



DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Implementación de Sistemas de Rating Deportivos

Trabajo Práctico 1

3 de mayo, 2020

Métodos Numéricos

Grupo 4

| Integrante | LU | Correo electrónico |
|----------------------|--------|-------------------------|
| López Menardi, Justo | 374/17 | juslopezm@gmail.com |
| Strobl, Matías | 645/18 | matias.strobl@gmail.com |
| Yulita, Federico | 351/17 | fyulita@dc.uba.ar |

Resumen

Se implementaron dos distintos sistemas de rating de equipos en torneos: el sistema de porcentaje de victoria y el sistema de Colley. Se discutieron las ventajas y desventajas de cada uno cualitativa y cuantitativamente usando datos de partidos de la NBA del 2015-2016 y partidos de la Premier League del 2018-2019. También, se comparó el impacto del cambio de sistema de rating con otros cambios posibles como los de situación de empate entre equipos. Además, se detallaron las técnicas de manipulación de datos y de implementación de los algoritmos.

Palabras Clave: *Sistema de Colley, Sistemas de Rating, Sistemas de Ranking, Estadística Deportiva*



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

1. Introducción

En torneos, distintos métodos y reglas se utilizan para determinar posiciones relativas de calidad entre equipos en base sus desempeños en los partidos. Las reglas que se usen para determinar la posición de los equipos es de suma importancia y, por lo tanto, es de particular interés en el estudio de estadística deportiva. Se llama *ranking* al número ordinal que se le asigna en un torneo a un equipo en relación al resto bajo cierto método. [1] El *rating* es una cantidad asociada al equipo que sirve de puntaje para determinar el ranking del equipo. El método entonces refleja distintos sistemas de rating. Por ejemplo, en la USCF (*United States Chess Federation*) [2], la NBA lo (*National Basketball Association*) [3] y algunos videojuegos como el *League of Legends* [4] se ha utilizado el sistema de Elo, mientras que en NCAA (*National Collegiate Athletic Association*) se usa el sistema de Colley [5] y en NFL (*National Football League*) solía usarse el sistema de porcentaje de victoria [6]. En esta experiencia se va a determinar el ranking de equipos en distintos torneos y distintos deportes implementando dos sistemas distintos: el sistema de porcentaje de victoria y el sistema de Colley.

El sistema de porcentaje de victoria (conocido como *Winning Percentage* o *WP*) es un sistema que asigna el rating de cada equipo como el porcentaje de partidos ganados del mismo. Esta cantidad sirve como estimador de la probabilidad de que un equipo gane un partido. Sin embargo, no considera la probabilidad de que el otro equipo gane y, por lo tanto, puede pasar que la suma del rating de dos equipos que se enfrentan no de 1. Además, puede suceder que haya equipos que tengan 0 % o 100 % de probabilidades de ganar.

El sistema de Colley (conocido como *Colley Matrix Method* o *CMM*) [7] es un sistema cuyo rating se basa en la regla de sucesión de Laplace para estimar las probabilidades de que cierto equipo gane. Esta regla establece que dado un evento cuyos únicos posibles resultados son éxito o fracaso entonces un buen estimador de la probabilidad de que el próximo evento sea exitoso es

$$p = \frac{s + 1}{n + 2}$$

donde s es la cantidad de éxitos del evento y n la cantidad de eventos que se realizaron. [8] Lo que Colley propone es formar una matriz C con coeficientes

$$C_{ij} = \begin{cases} -n_{ij}, & i \neq j \\ 2 + n_i, & i = j \end{cases} \quad (1)$$

y un vector b con coeficientes

$$b_i = 1 + \frac{w_i - l_i}{2}, \quad (2)$$

donde n_{ij} es la cantidad de partidos que jugó el equipo i con el equipo j , n_i la cantidad total de partidos que jugó el equipo i , w_i es la cantidad de victorias del equipo i y l_i la cantidad de derrotas. Entonces, el rating de los equipos va a estar en forma de un vector r que cumpla que

$$C \cdot r = b. \quad (3)$$

Cada rating sirve de estimador de las probabilidades de que el equipo gane el próximo partido y, al basarse en la regla de sucesión de Laplace, no tiene los problemas de que puede ser 0 % o 100 % para algunos equipos. Sin embargo, al igual que para WP la suma de los ratings no necesariamente da 1.

2. Desarrollo

2.1. Algoritmos

Todos los algoritmos fueron implementados en C++. La estructura elegida para implementar vectores es `vector<double>` y para las matrices es `vector<vector<double>>`. Se utilizaron archivos con la extensión `.in` como entrada donde en la primera línea se esperaban dos números que indicaban la cantidad de equipos y de partidos respectivamente y luego en el resto de las líneas se esperaban 5 números que indicaban el partido, el primer equipo, los puntos del primer equipo, el segundo equipo y los puntos del segundo equipo respectivamente. Los algoritmos implementados devuelven archivos con extensión `.out` donde en cada línea se tiene el rating de cada equipo en orden.

2.1.1. WP

Este sistema es sencillo de implementar. Lo que se hizo fue crear un vector de tamaño T , donde T es la cantidad de equipos, y en cada posición se guardó el porcentaje de victoria de cada equipo - es decir - la cantidad de partidos ganados sobre la cantidad de partidos jugados. El objetivo de implementar este simple y básico sistema es poder experimentar y compararlo con otro más complejo y ver qué diferencias presentan en los resultados. A partir de esta experimentación, se juzgará subjetivamente cuál parece más apropiado en distintos contextos. En un principio, nos parece que este sistema es muy primitivo y carece de profundidad como para poder brindar un ranking adecuado.

