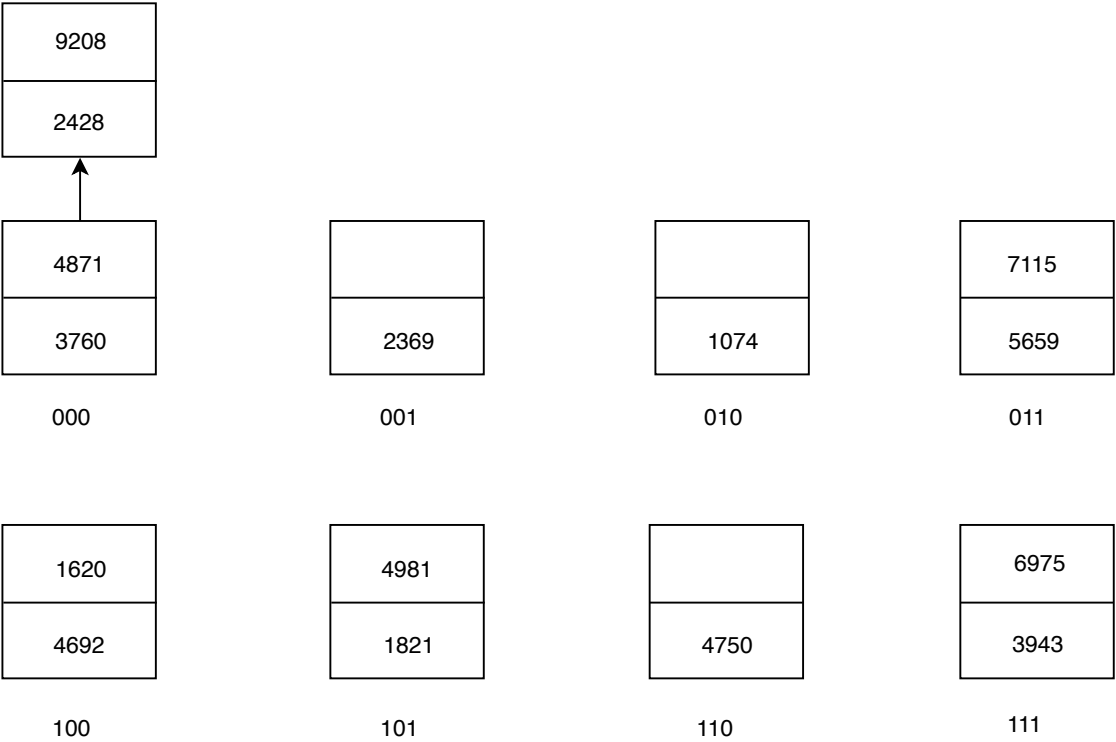
Εισαγωγή κλειδιού 9208
 $h(9208) = 9208 \bmod 8 = 0 (=0000)$

$m = 110$
 $i = 3$
Utilization = 83%



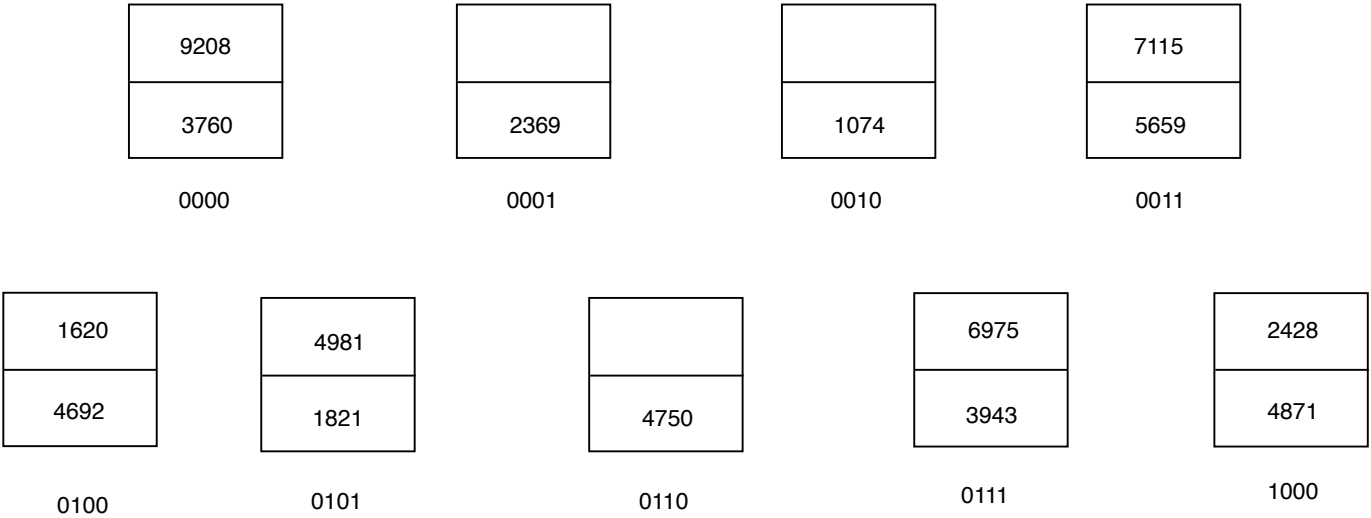
Utilization $\geq 80\%$. Άρα, το m αυξάνεται σε m = 111.

m = 111
i = 3
Utilization = 83%



Το Utilization εξακολουθεί να είναι $\geq 80\%$. Άρα αυξάνεται εκ νέου το m σε m = 1000 αλλά και το i σε i = 4

m = 1000
i = 4
Utilization = 83%



Το Utilization εξακολουθεί να είναι $\geq 80\%$. Άρα αυξάνεται το m σε $m = 1000$.

m = 1001
i = 4
Utilization = 75%

<div>9208</div> <div>3760</div>	<div></div> <div>2369</div>	<div></div> <div>1074</div>	<div>7115</div> <div>5659</div>	<div>1620</div> <div>4692</div>
0000	0001	0010	0011	0100
<div>4981</div> <div>1821</div>	<div></div> <div>4750</div>	<div>6975</div> <div>3943</div>	<div>2428</div> <div>4871</div>	<div></div> <div></div>
0101	0110	0111	1000	1001

Ο μέσος αριθμός προσπελάσεων για την ανάκτηση μιας εγγραφής, στη χειρότερη περίπτωση, δεδομένου του K# ισούται με : $(15+1)/2 = 8$ προσπελάσεις.