La implementación utilizada del algoritmo es de tiempo lineal en la cantidad partidos y de equipos. Además, debido al condicional dentro del primer bucle, de haber un empate - es decir - si dos equipos tuvieron la misma cantidad de puntos entonces se le asignaría la victoria al equipo 2 (el de la derecha) en el archivo de entrada.

Tomando el caso de la NBA, al utilizar este sistema, es claro que no va a ser muy útil, ya que no todos los equipos juegan contra todos la misma cantidad de veces. En consecuencia, algunos equipos se enfrentarán a equipos mejores que otros y este sistema los penalizaría mucho por ello. Creemos que este sistema no es justo para los equipos que tienen un fixture más difícil que el resto. Aun así, si decidimos compararlo con el ranking real de la NBA, es probable que encontremos resultados bastante similares ya que en la liga real se forma un ranking solamente en base a la cantidad de victorias que tienen los equipos.

Lo mismo se puede decir al utilizarlo para la liga de fútbol inglesa, se espera encontrar resultados que se asimilen más al ranking real, con pocas diferencias ya que aquí no se consideran los empates.

2.1.2. CMM

Se tomó $\Gamma = \{1, 2, \dots, T\}$ como el conjunto de equipos, $C \in \mathbb{R}^{T \times T}$ la matriz de Colley y b el vector de Colley como se detallan en las ecuaciones (1) y (2) respectivamente. Va a ser necesario para explicar la implementación del sistema explicar ciertas propiedades de la matriz de Colley. Una de estas propiedades es que es simétrica, ya que $n_{ij} = n_{ji}$. Otra, es que es una matriz estrictamente diagonal dominante - es decir - que cumple que

$$|C_{ii}| > \left| \sum_{j=1, j \neq i}^T C_{ij} \right| \quad \forall i \in \Gamma.$$

Esto se justifica ya que la suma de la derecha es la cantidad total de partidos n_{ii} (en módulo) y $C_{ii} = n_{ii} + 2$. Esta última propiedad es útil ya que nos permite resolver la ecuación (3) usando el método de eliminación gaussiana sin permutaciones de filas o columnas.

La implementación utilizada del algoritmo es de tiempo cuadrático en la cantidad de equipos y lineal en la cantidad de partidos. Al igual que para WP, debido al condicional dentro del segundo bucle, de haber un empate - es decir - si dos equipos tuvieron la misma cantidad de puntos entonces se le asignaría la victoria al equipo 2 (el de la derecha) en el archivo de entrada.

Al crear un ranking para la NBA con este sistema, se espera obtener un ranking distinto al de WP y el real, principalmente por el hecho de que CMM busca ajustarse a la dificultad del fixture de cada equipo y disociarse del sistema de conferencias. Al hacer eso, probablemente produzca una tabla con permutaciones significativas para varios equipos. Por estas mismas razones, se espera que al experimentar con la liga inglesa de fútbol el sistema reproduzca un resultado similar al real y probablemente mejor que el resultado de WP.

2.2. Empates

Se decidió no trabajar puntualmente con los casos de empate. Sin embargo, en caso de tener empates en los torneos elegidos, específicamente en la liga de fútbol inglesa, se tomará como ganador de tal partido al equipo visitante. Para asegurarnos de esto al crear los archivos de entrada se aseguró colocar siempre al equipo visitante a la derecha - es decir - como el equipo 2. También, se modificaron los

rankings oficiales de tales ligas en fin de poder compararlos con los rankings obtenidos a partir de los algoritmos implementados.

3. Resultados y Discusión

3.1. Análisis Cuantitativo

El error obtenido en los rankings generados por los métodos es un detalle de suma importancia a la hora de evaluar la efectividad de los algoritmos implementados. Por ello, se ha implementado un algoritmo en Python (Notebook.ipynb) que compare el archivo esperado por todos los tests generados por la cátedra y por nosotros, con el archivo .out generado por los algoritmos.

En todos los casos se obtuvo un margen de error menor que 10^{-4} , que es la tolerancia máxima impuesta por la cátedra.

3.2. Análisis Cualitativo

3.2.1. NBA

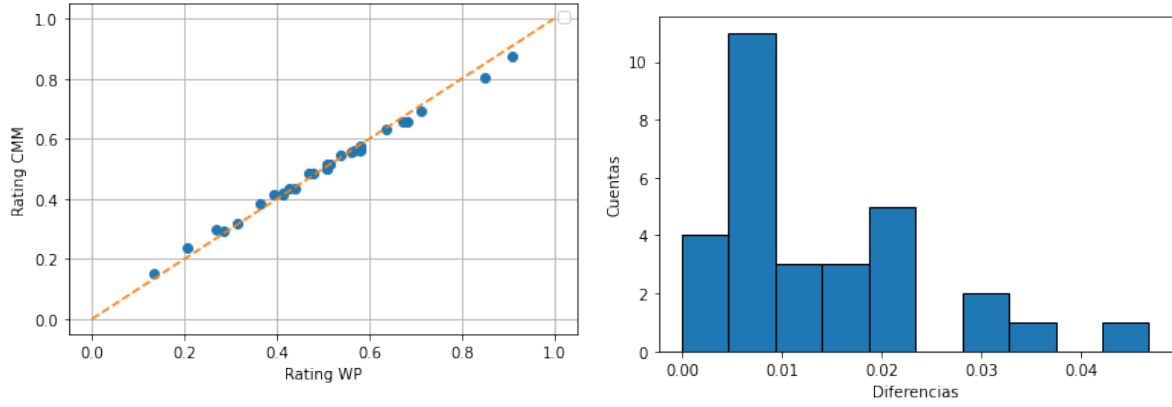
Uno de los torneos elegidos fue el torneo de la NBA Standings del año 2015-2016. [9] Esta liga en la realidad utiliza el mismo sistema de ranqueo que el WP, solamente que lo emplea en dos conferencias distintas, y esto a la hora de decidir quiénes pasan al final de la temporada regular a la etapa de playoffs influye fuertemente ya que pueden llegar a pasar equipos con menor rating que otros que se quedan afuera. Vale aclarar que el objetivo principal de la temporada es quedar en el top 8 de su conferencia y así pasar a la fase de playoffs (eliminatória). De ahí el objetivo es llegar a la final y obtener el título. Por ende, el ranking que se obtiene a partir de analizar solo la temporada regular no refleja el ranking verdadero al final del año, ya que cualquiera del top 16 de toda la liga puede salir campeón.

Por estas razones, y ya que solo se utilizaron datos de la temporada regular, se compararán los dos algoritmos implementados con respecto al ranking global (un merge de los rating de todos los equipos de la liga) que brindaron y se analizará en particular qué equipos (top 16) pasarían a la siguiente etapa. Por otro lado, también se compa-

| Pos. | Equipo | CMM | Pos. | Equipo | WP |
|------|--------------|--------|------|--------------|--------|
| 1 | Golden State | 0.8741 | 1 | Golden State | 0.9091 |
| 2 | San Antonio | 0.8040 | 2 | San Antonio | 0.8507 |
| 3 | Cleveland | 0.6924 | 3 | Cleveland | 0.7121 |
| 4 | Toronto | 0.6593 | 4 | Toronto | 0.6818 |
| 5 | Oklahoma | 0.6555 | 5 | Oklahoma | 0.6716 |
| 6 | LA Clippers | 0.6297 | 6 | LA Clippers | 0.6364 |
| 7 | Miami | 0.5774 | 7 | Miami | 0.5821 |
| 8 | Boston | 0.5657 | 8 | Boston | 0.5821 |
| 9 | Memphis | 0.5632 | 9 | Memphis | 0.5821 |
| 10 | Atlanta | 0.5588 | 10 | Atlanta | 0.5672 |
| 11 | Charlotte | 0.5582 | 11 | Charlotte | 0.5606 |
| 12 | Indiana | 0.5480 | 12 | Indiana | 0.5373 |
| 13 | Chicago | 0.5160 | 13 | Portland | 0.5147 |
| 14 | Portland | 0.5159 | 14 | Chicago | 0.5077 |
| 15 | Houston | 0.5113 | 15 | Houston | 0.5075 |
| 16 | Dallas | 0.5022 | 16 | Dallas | 0.5075 |
| 17 | Detroit | 0.5002 | 17 | Detroit | 0.5075 |
| 18 | Utah | 0.4872 | 18 | Utah | 0.4776 |
| 19 | Washington | 0.4837 | 19 | Washington | 0.4697 |
| 20 | Milwaukee | 0.4350 | 20 | Orlando | 0.4394 |
| 21 | Orlando | 0.4322 | 21 | Milwaukee | 0.4265 |
| 22 | Denver | 0.4209 | 22 | Denver | 0.4118 |
| 23 | New York | 0.4144 | 23 | New York | 0.4118 |
| 24 | Sacramento | 0.4128 | 24 | Sacramento | 0.3940 |
| 25 | New Orleans | 0.3845 | 25 | New Orleans | 0.3636 |
| 26 | Minnesota | 0.3200 | 26 | Minnesota | 0.3134 |
| 27 | Phoenix | 0.2989 | 27 | Brooklyn | 0.2836 |
| 28 | Brooklyn | 0.2907 | 28 | Phoenix | 0.2687 |
| 29 | LA Lakers | 0.2367 | 29 | LA Lakers | 0.2059 |
| 30 | Philadelphia | 0.1508 | 30 | Philadelphia | 0.1343 |

(a) Ranking de la NBA usando el método CMM. (b) Ranking de la NBA usando el método WP.

Tabla 1: Rankings de la NBA 2015-2016 acorde a cada método. [9]



(a) Ratings de la NBA graficados entre sí. La recta naranja representa los valores de $y = x$. (b) Diferencias absolutas entre ambos ratings.

Figura 1: Comparación entre ambos ratings (CMM y WP) para los equipos de la liga de la NBA.

rarán con el top 16 real de la liga

que en su momento logró pasar a los playoffs (top 8 de las 2 conferencias).

Para esta liga, los algoritmos se comportaron de forma bastante similar. Se observaron pocas diferencias en el ranking de ambos sistemas, siendo todas las diferencias de una posición, una simple permutación de posiciones entre dos equipos. Esto se debe a que el simple y básico sistema de WP proporciona numerosos empates de rating entre equipos, mientras que el sistema CMM logra diferenciar el rating de estos equipos, generando un ranking distinto pero sin empates.

| Pos. | CMM/WP | Oficial |
|------|--------------|--------------|
| 1 | Golden State | Golden State |
| 2 | San Antonio | San Antonio |
| 3 | Cleveland | Cleveland |
| 4 | Toronto | Toronto |
| 5 | Oklahoma | Oklahoma |
| 6 | LA Clippers | LA Clippers |
| 7 | Miami | Miami |
| 8 | Boston | Atlanta |
| 9 | Memphis | Boston |
| 10 | Atlanta | Charlotte |
| 11 | Charlotte | Indiana |
| 12 | Indiana | Detroit |
| 13 | Portland | Portland |
| 14 | Chicago | Dallas |
| 15 | Houston | Memphis |
| 16 | Dallas | Houston |

Tabla 2: Rankings de la NBA 2016-2017 según los métodos implementados y según el método oficial. [9]

En la **Tabla 4** se puede ver el ranking de los equipos y sus respectivos ratings usando el algoritmo CMM (4a) y WP (4b). Nótese que las posiciones de los equipos no varía tanto en comparación a WP, y que simplemente se ven permutados un par de equipos. Algunos equipos permutados son, por ejemplo, Chicago y Portland o Phoenix y Brooklyn. Tal como se dijo antes, hay casos de empate en WP que con CMM se pudieron diferenciar, como Miami y Boston por ejemplo, y principalmente a raíz de esto es que vemos una leve diferencia.

Es importante tener en cuenta son los equipos que alcanzan los playoffs. Tal como se mencionó antes, los primeros 8 de cada conferencia logran avanzar. Aquí se puede ver quiénes son estos 16 totales. Es fácil de notar que hay un par de equipos que llegan a las eliminatorias habiendo ganado menos partidos que otros equipos que quedaron afuera. Esto se debe a que pertenecen a distintas divisiones, y es por eso que Chicago quedó afuera, ya que si hubiera estado en la Conferencia Oeste hubiese clasificado a los playoffs.

Habiendo establecido que lo más importante es clasificar a los playoffs, si uno observa la **Tabla 2** se puede comparar directamente entre el top 16 de ambos algoritmos y a su lado el top 16 real del 2016 (WP y CMM brindaron el mismo top 16). Vemos como Detroit en la realidad clasificó a playoffs y sin embargo los algoritmos lo dejarían afuera (una diferencia de 4 posiciones), y también cómo Chicago clasificaría según nuestros algoritmos mientras que en la realidad quedó afuera. Más allá de eso, a partir de la 7ma posición ya varía bastante el ranking y aunque uno piense que esto no importa ya que el top 16 clasifica a los playoffs, la realidad es que el posicionamiento global trae ventajas durante la etapa de eliminatorias tal como tener un partido demás de local en las series de juegos. Esto quiere decir que hay equipos que podrían ser favorecidos o desfavorecidos fuertemente por el hecho de calcular con CMM en vez del modelo oficial.

En la **Figura 1** se pueden ver un gráfico de los ratings para cada equipo graficados entre sí (**1a**) y un histograma para las diferencias absolutas entre ambos ratings (**1b**). En el gráfico nótese que todos los puntos son cercanos a la recta $y = x$. Esto sugiere que los valores de los ratings son muy parecidos entre sí para esta liga, como se había visto previamente en las tablas. Con el histograma es evidente que la mayoría de las diferencias entre ambos ratings para un equipo son menores que 0.025, la mayor diferencia siendo menor que 0.05. Esto explica por qué ambos rankings son tan parecidos, sólo los equipos cuya diferencia en rating es menor que 0.05 pueden ser afectados en el ranking (como Phoenix y Brooklyn, por ejemplo).

Finalmente, si uno decidiera utilizar el sistema CMM para la liga de la NBA 2015-2016 se podría decir que realmente los “mejores” equipos clasifican a los playoffs, ya que en teoría no debería haber preferencia por ninguna conferencia y mucho menos cupos definidos. El top 16 que clasificaría debería tener un rating libre de sesgos (teniendo en cuenta que todos los equipos no juegan la misma cantidad de veces entre ellos) y esto brindaría una forma más justa de clasificación y potencialmente unos playoffs más competitivos.

3.2.2. Premier League

El segundo torneo que se eligió fue la Premier League del 2018-2019. [10] En la **Tabla 5** se puede ver el ranking obtenido por los tres distintos sistemas de rating implementados para este caso (**5**) y el ranking oficial (**3b**).

En el ranking oficial, la temporada consta de 20 equipos donde cada uno se enfrenta dos veces (una vez de local y otra de visitante) con el resto. De esta manera, cada equipo al final del torneo habrá jugado 38 partidos. El reparto de puntos es simple: 3 para el equipo que gane el partido y 0 para el perdedor, y en el caso de empate, 1 para cada uno.

Se puede ver claramente en la **Tabla 5** que si bien el rating de cada equipo es levemente distinto dependiendo de qué método se esté empleando, el resultado final de la tabla de posiciones no se ve modificado. Ambos métodos funcionan bien, ya que no hay partidos más importantes que otros. Todos los equipos se enfrentan con todos y el ganador del torneo es aquel que ganó más partidos. Nótese además que a diferencia del torneo de la NBA en este caso el algoritmo CMM no sirve para diferenciar los empates de WP. En este caso equipos como Everton y Newcastle o Brighton y Southampton empatan en el rating de CMM, WP y SO. El rating SO es el rating “semi-oficial” que se implementó, donde cada partido ganado vale 3 puntos, cada partido perdido vale 0 puntos y en caso de empate la victoria va para el equipo visitante.

Si se comparan el ranking generado por los algoritmos implementados con el ranking oficial nótese que se encuentran importantes diferencias. Para empezar, el ganador es distinto en ambos casos, ya que es el Liverpool para los algoritmos y el Manchester City para el oficial. Además, hay equipos como el Arsenal o el Newcastle que los algoritmos posicionaron significativamente más alto que el ranking oficial. Esto puede deberse a que hubo empates en el que estos equipos eran visitantes y entonces se vieron beneficiados por la decisión tomada de otorgar victoria al equipo visitante. Esta diferencia además se ve reflejada en el hecho de que los puntajes de SO son, en general, mayores que los oficiales, ya que en caso de empate ambos equipos reciben menos que tres puntos en el rating oficial. Nótese que estas diferencias se deben principalmente a la decisión que se tomó para tratar empates y no por el algoritmo utilizado.

En la **Figura 2** se pueden ver un gráfico de los ratings para cada equipo graficados entre sí (**2a**) y un histograma para las diferencias absolutas entre ambos ratings (**2b**). Al igual que para la NBA todos los puntos son cercanos a la recta $y = x$ y entonces los ratings son muy parecidos entre sí. Con el histograma es evidente que la mayoría de las diferencias entre ambos ratings para un equipo son menores que 0.02, la mayor diferencia siendo menor que 0.04. Nótese que en comparación a la NBA las diferencias para ambos métodos son incluso menores, lo cual explica por qué no hay variación en el ranking. Esto puede deberse a que en esta liga todos los equipos juegan entre í y por lo tanto se minimiza la variación del rating.

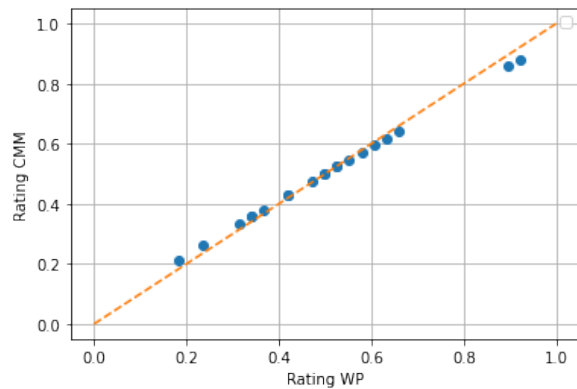
| Pos. | Equipo | CMM | WP | SO |
|------|-------------------|--------|--------|-----|
| 1 | Liverpool | 0.8809 | 0.9210 | 105 |
| 2 | Manchester City | 0.8571 | 0.8947 | 102 |
| 3 | Arsenal | 0.6429 | 0.6579 | 75 |
| 4 | Chelsea | 0.6190 | 0.6316 | 72 |
| 5 | Tottenham | 0.5952 | 0.6052 | 69 |
| 6 | Manchester United | 0.5714 | 0.5789 | 66 |
| 7 | Wolves | 0.5476 | 0.5526 | 63 |
| 8 | Everton | 0.5238 | 0.5263 | 60 |
| 9 | Newcastle | 0.5238 | 0.5263 | 60 |
| 10 | Leicester | 0.5000 | 0.5000 | 57 |
| 11 | Watford | 0.5000 | 0.5000 | 57 |
| 12 | West Ham | 0.4762 | 0.4737 | 54 |
| 13 | Crystal Palace | 0.4286 | 0.4210 | 48 |
| 14 | Burnley | 0.4286 | 0.4210 | 48 |
| 15 | Bournemouth | 0.3810 | 0.3684 | 42 |
| 16 | Brighton | 0.3571 | 0.3421 | 39 |
| 17 | Southampton | 0.3571 | 0.3421 | 39 |
| 18 | Cardiff | 0.3333 | 0.3158 | 36 |
| 19 | Fulham | 0.2619 | 0.2368 | 27 |
| 20 | Huddersfield | 0.2143 | 0.1842 | 21 |

(a) Ranking de la Premier League por los tres algoritmos.

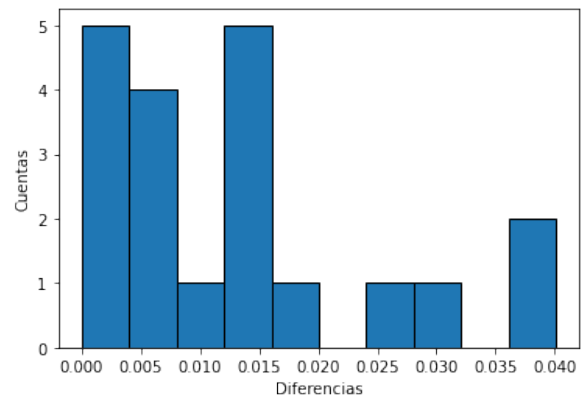
| Pos. | Equipo | Pts. |
|------|-------------------|------|
| 1 | Manchester City | 98 |
| 2 | Liverpool | 97 |
| 3 | Chelsea | 72 |
| 4 | Tottenham | 71 |
| 5 | Arsenal | 70 |
| 6 | Manchester United | 66 |
| 7 | Wolves | 57 |
| 8 | Everton | 54 |
| 9 | Leicester | 52 |
| 10 | West Ham | 52 |
| 11 | Watford | 50 |
| 12 | Crystal Palace | 49 |
| 13 | Newcastle | 45 |
| 14 | Bournemouth | 45 |
| 15 | Burnley | 40 |
| 16 | Southampton | 39 |
| 17 | Brighton | 36 |
| 18 | Cardiff | 34 |
| 19 | Fulham | 26 |
| 20 | Huddersfield | 16 |

(b) Ranking oficial de la Premier League.

Tabla 3: Rankings de la Premier League acorde a cada algoritmo. [10]



(a) Ratings de la EFL graficados entre sí. La recta naranja representa los valores de $y = x$.



(b) Diferencias absolutas entre ambos ratings.

Figura 2: Comparación entre ambos ratings (CMM y WP) para los equipos de la liga de la EFL.

3.3. Experimentación

3.3.1. Predicciones con Algoritmos

En esta sección, se analizarán los resultados que se encontraron a partir de las predicciones basadas en los ratings que devolvieron los algoritmos. Se experimentó de forma distinta para ambas ligas por la naturaleza idiosincrática de cada una.

Comenzando con la Liga Inglesa de Fútbol, se decidió tomar el rating de todos los equipos a la altura de la antepenúltima fecha y predecir en base a estos cuál sería el resultado de los partidos de la siguiente (anteúltima) fecha. Si se hubiera elegido una fecha más cercana al comienzo del torneo se habría tenido que lidiar con ratings de menor desarrollo y más sesgados debido al menor nivel de completitud del fixture hasta ese momento. En cambio, tomando una fecha más cercana al final se logra utilizar ratings que ya tienen trayectoria con equipos que ya jugaron todos contra todos (casi 2 veces).

Con respecto a la predicción, se decidía el ganador en base a cuál de los dos equipos tenía mayor rating (y si eran iguales entonces un empate). Utilizando este método con los ratings de ambos algoritmos, se logra predecir con un 80 % de eficacia. Se podría potencialmente alcanzar un número mayor o menor de eficacia si los empates no fueran posibles, ya que en los casos donde hubo empate, se toma al visitante como el ganador (y esto no refleja lo que realmente hubiera sucedido si se jugara un tiempo extra).

Por otro lado, se tiene a la liga de la NBA. Con esta liga se tomó otro camino para experimentar sobre ella. Si uno quisiera utilizar una de las últimas fechas para predecir los resultados en base a los ratings de ese momento, no encontraría resultados deseados ya que, en general, para esas instancias ya la mayoría de los equipos saben si entran o no a los playoffs (lo único que importa). Por ende, en base a estas circunstancias, guardan a los jugadores estrella así descansan para los partidos importantes de las eliminatorias. Esto provoca que equipos con muy buenos ratings que emplean esta técnica puedan llegar a perder contra equipos de ratings bajos, causando que la predicción pierda mucha eficacia y produciendo datos no indicadores de lo que se busca. Por eso mismo es que se experimenta con los ratings de los equipos a mitad del torneo y se predice los resultados de la siguiente fecha tal como con la Liga Inglesa.

Para este caso, ambos algoritmos nuevamente obtienen el mismo porcentaje de aciertos alcanzando un 66 % de eficacia. Hay que tomar en cuenta que para esta experimentación se tomaron casi el doble de partidos que los que se utilizaron para la Liga Inglesa. Además, todos los resultados en los que se equivocan los algoritmos predictivos, son partidos entre equipos de ratings muy parejos (0,10 de máxima diferencia de rating). A raíz de esto, siendo algoritmos predictivos tan primitivos que solo se basan en comparación directa de ratings para predecir resultados, un 66 % no es un fracaso absoluto.

3.3.2. Cambios frente a Resultados Inesperados

Lo siguiente que se consideró fue el efecto en el rating de resultados inesperados de los partidos. A lo que nos referimos es que se vio cómo cambiaba el rating si un equipo cuyo rating es significativamente menor (o mayor) que el del contrincante gana (o pierde) un partido. Para esto se eligió que en cada liga un equipo con rating bajo gane tres partidos contra equipos con rating alto y otro equipo con rating alto pierda tres partidos contra equipos con rating bajo. Esperamos que la diferencia (en subida o bajada) de rating sea aproximadamente la misma para cada equipo, ya que en ambos algoritmos no hay nada que haga que una victoria valga más que una derrota o viceversa.

3.3.3. NBA

Para la liga de la NBA hicimos que Minnesota (ranking 26 de 30) gane un partido contra Golden State, San Antonio y Cleveland (rankings 1, 2 y 3 de 30 respectivamente) e hicimos que Toronto (ranking 4 de 30) pierda un partido contra Philadelphia, LA Lakers y Brooklyn (rankings 30, 29 y 28/27 de 30 respectivamente). Para Minnesota su rating CMM incrementó de 0.3200 a 0.3591 (0.0391 puntos) y su rating WP incrementó de 0.3134 a 0.3429 (0.0295 puntos). Para Toronto su rating CMM bajó de 0.6593 a 0.6216 (0.0377 puntos) y su rating WP bajó de 0.6818 a 0.6522 (0.0296 puntos). El rating de los equipos que jugaron cambiaron un poco también y el rating CMM de los equipos que no jugaron no cambiaron mucho. Nótese que los cambios de rating de Minnesota y Toronto son muy parecidos, aunque estos causaron que Toronto baje de puesto en el ranking mientras que Minnesota no cambió ya que el resto de los equipos le llevaban más diferencia. Nótese también que el cambio en el rating de CMM es significativamente mayor al cambio en el rating de WP. Esto sugiere que el algoritmo CMM es más susceptible a resultados inesperados frente a mayores diferencias de rating entre equipos.

Para la liga de la EFL hicimos que Southampton (ranking 17 de 20) gane un partido contra Liverpool, Manchester City y Arsenal (rankings 1, 2 y 3 de 20 respectivamente) e hicimos que Chelsea (ranking 4 de 20) pierda un partido contra Huddersfield, Fulham y Cardiff (rankings 20, 19 y 18 de 20 respectivamente). Para Southampton su rating CMM incrementó de 0.3571 a 0.4182 (0.0611 puntos) y su rating WP incrementó de 0.3421 a 0.3902 (0.0481 puntos). Para Chelsea su rating CMM bajó de 0.6190 a 0.5637 (0.0553 puntos) y su rating WP bajó de 0.6316 a 0.5853 (0.0463 puntos). Al igual que para la NBA, el rating de los equipos que jugaron cambiaron un poco también y el rating CMM de los equipos que no jugaron no cambiaron mucho. También, los cambios de rating de Southampton y Chelsea son muy parecidos y causaron que el Chelsea baje uno o dos puestos y el Southampton suba dos puestos. Nótese también que el cambio en el rating de CMM es significativamente mayor al cambio en el rating de WP. Esto concuerda con los resultados que obtuvimos usando la NBA y con la hipótesis.

| Pos. | Equipo | CMM |
|------|--------------|--------|
| 1 | Golden State | 0.8596 |
| 2 | San Antonio | 0.7925 |
| 3 | Cleveland | 0.6804 |
| 4 | Oklahoma | 0.6570 |
| 5 | LA Clippers | 0.6299 |
| 6 | Toronto | 0.6216 |
| 7 | Miami | 0.5765 |
| 8 | Boston | 0.5659 |
| 9 | Memphis | 0.5645 |
| 10 | Atlanta | 0.5593 |
| 11 | Charlotte | 0.5581 |
| 12 | Indiana | 0.5475 |
| 13 | Portland | 0.5163 |
| 14 | Chicago | 0.5149 |
| 15 | Houston | 0.5112 |
| 16 | Dallas | 0.5030 |
| 17 | Detroit | 0.5000 |
| 18 | Utah | 0.4869 |
| 19 | Washington | 0.4817 |
| 20 | Milwaukee | 0.4340 |
| 21 | Orlando | 0.4326 |
| 22 | Denver | 0.4216 |
| 23 | New York | 0.4142 |
| 24 | Sacramento | 0.4127 |
| 25 | New Orleans | 0.3850 |
| 26 | Minnesota | 0.3591 |
| 27 | Brooklyn | 0.3021 |
| 28 | Phoenix | 0.2989 |
| 29 | LA Lakers | 0.2367 |
| 30 | Philadelphia | 0.1639 |

(a) Ranking de la NBA usando el método CMM.

| Pos. | Equipo | WP |
|------|--------------|--------|
| 1 | Golden State | 0.8955 |
| 2 | San Antonio | 0.8382 |
| 3 | Cleveland | 0.7015 |
| 4 | Oklahoma | 0.6716 |
| 5 | Toronto | 0.6522 |
| 6 | LA Clippers | 0.6364 |
| 7 | Miami | 0.5821 |
| 8 | Boston | 0.5821 |
| 9 | Memphis | 0.5821 |
| 10 | Atlanta | 0.5672 |
| 11 | Charlotte | 0.5606 |
| 12 | Indiana | 0.5373 |
| 13 | Portland | 0.5147 |
| 14 | Chicago | 0.5077 |
| 15 | Houston | 0.5075 |
| 16 | Dallas | 0.5075 |
| 17 | Detroit | 0.5075 |
| 18 | Utah | 0.4776 |
| 19 | Washington | 0.4697 |
| 20 | Orlando | 0.4394 |
| 21 | Milwaukee | 0.4265 |
| 22 | Denver | 0.4118 |
| 23 | New York | 0.4118 |
| 24 | Sacramento | 0.3939 |
| 25 | New Orleans | 0.3636 |
| 26 | Minnesota | 0.3429 |
| 27 | Brooklyn | 0.2941 |
| 28 | Phoenix | 0.2687 |
| 29 | LA Lakers | 0.2174 |
| 30 | Philadelphia | 0.1471 |

(b) Ranking de la NBA usando el método WP.

Tabla 4: Rankings de la NBA 2015-2016 acorde a cada método. [9]

| Pos. | Equipo | CMM | WP |
|------|-------------------|--------|--------|
| 1 | Liverpool | 0.8586 | 0.8974 |
| 2 | Manchester City | 0.8353 | 0.8718 |
| 3 | Arsenal | 0.6260 | 0.6410 |
| 4 | Tottenham | 0.5952 | 0.6053 |
| 5 | Chelsea | 0.5637 | 0.5854 |
| 6 | Manchester United | 0.5714 | 0.5789 |
| 7 | Wolves | 0.5476 | 0.5526 |
| 8 | Everton | 0.5238 | 0.5263 |
| 9 | Newcastle | 0.5238 | 0.5263 |
| 11 | Watford | 0.5000 | 0.5000 |
| 10 | Leicester | 0.5000 | 0.5000 |
| 12 | West Ham | 0.4762 | 0.4737 |
| 13 | Burnley | 0.4462 | 0.4444 |
| 14 | Crystal Palace | 0.4286 | 0.4211 |
| 15 | Southampton | 0.4182 | 0.3902 |
| 16 | Bournemouth | 0.3810 | 0.3684 |
| 17 | Brighton | 0.3571 | 0.3421 |
| 18 | Cardiff | 0.3503 | 0.3333 |
| 19 | Fulham | 0.2806 | 0.2564 |
| 20 | Huddersfield | 0.2340 | 0.2051 |

Tabla 5: Ranking de la Premier League modificada por los dos algoritmos.

3.4. ¿Es CMM justo?

En principio, se puede observar que el método de CMM no implica un cambio muy grande con respecto al ranking obtenido en los torneos por su método oficial. En los ejemplos trabajados no hay ningún equipo que haya variado rotundamente su posición. Esto, en cierta medida, era lo esperable debido a que al fin y al cabo todos los rankings buscan otorgar mejores posiciones a aquellos equipos o jugadores que hayan tenido mejores resultados en sus partidos disputados.

Sin embargo, tal cual se menciona en la sección de NBA, se puede ver que el campeón cambia con respecto al torneo original, y esto se debe a que en el oficial, los equipos pasan a instancias superiores eliminatorias donde los partidos empiezan a tener una mayor importancia que los previos. De este modo, el campeón no será aquel que haya ganado mas partidos, sino aquel que haya ganado los más importantes. Esto no es algo que contemple el metodo CMM implementado. Donde el campeón fue aquel equipo que ganó más partidos.

En el momento de hacer la experimentacion nos encontramos con resultados interesantes de observar para determinar si el algoritmo de CMM es justo. La experimentación que se ha decidido seguir consiste, como bien se detalla en la seccion correspondiente, en hacer que equipos con poco rating le ganen una serie de partidos adicionales a aquellos equipos que se encuentran liderando la tabla. En la tabla de WP se puede ver que el rating de aquellos equipos que no han disputado ningun partido adicional, se encuentran con exactamente la misma cantidad de puntos que en la tabla original. Esto era lo esperable ya que este rating solamente esta determinado por aquellos partidos que dicho equipo haya ganado sobre la cantidad de partidos jugados. De modo que cualquier partido jugado por equipos ajenos no influye en su rating.

Con el algoritmo de CMM pasó algo distinto. Aquellos equipos que no fueron parte de los partidos adicionales jugados, sí modificaron su rating. Si bien en el caso experimentado fue leve, en un torneo donde haya una cantidad mayor en la diferencia de partidos jugados por distintos equipos, esto podría traer resultados distintos. En este tipo de casos, se podría considerar que el CMM plantea un método más justo, donde el rating de cada equipo se adecuaría a la dificultad que conlleva ganarle a dicho equipo, basado en la cantidad de partidos ganados y perdidos del mismo.

Sin embargo, en un caso como el de la liga de futbol inglesa, donde cada equipo juega contra todos los que disputen dicho torneo, el algoritmo de CMM puede plantear un nivel de dificultad innecesario.

En el ejemplo trabajado se puede ver que el resultado obtenido tanto por el CMM como por el WP son prácticamente idénticos, con sutiles diferencias. Por lo cual no pareciera ser necesario reemplazar el metodo WP, que es más sencillo y práctico que el CMM.

4. Conclusiones

En el presente trabajo, se han estudiado dos métodos para abordar el problema de determinar el ranking de equipos en una competencia en base a los resultados de un conjunto de partidos. Los sistemas implementados fueron el de porcentaje de victoria (*WP*) y el de la matriz de Colley (*CMM*) usando el algoritmo de eliminación gaussiana sin permutaciones. Se pudo observar que, en comparacion con el WP, con CMM cada equipo tenía un peso adicional. Este peso dependía exclusivamente de la cantidad de partidos previos que el equipo ya había disputado. De esta forma, es más difícil ganarle a un equipo que haya ganado todos sus partidos que a uno que los haya perdido. Esto en WP es distinto, aquí se genera un ranking que no estaría a la altura en un torneo donde no hubo suficientes partidos.

Luego se estudiaron dos competencias reales: la temporada 2015-2016 de la NBA y la temporada 2018-2019 de la Premier League. En la primera, se halló que el CMM devuelve una tabla de posiciones bastante similar a la otorgada oficialmente por el campeonato. Sin embargo, en la instancia en la que el torneo pasa a instancias eliminatorias, se dejó en evidencia que el CMM no es el método más acorde para respetar las reglas y las fases de la competencia. Esto sucede debido a que los enfrentamientos empezaban a gozar de una importancia y un peso adicional que el método no tenía en cuenta. De esta manera, el campeón de la competencia real no fue el mismo que el equipo que ocupó la primera posición de la tabla generada por el método CMM. Es decir, el campeón no fue aquel equipo que tuvo mayores victorias, sino aquel que ganó los partidos más importantes.

En el caso de la Premier League, se llegó a la conclusion de que ambos métodos lograban adecuarse al torneo oficial. Esto se debe a que en esta competencia no hay objetivamente partidos más importantes que otros, y que todos los equipos logran enfrentarse entre sí la misma cantidad de veces. Sin embargo, se hallaron significativas diferencias entre el ranking oficial y el ranking obtenido con los algoritmos ya que se cambiaron los puntajes obtenidos en caso de empate. Con esto se discutió el impacto comparativo del algoritmo con otras diferencias del método de rating.

En la sección de Discusión se plantearon los casos en los que el algoritmo CMM parece ser mas apropiado o mas justo. Sin embargo creemos que a priori no se puede determinar si el método CMM es realmente “bueno” por si mismo, sino que la efectividad del mismo dependerá de cómo son las reglas en dicha competencia y de si logra adecuarse a lo que los organizadores de dicho torneo pretenden del mismo.

Referencias

- [1] A. Y. Govan, C. D. Meyer, and R. Albright, “Generalizing Google’s PageRank to Rank National Football League Teams,” in *Proceedings of SAS Global Forum 2008*, 2008.
- [2] U. S. C. Federation, “About the USCF,” 2008.
- [3] N. Silver and R. Fischer-Baum, “How We Calculate NBA Elo Ratings,” in *FiveThirtyEight.com*, 2015.
- [4] “Season One Details Revealed,” in *LeagueofLegends.com*, 2010.
- [5] R. Simmons, “National champions: UCF Knights finish season ranked No. 1 in Colley Matrix,” in *OrlandoSentinel.com*, 2018.
- [6] B. Carroll, “The 60-Yard Circus,” in *The Football Encyclopedia*, 2010.
- [7] W. N. Colley, “Colley’s Bias Free College Football Ranking Method: The Colley Matrix Explained,” 2002.
- [8] E. T. Jaynes, “Probability theory: The logic of science,” 2003.

- [9] “2015-16 NBA Standings,” in *BasketballReference.com*, 2016.
- [10] “Season 2018/2019 Premier League,” in *Football-Data.co.uk*, 2019.